

M11 – RÉFÉRENTIEL GÉOCENTRIQUE ET RÉFÉRENTIEL TERRESTRE

OBJECTIFS

O terre, dans ta course immense et magnifique,
L'Amérique, et l'Europe, et l'Asie, et l'Afrique
Se présentent aux feux du Soleil tour à tour ;
Telles, l'une après l'autre, à l'heure où naît le jour,
Quatre filles, l'amour d'une maison prospère,
Viennent offrir leur front au baiser de leur père.

Victor HUGO (1840-1842) – *Dernière gerbe*[1902]



- Ce chapitre précise les notions de **champ gravitationnel** (§1.1) et de **champ de pesanteur** – donc de **poinds** (§).

- La prise en compte du **caractère non galiléen** du référentiel d'étude permet d'interpréter diverses observations comme :

- le phénomène des **marées**, étudié le **référentiel géocentrique** (§)

- ou celui de la **déviaton vers l'est** d'un objet en chute libre, étudié dans le **référentiel terrestre** (§).

- Le principe fondamental de la dynamique s'écrivant dans un référentiel galiléen, on cherchera à établir les critères permettant de considérer les référentiel géocentriques ou terrestre comme des **référentiels galiléens approchés** (§).

I Dynamique dans le référentiel Géocentrique – Marées

I.1 Prologue et parenthèse :

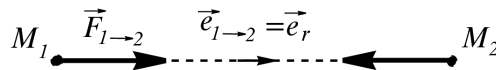
a Loi de Newton et force de gravitation :

◇ **Définition : Force et masse gravitationnelles :**

Deux points matériels de masses « gravitationnelle »^a m_1^* et m_2^* exercent une force de gravitation l'un sur l'autre donnée par la loi de NEWTON :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -\vec{F}_{2 \rightarrow 1} = -\mathcal{G} \frac{m_1^* m_2^*}{r^2} \vec{e}_r$$

avec $\begin{cases} \vec{e}_r = \vec{e}_{1 \rightarrow 2} \text{ et } r = M_1 M_2 \\ \mathcal{G} \text{ la constante de gravitation universelle :} \\ \mathcal{G} = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ uSI (N.m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}\text{).} \end{cases}$



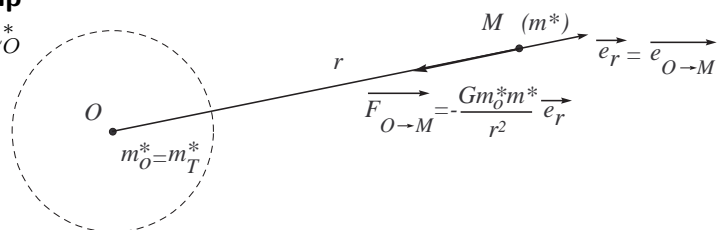
a. On parle aussi de masse « graves ».

◇ **Définition :** Comme pour les forces électrostatiques, on définit le **champ de gravitation** créé au point M par une masse m_O^* placée au point O le champ de vecteur $\vec{G}(M)$ tel qu'une masse test m^* placée en M subit la force : $\vec{F} \equiv m^* \vec{G}(M)$.

On en déduit l'expression du **champ gravitationnel** $\vec{G}(M)$ créé par m_O^* au point M :

$$\vec{G}(M) = -\mathcal{G} \frac{m_O^*}{r^2} \vec{e}_r$$

avec $\vec{e}_r \equiv \vec{e}_{O \rightarrow M} = \frac{\vec{OM}}{OM}$



♦ **Unité d'un champ gravitationnel** : $u(\vec{G}(M)) = u\left(\frac{\text{Force}}{\text{masse}}\right) = N.kg^{-1} = m.s^{-2}$

■ **Propriété** : Lorsque la **distribution de masse m_O^* est de symétrie sphérique**, de centre O , on montre ^a qu'à l'extérieur de la distribution, le champ gravitationnel est semblable au champ créé par une masse identique ponctuelle placée au centre O . ^b

a. → Cf Cours **Électrostatique**.

b. centre d'inertie de la distribution puisque celle-ci est sphérique.

Hypothèse de l'astre à symétrie sphérique : Pour un astre, nous ferons l'approximation qu'il est de **symétrie sphérique**. Tout se passe donc, du point de vue d'un point M extérieur à l'astre, comme si la masse de l'astre était placée en son barycentre O .

M subit donc la force gravitationnelle $\vec{F} = m^* \vec{G}_{As}(M)$ associée au champ gravitationnel :

$$\vec{G}_{As}(M) = -\mathcal{G} \frac{m_{As}^*}{r^2} \vec{e}_r \quad \text{où} \quad \begin{cases} \vec{e}_r \text{ est le vecteur unitaire de direction } \overrightarrow{OM} \\ m_{As}^* \text{ est la masse gravitationnelle de l'astre de barycentre } O \end{cases}$$

♦ **Application à la Terre** : Dans le cadre de l'astre à symétrie sphérique, à la distance r du centre O de la Terre assimilée à une sphère, un corps ponctuel M de masse m^* subit la force d'attraction terrestre (Cf. schéma p. 1) :

$$\vec{F} = -\mathcal{G} \frac{m^* m_T^*}{r^2} \vec{e}_r \Leftrightarrow \vec{F} = m^* \vec{G}_T(M) \quad \text{avec} : \begin{cases} \vec{G}_T(M) = -\mathcal{G} \frac{m_T^*}{r^2} \vec{e}_r \quad \text{où } r = OM \\ \vec{e}_r \text{ le vecteur unitaire de direction } \overrightarrow{OM} \\ m_T^* \text{ la masse gravitationnelle de la Terre} \end{cases}$$

A.N. : Intensité du champ de gravitation créé par la Terre, de masse $m_T^* = 6.10^{24} \text{ kg}$:

(1) sur un point M à la surface de la Terre de rayon $R_T \simeq 6400 \text{ km}$:

$$G_T(M) = \mathcal{G} \frac{m_T^*}{R_T^2} \simeq 9,77 \text{ m.s}^{-2} \approx 10 \text{ m.s}^{-2}$$

(2) sur un satellite artificiel en orbite géocentrique, donc à l'altitude $h = 35820 \text{ km}$:

$$G_T(M) = \mathcal{G} \frac{m_T^*}{(R_T + h)^2} \simeq 0,22 \text{ m.s}^{-2} \approx 0,2 \text{ m.s}^{-2}$$

b Mouvement de la Terre dans le référentiel de Copernic :

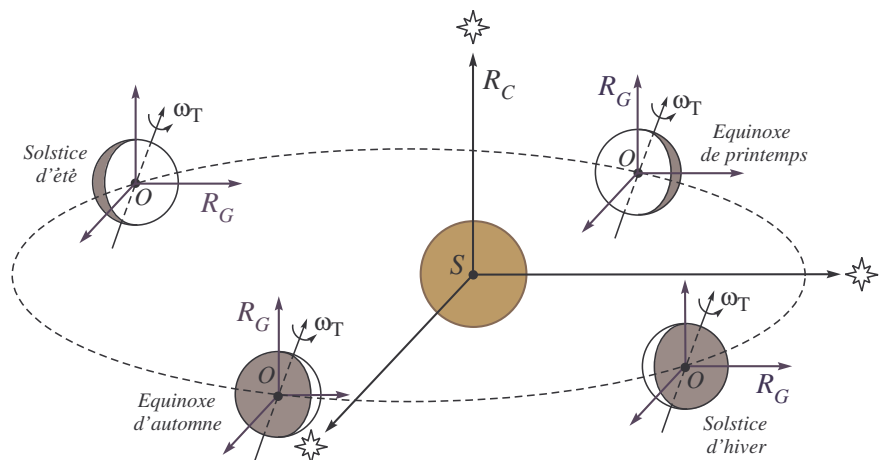
Dans le référentiel de Copernic, la trajectoire de la Terre est contenu dans un plan appelé **écliptique**; en négligeant les planètes, son orbite est elliptique de foyer S .

Le point de son orbite le plus éloigné du Soleil, l'**aphélie**, est à 152 millions de km , et

le plus proche, le **périhélie**, est à 147 millions de kilomètres.

→ on peut donc assimiler, en première approximation, la trajectoire de O à un cercle.

• À l'échelle du système solaire, on assimile la Terre à son centre d'inertie G , qui coïncide avec son centre O dans l'approximation de la symétrie sphérique.



