

M2 – DYNAMIQUE NEWTONIENNE DANS UN RÉFÉRENTIEL GALILÉEN

« Ainsi, vous qui maintenant voyagez sur le nectar céleste,
Venez chanter avec moi la renommée
De Newton, chéri des Muses; car il
Révéla les trésors cachés de la Vérité,
Tant Phébus illumina son esprit
De l'éclat de sa propre divinité.
Jamais aucun mortel n'approcha plus près les dieux. »

Edmund HALLEY (1656-1742) – *préface aux Principia* (1687)

OBJECTIFS

La théorie de la mécanique classique (= newtonienne) repose sur trois principes fondés sur l'expérience (et donc, indémontrables par des principes antérieurs).

Ces principes concernent la dynamique et donc, grâce à l'introduction de la notion de force (action d'un corps sur un autre), ils vont permettre de prévoir le mouvement d'un corps dans un environnement donné.

Objectifs de cette leçon :

- Notions d'inertie, de référentiel galiléen et de force.
- Les trois lois de Newton.
- Relier le mouvement d'un mobile ponctuel aux actions mécaniques auxquelles il est soumis.
- Savoir étudier un mouvement de chute libre avec frottement
- Savoir exprimer la force de rappel d'un ressort.
- Notion d'équilibre et critère de stabilité d'un équilibre.

I Première loi de Newton : Principe d'inertie

I.1 Définition

◇ **Définition :** Dans un référentiel \mathcal{R} , on attribue, à tout point matériel M de masse m et de vitesse $\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$, un vecteur appelé **vecteur quantité de mouvement**, noté $\vec{p}_{M/\mathcal{R}}$ et défini par : $\vec{p}_{M/\mathcal{R}} = m\vec{v}_{M/\mathcal{R}}$

Rq 1 : m dans cette définition est la masse dite masse inertielle. Sa signification physique : plus cette masse est grande et plus il est difficile de modifier la vitesse de M .

Rq 2 : En mécanique classique $m = cste$.

Dit autrement : en mécanique classique, la masse inertielle est indépendante du temps, du référentiel ou de la vitesse de M : c'est une caractéristique *intrinsèque* du point matériel M .

Rq 3 : Unité de masse : depuis 1901, la masse de référence est le kilogramme étalon en platine irridié déposé au Bureau International des Poids et Mesures (→ Cf Cours IP2).

Rq 4 : Dimension de la quantité de mouvement : $[p] = M.L.T^{-1}$; unité : $kg.m.s^{-1}$.

◇ **Définition :** Un système est **isolé** s'il n'est soumis à aucune interaction avec le milieu extérieur (qu'on appelle « Univers »).

Un système est **pseudo-isolé** lorsque la somme des forces exercées par le milieu extérieur sur le système est nulle (ex : objet posé sur une table).

Né dans une famille aisée, après avoir suivi des études dans un monastère de Florence, Galileo Galilei dit GALILÉE, entre comme étudiant de médecine à l'Université de Pise en 1581. Attiré par l'étude des mathématiques, il la quitte en 1585. Après avoir donné des leçons privées à Florence et à Sienne, il s'intéresse aux lois mathématiques de la physique et, en 1589, il est élu professeur de mathématiques à l'Université de Pise. Il la quitte en 1592 pour celle de Padoue, où il enseigne la mécanique. Pendant cette période, il travaille sur les lois de la mécanique, prenant ses distances avec la physique d'Aristote qu'il juge trop spéculative. En 1590, dans un premier traité (appelé plus tard *De Motu, Du Mouvement*), il s'approche du **principe d'inertie**. Dans une lettre adressée en 1604 à Paolo Scarpia, il énonce la loi de la chute des corps où l'espace parcouru est proportionnel au carré du temps de parcours.



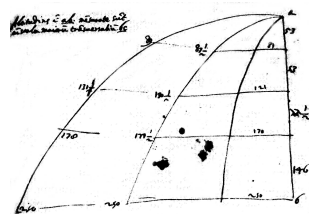
Galileo Galilei
Pise 1564 - Arcetri 1642



Lunette de Galilée

La même année, l'observation d'une nova lui confirme que « l'incorruptibilité » des cieux, chère à Aristote, doit être une idée erronée. En 1608, il apprend qu'un artisan néerlandais a fabriqué une nouvelle lunette propre à observer les astres après grossissement de l'image. Il perfectionne cette **lunette** et en construit une. Il est le premier à s'en servir pour mener des **observations astronomiques**, allant de découverte en découverte entre 1609 et 1610 : la Voie Lactée contient une multitude d'étoiles distinctes, le relief de la Lune est montagneux, Jupiter est entouré de quatre satellites qui gravitent autour de cette planète (Callisto, Ganymède, Europe et Io), Saturne a une forme singulière (mais par manque de résolution, la lunette ne permet pas d'identifier la structure en anneaux), le Soleil a des taches !

