EM5 – COURANTS ÉLECTRIQUES ET CHAMPS MAGNÉTIQUES

I Distribution de courants

I.1 Conservation de la charge

Pour un système quelconque, le bilan de charge, *a priori*, s'écrit : $\Delta Q =^e Q +^c Q$.
Or, pour un système *fermé* (aucun échange de matière avec l'extérieur : ${}^eQ = 0$), l'expérience montre que : $\Delta Q =^e Q +^c Q =^c Q = 0$.

La charge est une grandeur **conservative** : $\Delta Q =^e Q$ et ${}^cQ \equiv 0$

I.2 L'intensité électrique

Soit une surface $(\mathcal{S})$ reposant sur une courbe $(\mathcal{C})$ orientée arbitrairement. Cette orientation définit l'orientation de $(\mathcal{S})$, c'est-à-dire le sens de la normale $\overrightarrow{n}$ à toute surface élémentaire $\mathrm{d}S$ de $(\mathcal{S})$.
Soit $\mathrm{d}Q$ la charge qui traverse la surface $(\mathcal{S})$ orientée entre t et $t + \mathrm{d}t$.
$\mathrm{d}Q = \delta^e Q > 0$ si les charges se déplacent dans le sens positif choisi.

♢ **Définition :** L'intensité du courant électrique à travers une surface $(\mathcal{S})$ à l'instant t est :

$$I(\mathcal{S}, t) \equiv \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

I.3 Classement traditionnel des courants électriques

♢ **Définition :** Le courant électrique est un **mouvement d'ensemble** des porteurs de charges électriques.

On distingue :
- **les courants de conduction :** déplacement de charges dans un support matériel SANS déplacement du support dans R.
Ex : les électrons dans un métal ; les ions dans une solution d'électrolytes. . .
- **les courants de convection :** déplacement de charges PAR déplacement du support matériel dans R.
Ex : disque chargé en rotation (Roue de BARLOW).
- **les courants particulaires :** faisceaux de charges sans support matériel.
Ex : les « rayons » cathodiques *i.e.* faisceau d'électrons dans le vide (oscilloscope, TV,. . .).

Rque : Une seule particule chargée crée un courant microscopique et variable, donc un champ magnétique variable $\overrightarrow{B}(t)$. En **magnéto*statique***, le champ magnétique constant $\overrightarrow{B}$ est issu de **courants électriques *permanents***.
Parler de courants permanents signifie qu'on les décrit à l'échelle macroscopique et non pas à l'échelle microscopique → la magnétostatique est donc issue d'une étude du mouvement *moyen* d'un grand nombre de particules.

I.4 Courants volumiques

a Vecteur densité volumique de courant

• dans un conducteur homogène, à température T uniforme, soumis à aucun champ électrique $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{0}$, il n'y a aucun mouvement d'ensemble des charges mobiles (électrons libres pour un métal) :
$\overrightarrow{v} = \overline{\overrightarrow{v}} = \dfrac{1}{n^* d\tau} \sum_i \overrightarrow{v_i} = \overrightarrow{0}$, avec n^* la densité volumique des porteurs de charges mobiles (en m^{-3}).
Si on impose $\overrightarrow{E} \neq \overrightarrow{0}$ (par exemple), il apparaît une vitesse d'ensemble $\overrightarrow{v} \neq \overrightarrow{0}$ des charges mobiles
→ donc apparition d'un courant électrique.

> ◇ **Définition :** On appelle $\rho_m = n^* \, q$ la **densité volumique de charges mobiles**.
> (On se place dans le cas où il n'y a qu'un seul type de charges mobiles).

• **Rque :** Si ρ note la densité de charge totale et ρ_f la densité de charges fixes (ions du réseau métallique fixe dans Rpar ex.), on a :

$$\rho = \rho_m + \rho_f \qquad \rightarrow \text{retenir : } \rho_m \neq \rho$$

> ◇ **Définition :** On appelle **vecteur densité volumique de courant** :
>
> $$\overrightarrow{j} \equiv n^* \, q \, \overrightarrow{v} = \rho_m \, \overrightarrow{v} \qquad \text{en } A.m^{-2}$$
>
> (car $[j] = [n^*][q][v] = L^{-3}[I\, t] L\, T^{-1} = L^{-2}\, A\, T\, T^{-1} = A\, L^{-2}$).