→ Donc, on affecte à ce point O à la fois la **masse gravitationnelle** m_T^* et la **masse inertielle** m_T de la Terre – la masse inertielle, ou masse inerte, traduisant l'opposition au mouvement du barycentre.

• Dans le référentiel de Copernic \mathcal{R}_C , galiléen, le mouvement d'ensemble de la Terre est régi par le **Principe Fondamental** de la **Dynamique** appliqué à son centre d'inertie O :

$$m_T \overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} = \sum_i m_T^* \overrightarrow{G}_i(O)$$

où $\overrightarrow{G}_i(O)$ est le champ gravitationnel créé en O par l'astre $n^{\circ}i$ (Soleil, Lune, Jupiter, Mars, Vénus, autres planètes, satellites, comètes ...). Soit :

$$m_T \overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} = m_T^* \overrightarrow{G}_a(O),$$

en introduisant le **champ gravitationnel dû à tous les astres autres que la Terre** en O :

$$\overrightarrow{G}_a(O) \equiv \sum_i \overrightarrow{G}_i(O) \quad \text{avec} \quad G_i(O) = \mathcal{G} \frac{m_i}{D_i^2} \quad \text{où} \quad \begin{cases} m_i & \text{masse de l'astre } n^{\circ}i \\ d_i = OO_i & \text{distance entre l'astre et la Terre} \end{cases}$$

• L'expérience montrant qu'il y a égalité entre masse inertielle (m_T) et masse grave (m_T^*) (→ Cf §IV.4), on a :

$$m_T \overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} = m_T^* \overrightarrow{G}_a(O) \quad \longrightarrow \quad \overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} = \overrightarrow{G}_a(O) \quad \text{①}$$

Astre	Soleil	Lune	Vénus	Mars	Jupiter
Masse m_i (en kg)	2.10^{30}	7.10^{22}	5.10^{24}	6.10^{23}	2.10^{27}
Distance $d_i = OO_i$ (en m)	1.10^{11}	4.10^8	4.10^{10}	8.10^{10}	6.10^{11}
$G_i(O)$ (en $m.s^{-2}$)	1.10^{-2}	3.10^{-5}	2.10^{-7}	6.10^{-9}	4.10^{-7}

Ordre de grandeur des champs principaux de gravitation exercés par les astres sur la Terre

Commentaire des ordres de grandeurs : Les autres astres du systèmes solaires, soit plus éloignés, soit moins massifs, sont totalement négligeables. Les valeurs confirment que le mouvement de la terre n'est principalement dû qu'à la présence du Soleil, et cela avec une approximation inférieure à 1%, la Lune intervenant ensuite. Lorsqu'on néglige l'attraction gravitationnelle de la Lune, on retrouve le caractère (approché) elliptique de la trajectoire du centre d'inertie O de la Terre, avec le Soleil en un des foyers (→ Cf Cours M7).

I.2 Principe Fondamental de la Dynamique dans le référentiel de Copernic

• On considère le système $\mathcal{S} = \{M, m\}$ où M est assimilable à un point matériel de masse m . Lorsqu'on l'étudie dans le référentiel de Copernic, qu'on considère galiléen pour toute expérience ayant lieu dans le système solaire,¹ les seules forces à prendre en compte sont les forces issue des interactions de M avec d'autres corps matériels (« forces vraies ») :

$$m \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_C}} = \overrightarrow{F} + m \overrightarrow{G}_T(M) + m \overrightarrow{G}_a(M) \quad \text{où} \quad \begin{cases} m \overrightarrow{G}_T(M) & \text{est la force gravitationnelle due à la Terre} \\ m \overrightarrow{G}_a(M) & \text{est la force gravitationnelle due aux} \\ & \text{astres autres que la Terre} \\ \overrightarrow{F} & \text{est la résultante des forces autres que} \\ & \text{celles de gravitation} \end{cases}$$

1. en toute rigueur, \mathcal{R}_C n'est pas galiléen puisqu'il est accéléré par le champ de gravitation \overrightarrow{G} créé par le reste de la Voie Lactée. Mais comme la taille du système solaire (10^{-3} années-lumière) est ridicule devant celle de notre galaxie (100 000 années-lumière), \overrightarrow{G} peut être considéré comme uniforme avec une très bonne approximation à l'échelle du système solaire. Alors, à cette échelle, \mathcal{R}_C étant soumis à un champ de gravitation uniforme, tout se passe comme si \mathcal{R}_C était un référentiel galiléen (→ Cf Cours M10).

I.3 Principe Fondamental de la Dynamique dans le référentiel géocentrique

◇ **Définition :** (Cf. schéma p. 2)

Le **référentiel géocentrique** \mathcal{R}_G a pour origine le centre d'inertie O de la Terre, et les axes du repère cartésien auquel il est lié sont parallèles à ceux du référentiel de Copernic.

Il est donc en translation elliptique, quasi-circulaire par rapport à \mathcal{R}_C .

Conséquence : \mathcal{R}_G n'étant pas en translation rectiligne uniforme par rapport à \mathcal{R}_C considéré galiléen, le référentiel géocentrique n'est pas galiléen. Un bilan des forces subies par M dans \mathcal{R}_G doit tenir compte des **forces vraies** mais également des **forces d'inertie** d'entraînement et de Coriolis :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(M) + m\overrightarrow{G_a}(M) + \overrightarrow{F_{ie}} + \overrightarrow{F_C} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}(M) \\ \text{note la force d'inertie d'entraînement} \\ \text{et } \overrightarrow{F_C} = -m\overrightarrow{a_C}(M) \\ \text{note la force d'inertie de Coriolis} \end{cases}$$

◆ **Force d'inertie de Coriolis :** elle est nulle car \mathcal{R}_G est en translation par rapport à \mathcal{R}_C :

$$\overrightarrow{\Omega_{\mathcal{R}_G/\mathcal{R}_C}} = \overrightarrow{0} \Rightarrow \overrightarrow{F_C} = -2m\overrightarrow{\Omega_{\mathcal{R}_G/\mathcal{R}_C}} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_G}} = \overrightarrow{0} \quad \textcircled{2}$$

◆ **Force d'inertie d'entraînement :** elle s'exprime à partir de l'accélération du point coïncidant M^* évalué dans le référentiel absolu \mathcal{R}_C :

$$\overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}(M) = -m\overrightarrow{a_{M^*/\mathcal{R}_C}}$$

Avec M^* le point **(1)** qui coïncide avec M **(2)** à l'instant t **(3)** et qui est fixe dans \mathcal{R}_G .

Or, dans un mouvement de translation d'un solide (géométrique) comme \mathcal{R}_G : tous les points de \mathcal{R}_G ont même vecteur vitesse et donc même accélération.

On a donc : $\overrightarrow{v_{M^*/\mathcal{R}_C}} = \overrightarrow{v_{O/\mathcal{R}_C}} \Rightarrow \overrightarrow{a_{M^*/\mathcal{R}_C}} = \overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}}$ avec O centre d'inertie de la Terre, lié à \mathcal{R}_G

Finalement :

$$\overrightarrow{F_{ie}} = -m\overrightarrow{a_e}(M) = -m\overrightarrow{a_{M^*/\mathcal{R}_C}} = -m\overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} \quad \textcircled{3}$$

I.4 Le terme des marées

D'après ce qui précède, le **P.F.D.** pour un point matériel M étudié dans \mathcal{R}_G s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{P.F.D.}_{\mathcal{R}_G} &\stackrel{\textcircled{2}}{\underset{\textcircled{3}}{\longrightarrow}} m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(M) + m\overrightarrow{G_a}(M) - m\overrightarrow{a_{O/\mathcal{R}_C}} \\ &\stackrel{\textcircled{1}}{\longrightarrow} m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(M) + m(\overrightarrow{G_a}(M) - \overrightarrow{G_a}(O)) \end{aligned}$$

◇ **Définition :** On appelle :

- **terme des marées** (ou **champ de gravitation différentielle**) l'expression :

$\overrightarrow{\alpha}(M) = \overrightarrow{G_a}(M) - \overrightarrow{G_a}(O)$ où l'indice « a » représente l'influence de tous les astres autres que la Terre ;

- **champ de force des marées** l'expression : $\overrightarrow{f_m} = m\overrightarrow{\alpha}(M)$.