Galilée annonce ses premières découvertes dans *Siderius Nuncius* (Venise, 1610). Le succès est immédiat. Mais l'interprétation de ces observations lui suggère fortement une vision héliocentriste, thèse copernicienne qu'on lui interdira de soutenir publiquement à partir du 24 février 1616, date à laquelle le Saint-Office condamne Copernic et l'héliocentrisme en censurant l'idée d'une Terre mobile autour du Soleil immobile. Galilée persiste et signe, dans un ouvrage qu'il mettra six ans à écrire, les *Dialogues sur les deux principaux systèmes du monde* (1632). L'ouvrage est déferé à l'Inquisition et Galilée condamné à abjurer en juin 1633. Sa peine de prison est commuée en peine de résidence surveillée.



Cahier de TPs de Galilée sur le mouvement parabolique

Envoyé d'abord à Sienne, Galilée est autorisé à se retirer dans sa villa d'Arcetri, près de Florence. Là, il rédige son dernier livre (*Discours et démonstrations mathématiques sur deux nouvelles sciences*, 1638), concernant la mécanique et les sciences de l'ingénieur. On y trouve les définitions du **mouvement uniforme** et du **mouvement uniformément accéléré** qui est celui créé par exemple par la pesanteur. Traitées en exemples, on y trouve les **lois du pendule** avec l'isochronisme des petites oscillations (→ Cf Cours M2.V, M3/6) et la trajectoire parabolique des projectiles sous l'effet de la pesanteur (→ Cf Exercices M2).

De par ses découvertes, Galilée fut *Il Saggiatore*, « l'essayeur » (1623) qui pensa mathématiquement l'unité des mondes céleste et terrestre : en faisant rouler des billes sur un plan incliné ou en observant les phases de Vénus ou de la Lune, il montra que le sublunaire et la supralunaire sont soumis aux mêmes principes. Il proposa d'ailleurs le premier principe de relativité, appelé aujourd'hui « principe de relativité galiléenne » et qui stipule que la mécanique obéit aux mêmes lois quand on l'observe depuis plusieurs référentiels en mouvement rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres (→ Cf Cours M8/9).

I.2 Principe d'Inertie

■ **Première loi de Newton** ou **Principe d'Inertie** : Il existe des référentiels particuliers, appelés référentiels **galiléens**, par rapport auxquels un point matériel **isolé** ou **pseudo-isolé** est en **mouvement rectiligne uniforme**.

Rq : le Principe d'Inertie postule l'existence des référentiels galiléens ; et par là même il en donne la définition, donc le moyen de les reconnaître : si on arrive à trouver un référentiel où un point matériel (pseudo-)isolé évolue en ligne droite de manière uniforme ou bien reste immobile, alors \mathcal{R} est un référentiel galiléen \mathcal{R}_g .

I.3 Référentiels galiléens

a Le référentiel de Copernic \mathcal{R}_C

• À l'échelle des expériences humaines, le référentiel de COPERNIC est considéré comme la meilleure approximation de référentiel galiléen.

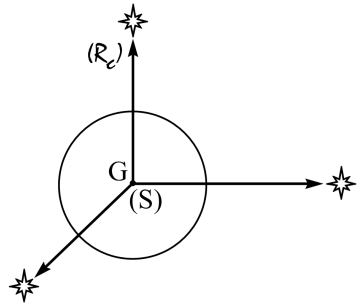
Cela signifie que dans ce référentiel, tout point matériel (pseudo-)isolé est immobile ou en mouvement rectiligne uniforme, *avec la précision de l'expérience*.

• **Déf** : G , barycentre du système solaire, est l'origine du repère associé au référentiel de COPERNIC, les trois axes pointant vers des étoiles « fixes » (très éloignées du système solaire).

Rq : La masse du système solaire étant presque concentrée dans le Soleil lui-même, G est quasiment confondu avec S , barycentre du Soleil. Lorsque S est l'origine du repère utilisant les mêmes directions que \mathcal{R}_C , on définit le référentiel « héliocentrique ».

Très souvent, à notre échelle, on confond ces deux référentiels.

• Donc : Si M est (pseudo-)isolé dans $mtc\mathcal{R}_C$: $\vec{v}_{M/\mathcal{R}_C} = \vec{C}ste$.

