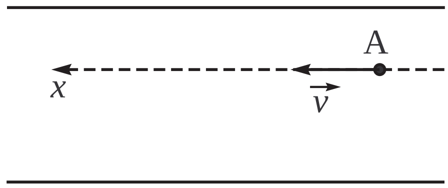
Devoir Surveillé n°2

"Maître Zeng dit : « Chaque jour je m'examine plusieurs fois : me suis-je fidèlement acquitté de mes engagements ? Me suis-je montré digne de la confiance de mes amis ? Ai-je mis en pratique ce qu'on m'a enseigné ? »
Le Maître dit : « Fermeté, décisions, simplicité et réflexion sont proches de la vertu suprême. »"

▷ Confucius – *Entretiens* (I, 4 & XIII, 27)

I Cycliste du Tour de France [Supélec 2006, TSI]

Un coureur cycliste se déplace à vitesse constance $\overrightarrow{v}$ le long d'une route rectiligne et horizontale (trajectoire en pointillés).

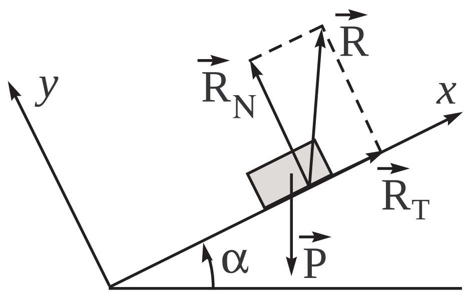


Pour cela, il doit fournir au système {vélo+cycliste} une puissance mécanique constante $\mathcal{P}_0$ car il est sans cesse soumis aux forces de frottements de l'air qui sont proportionnelles au carré de la vitesse du cycliste ($\overrightarrow{f} = -k\, v\, \overrightarrow{v}$).
On néglige le travail des forces de frottement au contact de la roue sur la route.

1) Préciser le signe, la dimension et l'unité internationale de k.
2) Déterminer la vitesse du cycliste en appliquant le théorème de la puissance cinétique sur le système {vélo+cycliste} assimilé à un point matériel.
3) Faire l'application numérique sachant que $\mathcal{P}_0 = 400\ W$ et $k = 0,26\ SI$ (on donnera la vitesse en $m.s^{-1}$ et en $km.h^{-1}$).

II Coefficient de frottement [ENSTIM 2004]

On se propose de mesurer le cœfficient de frottement du verre sur le verre noté μ. Pour cela, on dispose d'une grande vitre plane et d'un petit morceau de verre parallélépipédique de masse m. On pose le petit morceau de verre sur la vitre initialement horizontale et on incline doucement la vitre. On notera α l'angle que fait la vitre avec l'horizontale.



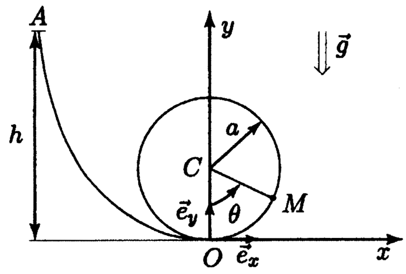
Le cœfficient de frottement μ est défini comme suit :
- tant que le morceau de verre ne glisse pas sur la vitre, la norme de la composante tangentielle de la réaction du support est inférieure à μ fois la norme de la composante normale de la réaction : $\| \overrightarrow{R_T} \| \leq \mu \| \overrightarrow{R_N} \|$.
- lorsqu'il y a glissement, $\| \overrightarrow{R_T} \| = \mu \| \overrightarrow{R_N} \|$.

1) En supposant que le petit morceau de verre soit immobile, exprimer les composantes normale et tangentielle de la réaction en fonction de la masse m du petit morceau de verre, de l'accélération de la pesanteur g et de l'angle α.
2) En déduire une condition sur l'angle α et sur le cœfficient de frottement μ pour que le petit morceau de verre ne glisse pas.
3) Expérimentalement, on remarque que pour $\alpha \geq 35°$ le petit morceau de verre se met à glisser. En déduire la valeur de μ.

III Bille sur un guide circulaire [ICNA 2006, q.15-21]

■ Pour chaque question, déterminer la bonne réponse.
Toutes vos réponses doivent être justifiées par un raisonnement bien entendu.
■ **Conseil :** Bien lire l'énoncé et commencer par recopier le schéma sur votre copie en faisant apparaître la base polaire $(\vec{e_r}, \vec{e_\theta})$ pour un point M sur la trajectoire circulaire.