Alors, le **P.F.D.** pour un point matériel M étudié dans \mathcal{R}_G s'écrit :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \overrightarrow{F} + m\overrightarrow{G_T}(M) + m\overrightarrow{\alpha}(M)$$

I.5 Allure du champ de force de marée dû au Soleil ou à la Lune

• Soit $\mathcal{S} = \{M, m\}$ un point matériel du globe terrestre. On se limite à la force des marées qu'il subit :

$$\vec{f}_m = m\vec{\alpha}(M) = m(\vec{G}_a(M) - \vec{G}_a(O)) = \sum_i m(\vec{G}_i(M) - \vec{G}_i(O))$$

	Astre	Lune	Soleil	Vénus	Mars	Jupiter
Terme des marées (en $m.s^{-2}$)	$ \vec{G}_i(M) - \vec{G}_i(O) $	1.10^{-6}	5.10^{-7}	7.10^{-11}	1.10^{-12}	8.10^{-12}
Champs principaux de gravitation différentielle moyens exercés par les astres sur la Terre ($OM = R_T$)						

• Le terme des marées s'appelle ainsi parce qu'il est à l'origine du phénomène des marées, qu'il s'agisse des marées océaniques, des marées terrestres ou des marées atmosphériques.

Les valeurs du tableau ci-dessus, que nous justifieront bientôt, montrent que les influences de la Lune et du Soleil sont prépondérantes, et que celles des autres astres sont négligeables pour comprendre le phénomène des marées.

Bien que l'influence de la lune soit la plus importante, il est plus simple de raisonner, dans un premier temps, sur la force des marées due au seul Soleil en se souvenant que le référentiel géocentrique est non galiléen par rapport au référentiel de Copernic :

$$\vec{f}_m^S(M) = m\vec{\alpha}_S(M) = m\vec{G}_S(M) - m\vec{G}_S(O) = \vec{F}_{S \rightarrow M} + \vec{F}_{ie}^S$$

avec :

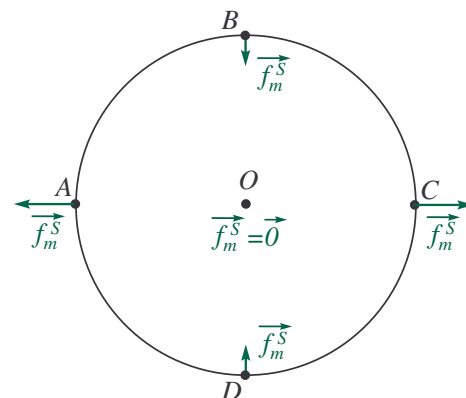
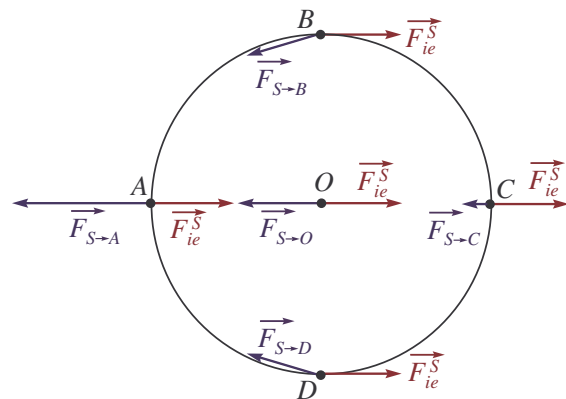
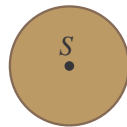
$\vec{F}_{S \rightarrow M} = m\vec{G}_S(M)$ est la **force gravitationnelle** que le Soleil exerce sur M .

Il faut noter qu'elle **dépend du point M** et de sa position par rapport au Soleil.

Elle diminue lorsque $r = SM$ augmente.

$\vec{F}_{ie}^S = -m\vec{G}_S(O)$ est la contribution du Soleil à la **force d'inertie d'entraînement** que subit le point M dans \mathcal{R}_G .

Il faut noter qu'elle est **uniforme** : elle est indépendante du point M appartenant au globe terrestre.



• Si ces deux forces s'opposent parfaitement au centre O de la Terre, ce n'est plus le cas partout ailleurs :

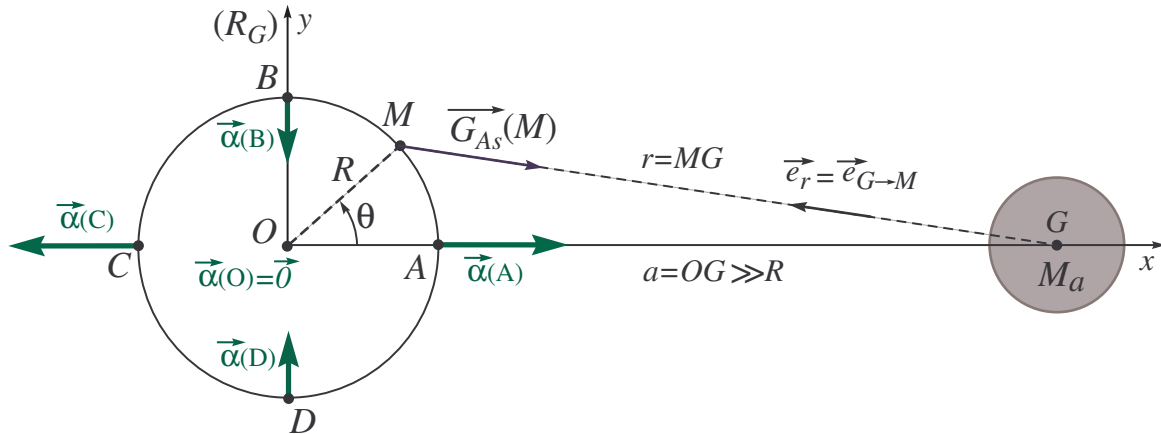
- les points de la **surface terrestre ensoleillée** sont plus proche du Soleil que ne l'est le centre de la Terre \rightarrow l'attraction gravitationnelle du Soleil l'emporte sur la force d'inertie d'entraînement ; la **force de marée** résultante est donc globalement dirigée **vers le Soleil**.

- les points de la **face nocturne** de la Terre sont plus éloignés du Soleil que ne l'est le centre de la Terre \rightarrow l'attraction gravitationnelle du Soleil est plus faible que la force d'inertie d'entraînement ; la **force de marée** résultante est donc globalement dirigée **vers les étoiles** opposées au Soleil par rapport à O .

I.6 Calcul du terme des marées dû à un astre (théorie statique)

Hypothèses de la théorie statique des marées :

- on assimile la Terre à une **sphère** de rayon R et de centre O ;
- la terre est supposée **fixe** dans le référentiel géocentrique $\mathcal{R}_G(Oxyz)$ (on ne tient pas compte de sa rotation autour de l'axe des pôles) ;
- l'astre est supposé **fixe** dans \mathcal{R}_G , de masse M_a , de barycentre G **dans le plan de l'équateur**, à la distance $a = OG$ de la Terre ($a = OG \gg R$) ;
- le point M , de masse m est un point de la surface terrestre dans le plan de l'équateur.



$$\vec{G}_{As}(O) = -\mathcal{G} \frac{M_a}{OG^2} \vec{e}_{G \rightarrow O} = \mathcal{G} \frac{M_a}{a^3} \vec{OG} \quad \text{et} \quad \vec{G}_{As}(M) = -\mathcal{G} \frac{M_a}{MG^2} \vec{e}_{G \rightarrow M} = \mathcal{G} \frac{M_a}{r^3} \vec{MG}$$

$$\vec{\alpha}_{As}(M) = \vec{G}_{As}(M) - \vec{G}_{As}(O) = \mathcal{G} M_a \left(\frac{\vec{MG}}{r^3} - \frac{\vec{OG}}{a^3} \right)$$

- Nous devons exprimer \vec{OG} , \vec{MG} dans $\mathcal{R}_G(Oxyz)$:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{OG} = a \vec{e}_x \\ \vec{MG} = \vec{MO} + \vec{OG} = a \vec{e}_x - \vec{OM} \\ \text{avec } \vec{OM} = R \cos \theta \vec{e}_x + R \sin \theta \vec{e}_y \end{array} \right\} \text{d'où : } \left\{ \begin{array}{l} \vec{MG} = (a - R \cos \theta) \vec{e}_x - R \sin \theta \vec{e}_y \\ r^3 = \|\vec{MG}\|^3 = \left[(a - R \cos \theta)^2 + R^2 \sin^2 \theta \right]^{\frac{3}{2}} \end{array} \right.$$

- Il faut également exprimer $\frac{1}{r^3}$, de manière approchée, en faisant un **Développement Limité** à l'ordre 1 pour la variable $\frac{R}{a} \ll 1$.

