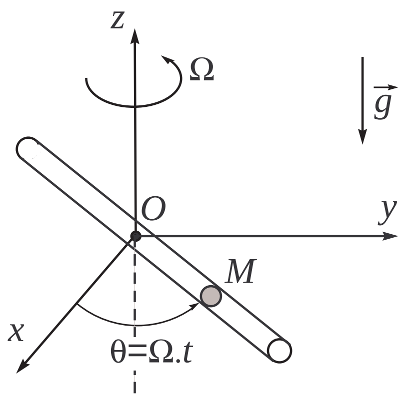
DL n°16

Bille dans un tube [d'après ESTP 1990 (**)]

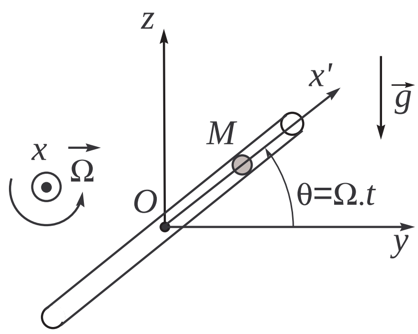
On veut étudier le mouvement d'une bille de masse m dans un tube rigide de longueur l dans lequel la bille peut se déplacer sans frottements le long de l'axe du tube à l'exclusion de tout autre mouvement. Le tube tourne autour d'un axe passant par son centre O à une vitesse angulaire Ω constante.
On s'intéresse à l'étude de plusieurs positions possibles pour l'axe de rotation. L'ensemble est placé dans le champ de pesanteur terrestre dont le module sera pris égal à $9,81\, m.s^{-2}$.

I - On suppose dans cette partie que le tube tourne dans le plan horizontal autour de l'axe (Oz) vertical.

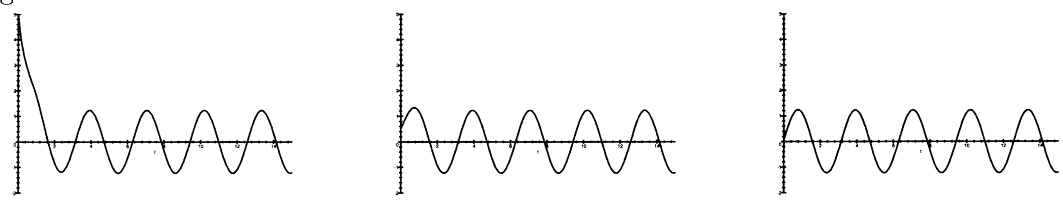


1) Faire le bilan des forces s'exerçant sur la bille en précisant le référentiel dans lequel on se place. Établir l'équation du mouvement de la bille par rapport au tube.
2) Décrire qualitativement le mouvement de la bille en analysant sans aucun calcul l'équation du mouvement.
3) On suppose qu'initialement la bille est à une distance x_0 de O et que sa vitesse est v_0. Expliciter l'équation horaire du mouvement.
4) Dans le cas où $v_0 = 0$, donner l'expression du temps nécessaire pour que la bille quitte le tube.
5) Application numérique :
$\Omega = 2\, rad.s^{-1}$, $l = 10\, m$ et $x_0 = 4\ m$.
$\rightarrow$ Calculer la durée pendant laquelle la bille reste dans le tube.

II - On suppose dans cette partie que le tube tourne dans le plan vertical autour de l'axe (Ox) horizontal.



1) Établir l'équation du mouvement de la bille par rapport au tube.
2) On suppose qu'initialement la bille est à une distance x_0 de O et que sa vitesse est v_0. Expliciter l'équation horaire du mouvement.
3) Existe-t-il des positions d'équilibre ? Si oui, les préciser.
4) Quelle(s) est (sont) la (les) condition(s) pour que le mouvement de la bille dans le tube soit sinusoïdal ?
5) Lorsque la vitesse initiale vérifie : $v_0 = \dfrac{g}{2\Omega} - x_0\Omega$,
$\rightarrow$ donner l'expression de l'équation horaire du mouvement.
6) On représente à l'aide d'un logiciel de calcul formel l'évolution temporelle de ce mouvement dans le tube pour $v_0 = \dfrac{g}{2\Omega} - x_0\Omega$, $x_0 = l$ et $\Omega = 2\, rad.s^{-2}$, pour (a) $l = 10\, m$, (b) $l = 1\, m$ et (c) $l = 0,1\, m$.
Les figures suivantes fournissent les résultats :



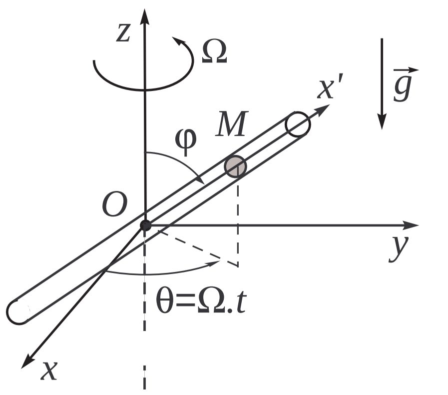
(a) (b) (c)

Allure du mouvement avec (a) $l = 10$ m, (b) $l = 1$ m et (c) $l = 0,1$ m.

Analyser physiquement les observations.

7) Dans quel plan se trouve la réaction du tube ? Exprimer le module de celle-ci.

III - On suppose dans cette partie que le tube tourne dans un plan vertical autour de l'axe (Oz) vertical. De plus le tube fait un angle φ constant avec le plan horizontzal.



1) Établir l'équation du mouvement de la bille par rapport au tube.

2) On suppose qu'initialement la bille est à une distance x_0 de O et que sa vitesse est v_0. Expliciter l'équation horaire du mouvement.

3) Existe-t-il des positions d'équilibre ?

4) Que se passet-il si on écarte la bille de sa position d'équilibre ?

5) Donner l'expression du temps nécessaire pour que la bille quitte le tube en supposant qu'on abandonne la bille sans vitesse en x_0.

6) Calculer sa valeur numérique avec les mêmes données que dans la première partie et $\varphi = 45°$. Comparer le résultat à celui trouvé dans la première partie.

7) Déterminer la réaction du tube.