Une bille, assimilée à un point matériel M de masse m, est lâchée sans vitesse initiale depuis le point A d'une gouttière situé à une hauteur h du point le plus bas O de la gouttière. Cette dernière est terminée en O par un guide circulaire de rayon a, disposé verticalement. La bille, dont on suppose que le mouvement a lieu sans frottement, peut éventuellement quitter la gouttière vers l'intérieur du cercle. On désigne par $\vec{g} = -g\vec{e_y}$ l'accélération de la pesanteur (cf. figure ci-contre).



15. — calculer la norme v_0 de la vitesse de la bille en O.
A) $v_0 = \sqrt{2gh}$ B) $v_0 = \sqrt{gh}$
C) $v_0 = 2gh$ D) $v_0 = gh$

16. — Exprimer la norme v_M de la vitesse de la bille en un point M quelconque du cercle repéré par l'angle θ.

A) $v_M = \sqrt{2g[a(\sin\theta + 1) + 2h]}$ B) $v_M = \sqrt{g[a(\sin\theta - 1) - h]}$

C) $v_M = \sqrt{g[2a(\cos\theta + 1) + h]}$ D) $v_M = \sqrt{2g[a(\cos\theta - 1) + h]}$

17. — On désigne par $\vec{e_r} = \dfrac{\overrightarrow{CM}}{\|\overrightarrow{CM}\|}$ le vecteur unitaire porté par le vecteur position $\overrightarrow{CM}$ du point M.

Ecrire l'expression de la réaction $\vec{R} = R\vec{e_r}$ du guide circulaire sur la bille.

A) $\vec{R} = -mg\left(\dfrac{h}{a} + 2\cos\theta - 1\right)\vec{e_r}$ B) $\vec{R} = -mg\left(\dfrac{2h}{a} + 3\cos\theta - 2\right)\vec{e_r}$

C) $\vec{R} = -mg\left(\dfrac{h}{2a} + 2\sin\theta - 1\right)\vec{e_r}$ D) $\vec{R} = -mg\left(\dfrac{h}{a} + \sin\theta - 2\right)\vec{e_r}$

18. — Déterminer la hauteur minimale h_{min} à partir de laquelle il faut lâcher la bille sans vitesse initiale pour qu'elle ait un mouvement révolutif dans le guide.

A) $h_{min} = \dfrac{3a}{2}$ B) $h_{min} = \dfrac{5a}{2}$ C) $h_{min} = \dfrac{7a}{2}$ D) $h_{min} = 2a$

19. — On lâche la bille sans vitesse initiale depuis une hauteur $h_0 = 2a$. Calculer, en degrés, la valeur θ_0 de l'angle θ pour laquelle la bille quitte le guide.

A) $\theta_0 = 107°,3$ B) $\theta_0 = 99°,6$ C) $\theta_0 = 131°,8$ D) $\theta_0 = 183°,1$

20. — Calculer la valeur v_{0x} de la composante suivant l'axe Ox de la vitesse de la bille au moment où elle quitte le guide.

A) $v_{0x} = -\dfrac{2}{3}\sqrt{\dfrac{2ga}{3}}$ B) $v_{0x} = -\dfrac{3}{2}\sqrt{\dfrac{3ga}{2}}$ C) $v_{0x} = -\dfrac{1}{3}\sqrt{\dfrac{ga}{3}}$ D) $v_{0x} = -\dfrac{5}{2}\sqrt{\dfrac{5ga}{3}}$

21. — Calculer la valeur maximale h_M de la hauteur atteinte dans ces conditions par la bille après qu'elle ait quitté le guide.

A) $h_M = \dfrac{50}{27}a$ B) $h_M = 2a$ C) $h_M = -\dfrac{47}{32}a$ D) $h_M = -\dfrac{38}{29}a$

■ **Indications et réponses :**
15) Quel théorème relie les normes des vitesses pour deux positions particulière du point M ?
16) Appliquer le théorème utilisé en **15)** entre une position particulière et le point M quelconque sur la trajectoire circulaire.
17) Quelle est la base adaptée au problème ?
18) Rép. B)
19) Rép. C)
20) Quelle est la relation entre v_{0x}, $\vec{v_M}$ et $\vec{e_x}$? Rép. A)
21) Rép. A)