On fait d'abord apparaître cette variable dans l'expression de r^3 :

$$r^3 = \left[a^2 - 2Ra \cos \theta + R^2 \right]^{\frac{3}{2}} = \left[a^2 \left(1 - 2\frac{R}{a} \cos \theta + \frac{R^2}{a^2} \right) \right]^{\frac{3}{2}} = a^3 \left(1 - 2\frac{R}{a} \cos \theta + \frac{R^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}}$$

$$\frac{1}{r^3} = \frac{1}{a^3} \left(1 - 2\frac{R}{a} \cos \theta + \frac{R^2}{a^2} \right)^{-\frac{3}{2}} \simeq \frac{1}{a^3} \left(1 + 3\frac{R}{a} \cos \theta - \frac{3}{2} \left(\frac{R}{a} \right)^2 + \dots \right) \quad \left[\text{DL}_1 \text{ en } \frac{R}{a} \right]$$

- On en déduit le terme des marées exprimé dans la base (\vec{e}_x, \vec{e}_y) :

$$\vec{\alpha}_{As}(M) = \mathcal{G} M_a \left(\frac{\vec{MG}}{r^3} - \frac{\vec{OG}}{a^3} \right) = \mathcal{G} M_a \begin{vmatrix} \frac{1}{a^3} \left(1 + 3\frac{R}{a} \cos \theta \right) (a - R \cos \theta) & -\frac{1}{a^2} \\ \frac{1}{a^3} \left(1 + 3\frac{R}{a} \cos \theta \right) (-R \sin \theta) & +0 \end{vmatrix}$$

Soit, toujours en se limitant à l'ordre 1 en $\frac{R}{a}$:

$$\vec{\alpha}_{As}(M) = \mathcal{G} M_a \begin{vmatrix} \frac{1}{a^2} \left(1 + 3\frac{R}{a} \cos \theta \right) \left(1 - \frac{R}{a} \cos \theta \right) - \frac{1}{a^2} & \\ \frac{1}{a^2} \left(1 + 3\frac{R}{a} \cos \theta \right) \left(-\frac{R}{a} \sin \theta \right) & \end{vmatrix} = \mathcal{G} \frac{M_a}{a^2} \begin{vmatrix} 2\frac{R}{a} \cos \theta - 3 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \cos^2 \theta & \\ -\frac{R}{a} \sin \theta - 3 \left(\frac{R}{a} \right)^2 \cos \theta \sin \theta & \end{vmatrix}$$

Finalement : $\vec{\alpha}_{As}(M) = \mathcal{G} \frac{M_a}{a^3} (2R \cos \theta \vec{e}_x - R \sin \theta \vec{e}_y)$, c'est-à-dire : $\vec{\alpha}_{As}(M) = \mathcal{G} \frac{M_a}{a^3} (2x \vec{e}_x - y \vec{e}_y)$

Soit, pour les quatre points particuliers du schéma :

$\theta = 0$	$M = A$	$\vec{\alpha}_{As}(A) = 2\mathcal{G} \frac{M_a R}{a^3} \vec{e}_x$
$\theta = \frac{\pi}{2}$	$M = B$	$\vec{\alpha}_{As}(B) = -\mathcal{G} \frac{M_a R}{a^3} \vec{e}_y$
$\theta = \pi$	$M = C$	$\vec{\alpha}_{As}(C) = -2\mathcal{G} \frac{M_a R}{a^3} \vec{e}_x$
$\theta = \frac{3\pi}{2}$	$M = D$	$\vec{\alpha}_{As}(D) = \mathcal{G} \frac{M_a R}{a^3} \vec{e}_y$

CI : le champ de force des marées tend à « écarteler » les points situés à la surface de la Terre.

→ Ceci explique qu'au voisinage d'une planète les forces de marées peuvent disloquer un satellite (Cf **Ex-M11.5**)

I.7 Marées océaniques

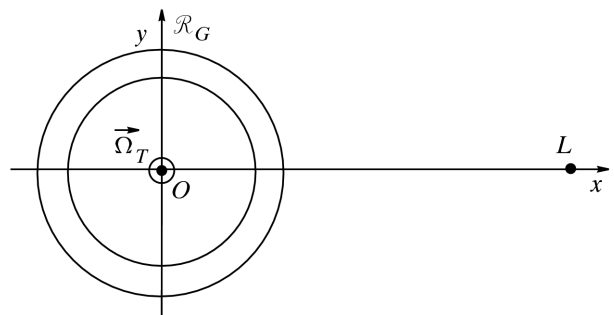
« À marée haute, le flot la séparait de la banque², et la Corne était isolée. À marée basse, on y arrivait par un isthme de roches praticables. Le curiosité de ce rocher, c'était du côté de la mer, une sorte de chaise naturelle creusée par la vague et polie par la pluie. cette chaise était traître. on y était insensiblement amené par la beauté de la vue; on s'y arrêtait « pour l'amour du prospect » comme on dit à Guernesey; quelque chose vous retenait; il y a un charme dans les grands horizons. »

Victor HUGO – *Les travailleurs de la mer* ()

◆ Simplification du problème :

Hyp1 : On suppose la Terre sphérique, recouverte entièrement d'eaux, lesquelles eaux sont réparties uniformément en l'absence du terme de marée (au repos dans \mathcal{R}_G).

Hyp2 : On suppose la Lune (en fait, son centre d'inertie L) dans le plan de l'équateur.



A.N. : Retour sur les valeurs maximales des termes de marées dus à la Lune et au Soleil :

Si on choisit comme valeur de référence g_0 , champ de gravitation terrestre à la surface du globe :

$$g_0 = \|\vec{G}_T(r = R_T)\| = \mathcal{G} \frac{M_T}{R_T^2} \simeq 9,8 \text{ m.s}^{-2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \vec{\alpha}_L(A) = \vec{G}_L(A) - \vec{G}_L(O) = 2\mathcal{G} \frac{M_L R_T}{OL^3} \vec{e}_{O \rightarrow L} \\ OL = 348\,000 \text{ km} (\simeq 60 R_T) \\ M_L = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg} \end{array} \right\} \rightarrow \alpha_L(A) = 2g_0 \frac{M_L}{M_T} \left(\frac{R_T}{OL} \right)^3 \simeq 1,5 \cdot 10^{-7} g_0$$

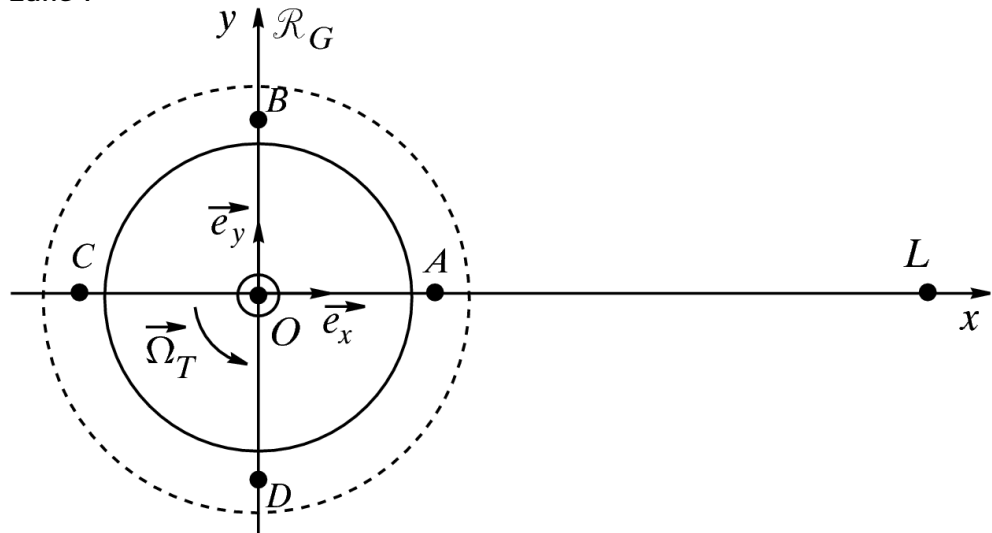
$$\left. \begin{array}{l} \vec{\alpha}_S(A) = \vec{G}_S(A) - \vec{G}_S(O) = 2\mathcal{G} \frac{M_S R_T}{OS^3} \vec{e}_{O \rightarrow S} \\ OS \equiv 1 \text{ u.a.} = 1,495 \cdot 10^{11} \text{ m} \\ M_S = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg} \end{array} \right\} \rightarrow \alpha_S(A) = 2g_0 \frac{M_S}{M_T} \left(\frac{R_T}{OS} \right)^3 \simeq 5,2 \cdot 10^{-8} g_0$$

Donc : $\left\| \frac{\alpha_L}{\alpha_S} \right\| \simeq 2,9$

→ L'influence de la Lune est certes (légèrement) prépondérante, mais celle du Soleil ne pourra être négligée pour une interprétation complète (cf. ci-après).