b Intensité et vecteur densité de courant

• Soit une surface dS orientée élémentaire.
d$Q_{(m)}$ correspond à la charges des charges mobiles traversant dS entre t et $t + \mathrm{d}t$ avec la vitesse d'ensemble $\overrightarrow{v}$.
Ces charges mobiles sont, à l'instant t, contenues dans le cylindre de volume :

$$\mathrm{d}\tau = h\, \mathrm{d}S = v\, \cos\alpha\, \mathrm{d}t\, \mathrm{d}S = \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}\, \mathrm{d}t$$

→ D'où : $\mathrm{d}Q_{(m)} = q\, n^*\, \mathrm{d}\tau = \rho_m\, \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}\, dt = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}\, \mathrm{d}t$.

→ L'intensité élémentaire traversant l'élément orienté de surface dS entre t et $t + \mathrm{d}t$ est :

$$\mathrm{d}I \equiv \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{j} \cdot \overrightarrow{dS}$$

Rque : l'orientation (arbitraire) de $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$ impose le signe (arbitraire donc) de dI.

> L'intensité du courant électrique à travers une surface orientée $(\mathcal{S})$ est égale au flux de la densité volumique de courant à travers cette surface :
>
> $$I = I(\mathcal{S}, t) = \iint_{\mathcal{S}/\mathcal{C}} \overrightarrow{j}\,(P,t) \cdot \overrightarrow{dS}$$

II Loi de Biot et Savart

II.1 Cadre de la magnétostatique

• Si des charges immobiles créent un champ électrostatique $\overrightarrow{E}$, des courants continus/permanents créent un champ magnétostatique $\overrightarrow{B}$.
Cette découverte date de **1819** : Œrsted, physicien danois, découvre que lorsqu'un fil est parcouru par un courant continu, alors une aiguille aimantée s'oriente orthoradialement au fil.
→ Cl : les courants électriques sont les sources du champ magnétique.

• Entre **1820** et **1840**, Biot[1] et Savart[2], Laplace, Ampère étudient les propriétés générales du champ magnétique.

Ces propriétés concernent les régimes stationnaires mais sont extensibles aux régimes variables dans l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires (ARQS : $L \ll cT$).

II.2 Lien du champ magnétique avec ses sources : loi de Biot et Savart

• $(\mathcal{C})$ est un circuit orienté parcouru par une intensité I constante (courant permanent).
→ il crée donc un champ magnétique $\overrightarrow{B}(M)$ en tout point M de l'espace.

• Pour interpréter les résultats de leurs expérience, Biot et Savart énonce le **postulat expérimental** (affirmation non démontrée) suivant :

La contribution apportée au champ $\overrightarrow{B}(M)$ par un élément de circuit $\mathcal{C}$ situé en P caractérisé par un vecteur $\overrightarrow{dl}$ parcouru par un courant d'intensité I est :

$$\mathrm{d}\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \overrightarrow{e}_{P\to M}}{PM^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

Il faut bien comprendre que ce vecteur élémentaire $\mathrm{d}\overrightarrow{B}(M)$ n'a aucune signification physique car il est impossible d'isoler un élément de courant $I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l}$ (c'est-à-dire un morceau de circuit) du reste du circuit : pour que le courant permanent I existe, il faut que le circuit $(\mathcal{C})$ soit fermé car les lignes de courant sont fermées.

Par contre, par application du principe de superposition, on obtient le champ magnétique créé par $(\mathcal{C})$ qui, lui, a une signification physique !

▮Loi de Biot et Savart pour un circuit filiforme :

$$\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\mathcal{C}} \frac{\mu_o}{4\pi}\frac{I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} \times \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad (1)$$

1. Jean-Baptiste Biot [1774 – 1862]
2. Félix Savart [1791-1841]

II.3 Généralisation de la loi de Biot et Savart

• Historiquement, la loi de Biot et Savart ne concerne que les circuits filiformes (« tubes de courant » filiformes).

