

DL n°18

Caractéristiques orbitales de planètes extra-solaires

Une **exoplanète** est une planète tournant autour d'une étoile autre que notre soleil, c'est-à-dire une planète n'étant pas dans notre système solaire.

La première a été détectée en 1995 par l'équipe de l'astronome Michel Mayor. Cette première planète extrasolaire orbite autour d'une étoile de la séquence principale, **51 Peg**.

Cependant, il faut noter que les **334 exoplanètes** découvertes hors de notre système solaire entre 1995 et le début de 2009 n'ont pas été observées comme telles mais elles furent détectées par les perturbations qu'elles provoquent sur leur étoile. Mais ces planètes sont pour la plupart gigantesques, de type jovienne, et on n'en a pas encore trouvées de semblable à la Terre. De plus, il existe d'autres étoiles qui sont entourées d'un disque de poussière qui pourrait être un système planétaire en formation.

On s'intéresse tout spécialement au cas de l'étoile **51 Peg** (*Peg* pour Pegasi car dans la constellation de Pégase), vraisemblablement accompagnée d'une planète orbitant en 4 jours. Cette étoile est de type solaire. Par ailleurs, une planète est dite tellurique si elle est analogue en masse et en composition à la Terre ; elle est dite géante si elle est comparable à Jupiter.¹

Le système constitué par une étoile et ses planètes est considéré comme isolé.

Données numériques :

Constante de gravitation	$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$	Distance Terre-Soleil	$1 \text{ uA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$
Masse du Soleil	$M_S = 2,0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$	Rayon du Soleil	$R_S = 7,0 \cdot 10^8 \text{ m}$
Masse de la Terre	$M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$	Rayon de la Terre	$R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$
Masse de Jupiter	$M_J = 2,0 \cdot 10^{27} \text{ kg}$	Rayon de Jupiter	$R_J = 7,1 \cdot 10^7 \text{ m}$

L'unité astronomique (uA) est égale par définition au demi-grand axe de l'orbite terrestre.

1)

1.a) Rappeler l'expression de la force d'interaction gravitationnelle entre la planète P et son étoile E , de masse respectives m et M dont on supposera que la répartition possède la symétrie sphérique ; quelle est l'énergie potentielle $\mathcal{E}_p(r)$ correspondante ? on posera $\vec{E}\vec{P} = r \vec{e}_r$, où \vec{u}_r est un vecteur unitaire.

1.b) Pourquoi le mouvement de P est-il plan ?

2) Dans un premier temps, on néglige la masse de la planète devant celle de son étoile.

2.a) Pour un mouvement circulaire de rayon a et de période T , déterminer le rapport $C = \frac{T^2}{a^3}$ et commenter le résultat.

2.b) Que vaut C lorsque l'on choisit le système d'unités où les durées sont comptées en années, les distances en unités astronomiques et les masses en masses solaires ? Quel est le rayon de la trajectoire circulaire d'une planète orbitant en 4 jours autour de l'étoile 51 Peg dont on supposera les caractéristiques physiques identiques à celles du Soleil ?

1. Parmi les 334 planètes découvertes hors de notre système solaire entre 1995 et le début de 2009, il y en a trois qui semblent être différentes. Leur masse est comprise entre 7 et 20 fois celle de la Terre, ce qui en fait de très petites exoplanètes. Et elles seraient les premières planètes rocheuses découvertes jusqu'à aujourd'hui. La pesanteur sur ces exoplanètes serait trois fois plus importante que sur la Terre. Les étoiles qui abritent ces trois spécimens sont relativement près de nous. L'étoile 55 Can ϵ se trouve à 43,6 a.l., Gliese 436 β à 33,2 a.l. et Mu Arae δ à 50 a.l. Deux de ces étoiles sont de type spectral G, c'est-à-dire semblables à notre Soleil. Mais pour l'instant il est impossible d'observer visuellement la surface de ces planètes.

- 3)** Toujours en négligeant la masses de la planète devant celle de l'étoile, on s'intéresse à une orbite elliptique, de demi-grand axe a et d'excentricité e ; on rappelle que l'excentricité d'une ellipse est le rapport $\frac{c}{a}$ où c représente dans cette question la distance d'un des foyers au centre.
- 3.a)** Soient v_m et v_M les valeurs minimale et maximale de la vitesse de la planète sur son orbite. Pour quels points caractéristiques de cette orbite sont-elles obtenues? En préciser les distances respectives r_m et r_M à l'étoile.
- 3.b)** Déterminer le rapport $\frac{v_m}{v_M}$ en fonction de e .
- 3.c)** Obtenir indépendamment de ce qui précède une expression reliant v_m , v_M , a , e et les paramètres du système. Déterminer alors v_M en fonction de a , e , M et \mathcal{G} .
- 3.d)** Soit v_0 la vitesse qu'aurait la planète sur une orbite circulaire de rayon a . Déterminer $\frac{v_m}{v_0}$ en fonction de e . Calculer ce rapport pour $e = 0,67$ (cas du candidat exoplanète 16 *CygB*).
- 4)** On tient compte maintenant du rapport des masses de la planète et de l'étoile tout en supposant $m \ll M$. Et on s'intéresse comme annoncé à l'exoplanète 51 – *PegasiB* d'excentricité $e = 0,014$ (trajectoire quasi circulaire) et de période de rotation très petite (4,2 jours) comparée aux période de rotation des planètes du système solaire.
- 4.a)** Définir la position du barycentre O du système étoile-planète.
En supposant O fixe, trouver la relation entre les vitesses V de l'étoile et v de la planète.
- 4.b)** Exprimer, pour une orbite circulaire, V en fonction de m , M , \mathcal{G} et de la période T du mouvement, en se limitant au premier ordre en $\frac{m}{M}$.
- 4.c)** D'après les observations, les plus courtes périodes mesurées sont de 4 jours. Calculer pour une vitesse V de 60 m.s^{-1} la masse m de la planète. Peut-il s'agir d'une planète de type tellurique ou de type géante?
- 4.d)** Dans le cas d'une orbite tellurique (de période T de l'ordre de 4 jours), calculer m pour $e = 0,67$ et $V_M = 10 \text{ m.s}^{-1}$ où V_M est la vitesse maximale de l'étoile. On supposera que la relation entre T et a obtenue en 2.a) est toujours valable pour une orbite elliptique de demi-grand axe a . on rappelle que l'étoile considérée est de type solaire.