2. Terme de marine. Navire qui fait la pêche de la morue sur le banc de Terre-Neuve (Le Littre)

♦ Influence de la Lune :



Csqce : Formation de « bourrelets océaniques » : **marées hautes** en A et C / **marées basses** en B et D.

→ Ainsi, en un point M de l'équateur il y a deux marées hautes et deux marées basses par jour (« en gros ») puisque ce point passe successivement par les positions A, B, C et D vis-à-vis de la Lune.

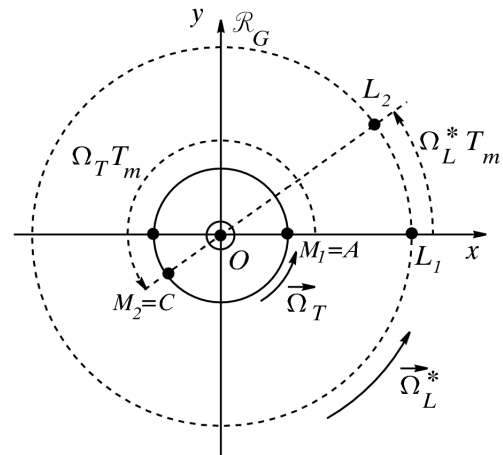
Donc, si la Lune était fixe dans \mathcal{R}_G , la durée séparant deux marées identiques (haute ou basse) correspondrait à la période : $T_{\text{marée}} = 12 \text{ h}$.

... **mais** la situation est plus compliquées, la Lune n'étant pas fixe dans le référentiel géocentrique \mathcal{R}_G .

En effet, la Lune a un mouvement circulaire apparent autour de la Terre de période $T_L^* \simeq 27,32 \text{ j}$ dans \mathcal{R}_G .

Si la première marée haute a lieu à $t = t_1$ en $M = M_1$ correspondant à la situation 'A' (O, M_1, L_1) alignés dans cet ordre),

la marée haute suivante a lieu pour $t = t_2 > \frac{T_T}{2}$, puisqu'il faut que M soit en M_2 correspondant à la situation 'C' (M_2, O, L) alignés dans cet ordre).



La période des marées est donc : $T_m = t_2 - t_1$. Et on a la relation : $\Omega_T T_m = \Omega_L^* T_m + \pi$, soit :

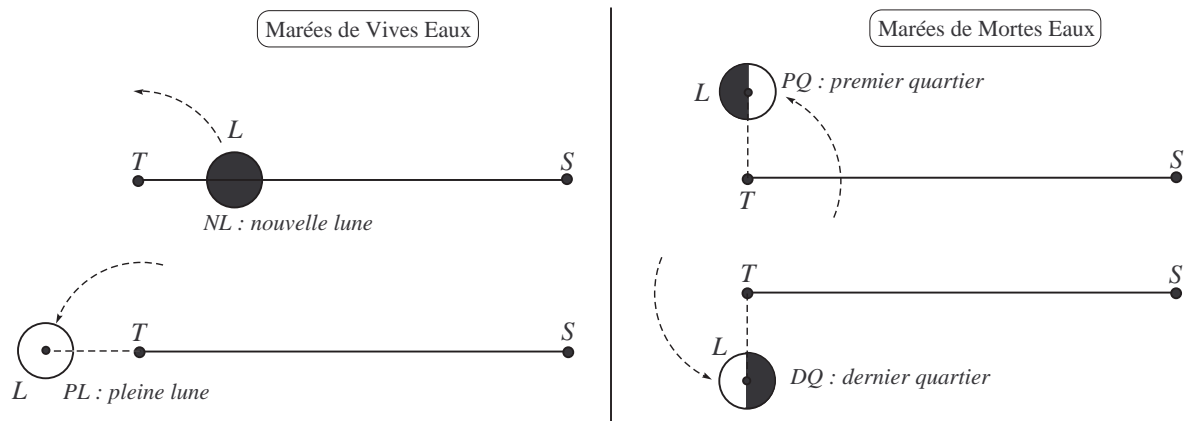
$$T_m = \frac{\pi}{\Omega_T - \Omega_L^*} = \frac{\pi}{\frac{2\pi}{T_T} - \frac{2\pi}{T_L^*}} \quad \text{Soit : } T_m = \frac{T_T \cdot T_L^*}{2(T_L^* - T_T)} = \frac{1 \text{ j} \cdot 27,32 \text{ j}}{2(27,32 - 1) \text{ j}} = 0,52 \text{ j}$$

$T_m = 12 \text{ h } 27 \text{ min}$
 → Entre une marée et celle qui lui correspond le jour suivant, on observe un retard d'environ 50 min.

♦ **Influence du Soleil :** elle est du même ordre de grandeur que celle de la Lune (40%) → Il faut donc en tenir compte.

Hyp 3 : On néglige l'inclinaison de l'axe des pôles par rapport à la perpendiculaire à l'écliptique : cela revient à identifier le plan de l'équateur et celui de de l'écliptique.

→ donc O , L et S (centre d'inertie du Soleil) sont dans le même plan.



Rque : le modèle des marées que nous avons présenté est très simple, pour ne pas dire simpliste :

- la Lune est rarement dans le plan de l'équateur ou dans le plan de l'écliptique ;
- la Terre n'est pas sphérique et n'est pas entièrement recouverte d'océans ;
- on n'a pas tenu compte des courants marins (qui ont pour effet que les bourrelets ne sont plus alignés avec O et L) ;
- cette théorie, si on la poursuit, indique une amplitude des marées de $0,6\text{ m}$;

ceci correspond assez bien aux amplitudes mesurées sur certaines îles du Pacifique (1 m), MAIS elle n'explique pas les amplitudes beaucoup plus importantes de certaines marées : 15 m dans la baie de Fundy au Canada (!), 10 m dans la baie du Mont St-Michel, ... \rightarrow visiblement, il faut tenir compte du relief des côtes (qui créent des conditions de résonance avec les ondes de marées).

Autres Conséquences des forces de marées :

Synchronisation de la Lune avec la Terre (la Lune présente toujours la même face à la Terre)

Ralentissement de la rotation de la Terre sur elle-même (le jour augmente de 2 milliseconde par siècle)

Éloignement de la Lune de la Terre (4cm par an)

(R. Lehouq, J.-M. Courty et E. Kierlyk, *Les forces des Marées*, dans *Les Lois du Monde*, Belin, p. 126-129.)

<http://perso.wanadoo.fr/philippe.boeuf/robert/astro/astronomie/lune.htm>

http://www.dinosoria.com/rotation_terre.htm

1.8 Référentiel géocentrique considéré comme galiléen

On a vu que le marnage est de l'ordre du mètre ou de la dizaine de mètre. Cette amplitude est importante au regard de **l'échelle humaine** et cette seule remarque contient toutes les conséquences dramatiques que les marées peuvent avoir sur la vie et l'activité humaines.

Pour autant, une amplitude d'une dizaine de mètre s'ajoutant ou se retranchant aux 6400 km du rayon terrestre correspond à un effet minime à **l'échelle terrestre** — puisque dans un rapport de $1/640000 \sim 2 \cdot 10^{-6}$.

Les marées étant, *du point de vue de la physique à l'échelle du globe terrestre*, un phénomène de faible amplitude, on pourra les négliger en première approximation, ce qui revient à négliger le champ de force des marées dans le **P.F.D.** appliqué dans le référentiel géocentrique :

$$\left. \begin{array}{l} m\overline{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \vec{F} + m^* \vec{G}_T(M) + m \vec{\alpha}(M) \\ \|\vec{\alpha}_L\| \sim \|\vec{\alpha}_S\| \ll g_0 = \|\vec{G}_T(r = R_T)\| \\ g_0 \sim \|\vec{G}_T(M)\| \text{ si } M \text{ proche de la Terre} \end{array} \right\} \Rightarrow \overline{a_{M/\mathcal{R}_G}} = \vec{F} + m^* \vec{G}_T(M)$$

avec \vec{F} les forces « occasionnelles »
i.e. autres que la force de gravitationnelle

Pour un point M proche de la Terre, en première approximation, \mathcal{R}_G se comporte comme un référentiel galiléen à condition de négliger tous les champs gravitationnels autres que le champ gravitationnel terrestre.