• **Distributions de courants surfaciques :** → « tubes de courant » surfaciques (« bande » de courant).

$$\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\mathcal{S}} \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\overrightarrow{j_s}\,\mathrm{d}S \times \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad (2)$$

• **Distributions de courants volumiques :** → tubes de courant.

$$\overrightarrow{B}(M) = \oint_{\mathcal{V}} \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\overrightarrow{j}\,\mathrm{d}\tau \times \overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad (3)$$

• **Rques :**

(1) Analogies entre $\overrightarrow{E}$ et $\overrightarrow{B}$:

$$\mathrm{d}\overrightarrow{E}(M) = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\mathrm{d}q(P) \times \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3} \qquad \longleftrightarrow \qquad \mathrm{d}\overrightarrow{B}(M) = \frac{\mu_o}{4\pi}\overrightarrow{\mathrm{d}C}(P) \times \frac{\overrightarrow{PM}}{PM^3}$$

$$\frac{1}{4\pi\,\epsilon_0} \qquad \longleftrightarrow \qquad \frac{\mu_o}{4\pi}$$

$$\begin{array}{cccc c}
\mathrm{d}q(P) & \rho\,\mathrm{d}\tau & \longleftrightarrow & \overrightarrow{j}\,\mathrm{d}\tau & \overrightarrow{\mathrm{d}C}(P)\times \\
 & \sigma\,\mathrm{d}S & \longleftrightarrow & \overrightarrow{j_s}\,\mathrm{d}S & \\
 & \lambda\,\mathrm{d}l & \longleftrightarrow & I\,\overrightarrow{\mathrm{d}l} &
\end{array}$$

(2) Le champs magnétique $\overrightarrow{B}$(M) pour une distribution de courants filiforme (1) ou surfacique (2) n'est pas défini sur la distribution (limite des modélisations ; toute distribution réelle étant volumique).

(3) En Math Spé, on introduit les 4 équations de Maxwell (**1864**) qui constituent la théorie générale de l'électromagnétisme.
Entre autre, elles permettent de retrouver la loi de Biot et Savart (3).

(4) Ces mêmes équations de Maxwell imposent la relation :

$$\epsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1 \qquad \text{où } c \simeq 3.10^8\ m.s^{-1} \text{ est la vitesse de la lumière.}$$

Cherchons son unité en nous souvenant que $[\omega_0^2] = [\frac{1}{LC}]$ soit $1\ s^2 = 1\ F.H$:
→ $u(\mu_0)\,u(\epsilon_0) = u(c^{-2})$ soit (cf. **EM1** pour $u(\epsilon_0)$) :

$$u(\mu_0)\,F.m^{-1} = m^{-2}.s^2 \quad \rightarrow \quad u(\mu_0) = H.m^{-1}$$

$$\text{Or : } \frac{\mu_0}{4\pi} = \frac{1}{4\pi\,\epsilon_0}\,\frac{1}{c^2} \simeq \frac{9.10^9}{(3.10^8)^2} = 10^{-7}\ H.m^{-1}.$$

$$\epsilon_0\,\mu_0\,c^2 = 1 \qquad \boxed{\frac{1}{4\pi\,\epsilon_0} \simeq 9.10^9\ F^{-1}.m} \qquad \boxed{\frac{\mu_0}{4\pi} = 10^{-7}\ H.m^{-1}}$$

$\epsilon_0 = 8,854.10^{-12}\ F.m^{-1}$ est la **permittivité (diélectrique) du vide**.
$\mu_0 \equiv 4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$ est la **perméabilité du vide**.

III Caractéristiques du champ magnétique

III.1 Ligne de champ ; tube de champ

◇ **Définition :** Une **ligne de champ** est une courbe tangente en chacun de ses points au champ magnétique et orientée dans le sens de celui-ci.

L'équation d'une ligne de champ s'obtient en écrivant :

$$d\overrightarrow{OM} = k\,\overrightarrow{B}(M) \quad \text{ou} \quad d\overrightarrow{OM} \times \overrightarrow{B}(M) = \overrightarrow{0}, \text{ soit :}$$

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} \qquad \text{en coordonnées cartésiennes}$$

La visualisation expérimentale des lignes de champ : on prend une plaque de verre et on la saupoudre de limaille de fer ; sous l'action de $\overrightarrow{B}$, les grains allongés de limaille de fer se transforment en petits aimants et s'orientent parallèlement au champ $\overrightarrow{B}$ comme des boussoles.

◇ **Définition :** Un **Tube de champ** est une surface correspondant à l'ensemble des lignes de champ s'appuyant sur un contour fermé.

propriété : Si $\overrightarrow{B}$(M) est défini à l'intersection M de 2 lignes de champ, alors $\overrightarrow{B}(M) = \overrightarrow{0}$ nécessairement ;
sinon, M est un point singulier : le champ n'y est pas défini.

III.2 Propriétés de symétrie

a Champ magnétique en un point M d'un plan de symétrie des sources