

# Mise au point T3.

L'équation d'état d'un Gaz de van der Waals est :

$$\left( P + \frac{n^2 a}{V^2} \right) (V - nb) = nRT$$

On sait qu'une pression multipliée par un volume est homogène à une énergie

Donc  $\frac{n^2 a}{V^2} \cdot V = \frac{n^2 a}{V}$  a les dimension d'une énergie.

Il se trouve que l'énergie interne d'un Gaz de Van der Waals est :

$$U_{VdW} = U_{GP} + E_p = nC_{Vm} \cdot T - \frac{n^2 a}{V}$$

Le signe «moins» dans l'expression  $E_p = -\frac{n^2 a}{V}$  traduit des forces de Van der Waals attractives entre les molécules du gaz.

Dès lors, la variation **élémentaire** d'énergie interne d'un Gaz de Van der Waals est :

$$dU_{VdW} = dU_{GP} + dE_p = nC_{Vm} \cdot dT + \frac{n^2 a}{V^2} dV$$

La variation finie d'énergie interne est donc, pour une transformation quelconque entre un état initial  $\{T_I, V_I\}$  et un état final  $\{T_F, V_F\}$ :

$$\Delta U = \Delta U_{rev, hypo} = \int_{EI}^{EF} dU_{VdW} = \int_{T_I}^{T_F} nC_{Vm} dT + \int_{V_I}^{V_F} \frac{n^2 a}{V^2} dV = nC_{Vm}(T_F - T_I) + n^2 a \left( -\frac{1}{V_F} + \frac{1}{V_I} \right)$$

Soit : 
$$\Delta U = nC_{Vm}(T_F - T_I) - n^2 a \left( \frac{1}{V_F} - \frac{1}{V_I} \right)$$

Application à la détente de JOULE-GAY LUSSAC : comme la détente est «iso-énergétique», on a :

$$0 = nC_{Vm}(T_F - T_I) - a \left( \frac{1}{V_F} - \frac{1}{V_I} \right) \Leftrightarrow T_F - T_I = \frac{n \cdot a}{C_{Vm}} \left( \frac{1}{V_F} - \frac{1}{V_I} \right)$$