II Le poids (ou Statique dans le référentiel Terrestre)

II.1 Prologue : jour solaire et jour sidéral

• Pour déterminer la valeur de ce qu'on va appeler « jour sidéral », on travaille dans le plan de l'écliptique, y considérant le référentiel de Copernic \mathcal{R}_C , le référentiel terrestre \mathcal{R}_T (lié à un point du sol terrestre, par lequel passe un méridien) et le référentiel \mathcal{R}' (lié au rayon vecteur \vec{SO}).

Par simplification, on suppose, dans ce seul paragraphe, l'axe des pôles orthogonal à l'écliptique.

• Dans le référentiel de Copernic, le référentiel terrestre \mathcal{R}_T tourne autour de l'axe des pôles à la vitesse angulaire ω_T . La période associée à ω_T s'appelle le **jour sidéral** :

$$1 \text{ js} = T_{\text{sid}}$$

$$\text{avec } \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_C} = \omega_T \vec{e}_z = \frac{2\pi}{T_{\text{sid}}} \vec{e}_z$$

• Cette période du mouvement de rotation de la Terre autour de son axe étudié par rapport à des directions fixes (liées aux étoiles fixes de \mathcal{R}_C) est en fait légèrement inférieure à un **jour (solaire)** de 24 h (86 400 s).

En effet, un jour solaire correspond à la période « zénithale », c'est-à-dire à la durée qui s'écoule pour que le soleil passe à nouveau au méridien d'un même lieu :

$$1 \text{ j} = T_{\text{zénith}} \text{ avec } \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}'} = \frac{2\pi}{T_{\text{zénith}}} \vec{e}_z$$

• Par ailleurs, par rapport au référentiel de Copernic, le référentiel \mathcal{R}' a une période de rotation autour de O égale à une année terrestre :

$$1 \text{ an} = 365,25 \text{ j} = T_{\text{orb}} \text{ avec } \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}_C} = \frac{2\pi}{T_{\text{orb}}} \vec{e}_z$$

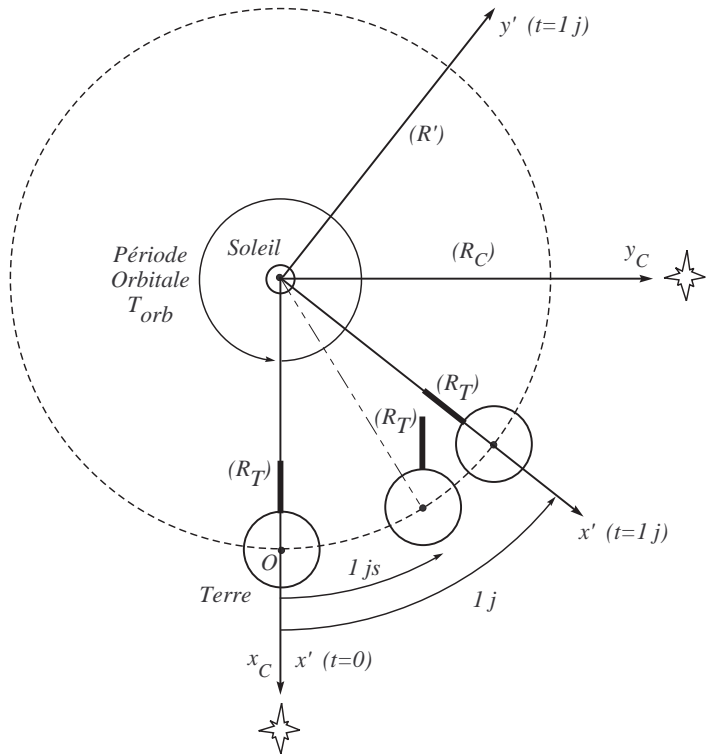
• La loi de composition des vecteurs rotation (→ Cf Cours M8) donne :

$$\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}_C} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_T/\mathcal{R}'} + \vec{\Omega}_{\mathcal{R}'/\mathcal{R}_C} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{T_{\text{sid}}} = \frac{2\pi}{T_{\text{zénith}}} + \frac{2\pi}{T_{\text{orb}}}$$

$$\text{Soit : } T_{\text{sid}} = \frac{T_{\text{zénith}} T_{\text{orb}}}{T_{\text{zénith}} + T_{\text{orb}}} = \frac{365,25}{366,25} \text{ j}, \text{ et donc : } 1 \text{ js} = 86\,164 \text{ s}$$

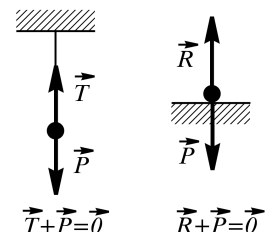
• On en déduit la vitesse angulaire de rotation de la Terre autour de l'axe des pôles :

$$\omega_T = \frac{2\pi}{T_{\text{sid}}} \simeq 7,29 \cdot 10^{-5} \simeq 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$$



II.2 Définition expérimentale du poids d'un corps

◇ **Définition** : On définit expérimentalement le **poids** d'un point matériel (ou force de pesanteur terrestre) par la *force opposée à celle qui le maintient en équilibre dans le référentiel terrestre \mathcal{R}_T .*



Rq1 : Attention ! Parler du « poids » d'un corps dans le référentiel géocentrique ou bien le référentiel de Copernic n'a donc aucun sens puisque le « poids » est défini dans le référentiel terrestre seulement.

De même le poids sur Jupiter n'est défini que par rapport au référentiel du « laboratoire » sur Jupiter et non par rapport au référentiel « Jupiterocentrique » !

Rq2 : la direction du fil tendu définit alors la **verticale locale** du lieu.

II.3 Relation entre pesanteur, gravitation et inertie

- Le référentiel géocentrique \mathcal{R}_G est supposé galiléen.
- M est **proche** de la Terre.
- on néglige $\vec{G}_a(M)$ (et donc $\vec{a}(M)$) devant $\vec{G}_T(M)$:

$$\vec{G}(M) \simeq \vec{G}_T(M) + \vec{G}_a(M)$$

et

$$ma_M/\mathcal{R}_G = \vec{F} + m^* \vec{G}_T(M)$$

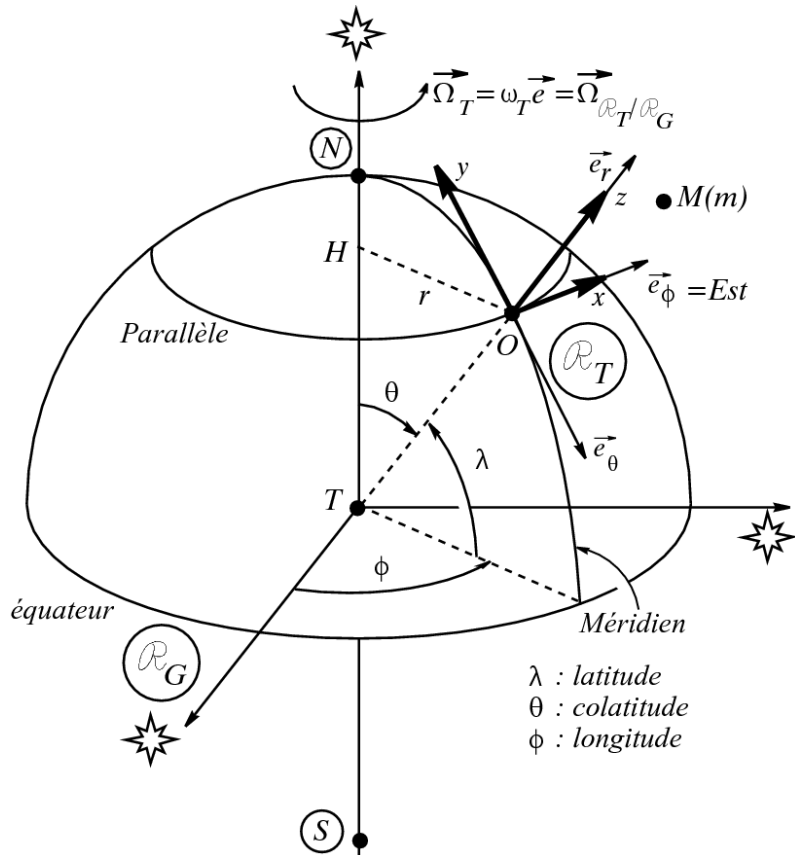
- Dans \mathcal{R}_G , l'axe des pôles est fixe. La Terre tourne sur elle-même sur cet axe à la vitesse angulaire ω_T et avec le vecteur vitesse angulaire :

$$\vec{\Omega}_T = \omega_T \vec{e}_{SN} = \frac{2\pi}{T_{sid}} \vec{e}_{SN}$$

avec T_{sid} , le jour *sidéral* (§II.1) sur Terre :

$$T_T = T_{sid} = 86\,164\,s$$

$$T_T = 23\,h\,56\,min\,4\,s \simeq 24\,h$$



- \mathcal{R}_T est **non galiléen** puisqu'il est en rotation autour de \mathcal{R}_G .
- Pour pouvoir exprimer le poids de M , nous étudions l'équilibre de ce point matériel dans \mathcal{R}_T . Bilan des forces :

(1) **Force gravitationnelle** : $m^* \vec{G}(M)$; avec :

- m^* , la masse *grave* ;
- $m^* \vec{G}(M) \simeq m^* \vec{G}_T(M)$ car supposer \mathcal{R}_G galiléen revient à négliger l'attraction gravitationnelle des autres astres devant celle de la Terre, donc à ne pas tenir compte du terme des marées.

(2) **Force occasionnelle** \vec{F} : ici, il s'agit de la force qui maintient l'équilibre ; par exemple la tension \vec{T} du fil qui retient M , si M est la masse d'un pendule à l'équilibre.

(3) **Pseudo-Forces : Forces d'inertie** (puisque \mathcal{R}_T a un mouvement de rotation par rapport à \mathcal{R}_G) :

- force d'inertie d'entraînement : $\vec{F}_{ie} = -m \vec{a}_e(M) =$
- force d'inertie de Coriolis : $\vec{F}_C = -m \vec{a}_C(M) =$
- avec, dans ces deux expressions , m qui représente la masse *inerte*.

Rq : \vec{F}_{ie} est une force d'inertie d'entraînement de type *centrifuge*. Elle est donc conservative (→ Cf Cours M9).

- Principe Fondamental de la Dynamique appliqué à M dans \mathcal{R}_T :

$$m \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_T}} = m^* \overrightarrow{G_T}(M) + \overrightarrow{T} - m \overrightarrow{a_e}(M) - 2m \overrightarrow{\Omega_T} \times \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_T}}$$

Comme nous sommes à l'équilibre :

$$\begin{cases} \overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}_T}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_T}} = \overrightarrow{0} \\ \overrightarrow{T} + \overrightarrow{P} = \overrightarrow{0} \end{cases} \Leftrightarrow \overrightarrow{T} = -\overrightarrow{P} \quad \begin{array}{l} \text{le P.F.D.} \\ \text{devient} \end{array} \quad \overrightarrow{0} = m^* \overrightarrow{G_T}(M) - \overrightarrow{P} - m \overrightarrow{a_e}(M) + \overrightarrow{0}$$

◇ **Définition** : Le **poids d'un point matériel**, défini uniquement dans le référentiel lié au sol terrestre, s'écrit donc :

$$\overrightarrow{P} = m^* \overrightarrow{G_T}(M) - m \overrightarrow{a_e}(M) = m^* \overrightarrow{G_T}(M) + m \omega_T^2 \overrightarrow{HM}$$

Pesanteur = Force gravitationnelle + Force d'inertie d'entraînement

II.4 Principe Fondamental de la Dynamique dans \mathcal{R}_T

Rq : ne pas oublier que $\overrightarrow{F_{ie}}$ est présente dans le poids \overrightarrow{P} !

II.5 Identité de la masse grave et de la masse inerte

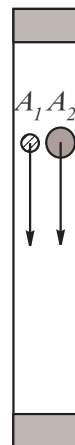
- Expérimentalement, Newton a établi qu'il y a équivalence entre la masse *grave* et la masse *inerte* : $m = m^*$.
- **Expérience du tube de Newton** : dans un tube dans lequel on fait le *vide*, on constate que deux points matériels de masses (inertes/graves) différentes et lâchés sans vitesse initiale acquièrent, au cours d'une chute, la même *vitesse* et donc *même accélération*.

(1)

(2)

(3)

(4)



II.6 Champ de pesanteur terrestre

Puisque $m^* = m$, on a $\vec{P} = m(\vec{G}_T(M) - \vec{a}_e(M))$

◇ **Définition** : On appelle **champ de pesanteur terrestre** le champ vectoriel noté

$\vec{g}(M)$ tel que : $\vec{g}(M) \equiv \frac{\vec{P}}{m} = \vec{G}_T(M) - \vec{a}_e(M)$.

→ On a donc : $\vec{g}(M) = \vec{G}_T(M) + \omega_T^2 \overrightarrow{HM}$

Importance du terme centrifuge $\omega_T^2 \overrightarrow{HM}$ dans l'expression du champ de pesanteur : → Cf **Cours**.

CI : En tout point de la surface terrestre, et *jusqu'à une altitude d'une dizaine de kilomètres*, on peut considérer :

- (1) que le champ de pesanteur \vec{g} n'est dû qu'à l'attraction terrestre
- (2) que \vec{g} est donc dirigé vers le centre de la Terre (supposée sphérique)
- (3) que l'intensité de la pesanteur est $g \simeq g_0 = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ à 0,5 % près.

Rq : La conclusion (2) rappelle que nous nous plaçons dans l'hypothèse simplificatrice d'une Terre considérée parfaitement sphérique. En réalité, la Terre se rapproche plus d'un ellipsoïde d'axe l'axe des pôles et aplati le long de cet axe comme l'avait supposé Newton. On a vérifié depuis qu'effectivement le rayon terrestre équatorial est plus grand de 20 km que le rayon terrestre mesuré au niveau des pôles :

rayon terrestre équatorial ($R_{T,e} = 3378 \text{ km}$) > rayon terrestre polaire ($R_{T,p} = 6357 \text{ km}$)

La raison de cet aplatissement au niveau de l'équateur ? c'est une conséquence de la force d'inertie d'entraînement $m\omega_T^2 \overrightarrow{HM}$ qui agit sur une Terre qui n'est pas un « solide » au sens d'un corps parfaitement rigide :

« (...) une masse d'huile étant mise en suspension au sein d'un liquide, on la transperce au moyen d'une aiguille qu'on anime ensuite d'un vif mouvement de rotation ; entraîné par l'aiguille la masse d'huile, d'abord à peu près sphérique, subit l'action de la force centrifuge et s'aplatit légèrement, phénomène grâce auquel nous pouvons concevoir ce qui s'est produit pour la Terre, qui n'est pas rigoureusement sphérique mais déformé d'une manière analogue à celle dont se déforme la masse d'huile, par l'effet de sa rotation autour de l'axe des pôles (...) »

Michel Leiris – *L'âge d'homme* (1939)

III Dynamique terrestre

III.1 Vecteur rotation de \mathcal{R}_T par rapport à \mathcal{R}_G

• **Hypothèses simplificatrices** :

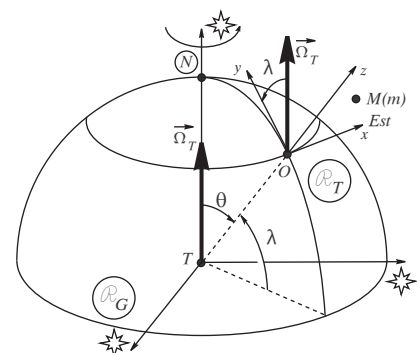
Hyp1 : \vec{e}_z = « verticale locale ».

Hyp2 : $\vec{g}(M) = -g\vec{e}_z$: le champ de pesanteur est uniforme.

• Comme la force d'inertie d'entraînement est contenue dans le poids, la seule force d'inertie à prendre en compte est la force de Coriolis :

$$\vec{F}_C = -2m\vec{\Omega}_T \times \vec{v}_{M/\mathcal{R}_T}$$

• Il est commode de décomposer $\vec{\Omega}_T$ en sa composante $\vec{\Omega}_y$ horizontale (dirigée vers le Nord) et sa composante $\vec{\Omega}_z$ verticale :



$$\vec{\Omega}_T = \vec{\Omega}_y + \vec{\Omega}_z = \omega_T \cos \lambda \vec{e}_y + \omega_T \sin \lambda \vec{e}_z \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \vec{\Omega}_y = \vec{\Omega}_{//} & \text{c. tangentielle au plan horizontal} \\ \vec{\Omega}_z = \vec{\Omega}_{\perp} & \text{c. normale au plan horizontal} \end{cases}$$

Rq : La décomposition de \vec{W}_T est valable dans les deux hémisphères du globe terrestre en tenant compte de la valeur algébrique de la latitude : $\lambda > 0$ dans l'hémisphère Nord, $\lambda < 0$ dans l'hémisphère Sud.

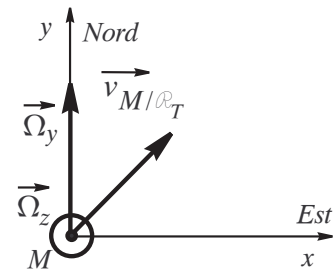
Ordre de grandeur : la plupart du temps, la force d'inertie de Coriolis est négligeable devant le poids :

Retenir : → Les effets de la force de Coriolis sont mis en évidence dans des cas particuliers :

- M a une masse importante ;
- M a une vitesse importante dans \mathcal{R}_T ;
- on étudie le phénomène sur une longue durée / sur une trajectoire importante.
- ou bien on effectue une mesure qui demande une grande précision.

III.2 Mouvement dans le plan horizontal : force « vers la droite » (Hém. Nord)

$$\begin{aligned} \vec{F}_C &= -2m \vec{\Omega}_T \times \vec{v}_{M/\mathcal{R}_T} \\ &= \underbrace{-2m \vec{\Omega}_y \times \vec{v}_{M/\mathcal{R}_T}}_{\vec{F}_{CV}} + \underbrace{-2m \vec{\Omega}_z \times \vec{v}_{M/\mathcal{R}_T}}_{\vec{F}_{CH}} = \vec{F}_{CV} + \vec{F}_{CH} \end{aligned}$$



$$F_{CH} = 2m \Omega_z v_{M/\mathcal{R}_T} = 2m \omega_T \sin \lambda v_{M/\mathcal{R}_T}$$

A.N. :

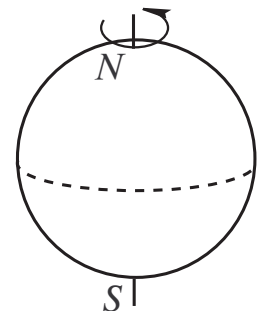
$$\left. \begin{aligned} m &= 1000 \text{ kg} \\ v_{M/\mathcal{R}_T} &= 50 \text{ m.s}^{-1} = 180 \text{ km.h}^{-1} \\ \lambda &\simeq 45^\circ \rightarrow \sin \lambda = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \omega_T &= 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rd.s}^{-1} \end{aligned} \right\} \rightarrow F_{CH} =$$

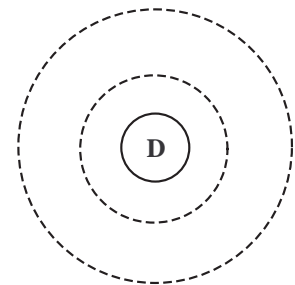
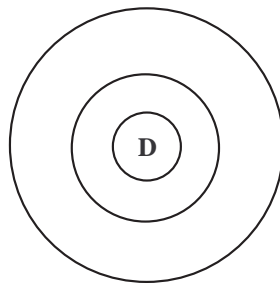
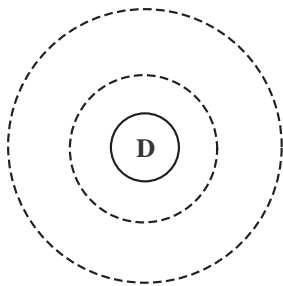
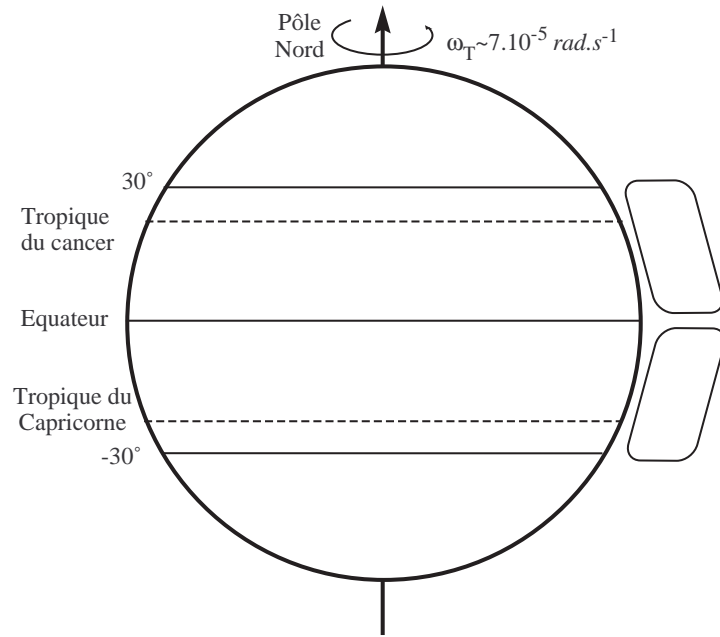
Soit l'équivalent d'un poids de masse $0,52 \text{ kg}$! Ceci confirme le **caractère galiléen approché** du référentiel terrestre \mathcal{R}_T pour les mouvements usuels.

• \vec{F}_C tend à faire tourner M :

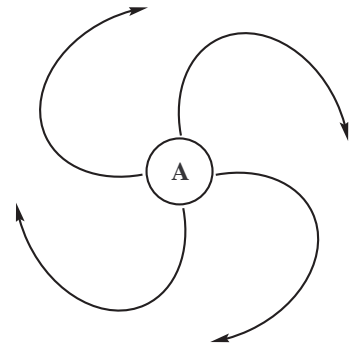
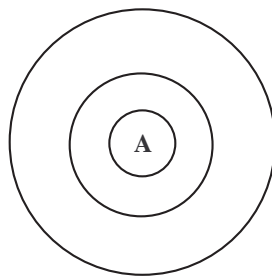
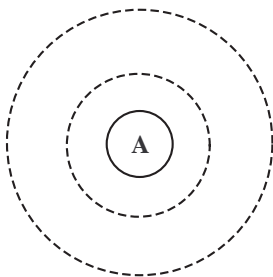
- dans le sens dans l'hémisphère Nord ;
- dans le sens dans l'hémisphère Sud.

→ ceci explique le sens de rotation des vents atmosphériques, des cyclones, des courants marins dans les deux hémisphères.





Cl :



Cl :

III.3 Pendule de Foucault

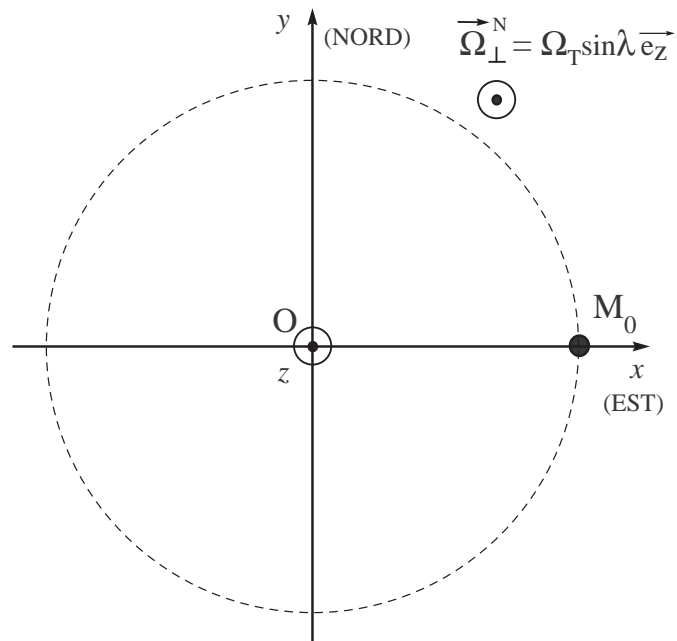
a Ce qu'on observe

• $\vec{F}_C =$

• Dans l'hémisphère Nord :

• Dans l'hémisphère Sud :

• Dans le plan de l'équateur :



Rq1 : Le schéma a été réalisé pour une expérience dans l'**hémisphère Nord** : alors il y a rotation dans le **sens horaire** du plan des oscillation.

Rq2 : Nous avons exagéré sur le schéma la rotation du plan des oscillations. En réalité, pour l'expérience du Panthéon, il faut 7 000 allers et retours avant que le plan des oscillations opère un tour complet autour de Oz .

b Mouvement « à l'ordre 0 » : \mathcal{R}_T considéré comme galiléen