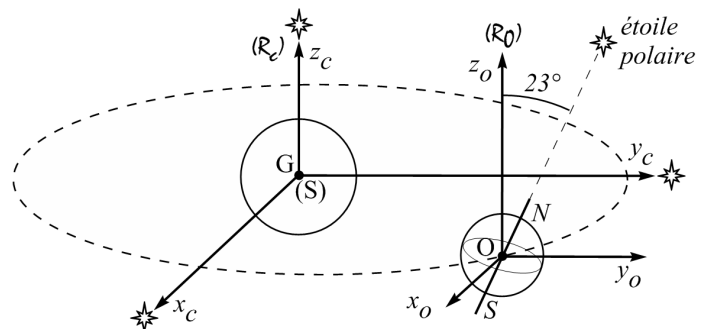


Il existe une infinité de référentiels galiléens, tous animés par rapport au référentiel de COPERNIC d'un mouvement de translation rectiligne uniforme (→ Cf Cours M8/9).

b Le Référentiel Géocentrique \mathcal{R}_O

• **Déf** : Un repère spatial lié au référentiel géocentrique \mathcal{R}_O a son origine au centre d'inertie O de la Terre et ses axes (Ox_0) , (Oy_0) et (Oz_0) sont respectivement parallèles à ceux du référentiel de COPERNIC.

(Le solide de référence définissant ce référentiel : l'axe de rotation de la Terre.)



• Sur une année (365,25 jours), \mathcal{R}_O a un mouvement de translation quasicirculaire (elliptique) p/r à $\mathcal{R}_C \Rightarrow$ **Cl** : \mathcal{R}_O n'est pas un référentiel galiléen ! ...

... **Mais**, sur une durée de quelques jours, le mouvement de \mathcal{R}_O par rapport à \mathcal{R}_C est pratiquement rectiligne uniforme.

Sauf indications contraires, on considérera le référentiel géocentrique \mathcal{R}_O comme un référentiel galiléen.

c Le Référentiel terrestre \mathcal{R}_T (ou \mathcal{R}_L)

• **Déf** : Puisque nous y habitons, la grande majorité des expériences humaines se font sur Terre. On définit donc le référentiel terrestre comme tout référentiel lié au sol terrestre. On parle également de le « référentiel du laboratoire ».

- Comme laquelle Terre tourne autour de l'axe des pôles (*rotation* de la Terre autour de son axe) tout en ayant un mouvement de translation elliptique dans \mathcal{R}_C (*révolution* de la Terre autour du Soleil), le référentiel terrestre n'est pas galiléen !

... **Mais**, pour des expériences :

- de durée de quelques minutes (pour que \mathcal{R}_0 garde des directions fixes dans \mathcal{R}_C),
- « proches » de la Terre et effectuées sur de « faibles » distances, ou bien pour des expériences ne demandant pas une très grande précision, le référentiel terrestre \mathcal{R}_T peut être considéré comme galiléen.

II Deuxième loi de Newton : Principe Fondamental de la Dynamique

II.1 Forces

- Lorsque un système n'est pas isolé, il est soumis à des forces. Ces forces traduisent les actions des corps les uns sur les autres, c'est-à-dire des *inter*-actions. Ces interactions macroscopiques ont toutes comme origine les interactions entre les particules subatomiques (électrons + particules subnucléaires) qui constituent la matière. Bien que ces particules soient en grand nombre, **il n'existe que 4 interactions fondamentales.**

interaction	gravitationnelle	électromagnétique	forte	faible
particules concernées	toutes	particules chargées	hadrons (quarks...)	toutes
portée	infinie	infinie (mais diminue rapidement avec r)	$10^{-15}m$ (dim. noyau)	$10^{-18}m$ (dim. nucléon)
manifestation	formation des galaxies, chute d'une pomme ...	optique, électrocinétique, chimie...	cohésion du noyau	désintégration des particules, radioactivité

Ex/Application : → montrer que la force de gravité est négligeable devant la force électrique lorsqu'on étudie une charge $M_1(m_1, q_1)$ en présence d'une autre $M_2(m_2, q_2)$ (deux protons par exemple).

On admet que les forces dérivant de ces 4 interactions fondamentales ne dépendent *pas* du référentiel.

On dit que ces forces « vraies » sont invariantes par changement de référentiel.

II.2 Principe Fondamental de la Dynamique (P.F.D.)

■ **Deuxième loi de Newton** ou **P.F.D.** : Dans un référentiel \mathcal{R} galiléen, pour tout point matériel M de masse m , d'accélération $\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}}$, soumis à la résultante des forces extérieures $\overrightarrow{F}_{ext \rightarrow M}$, on a :

$$m\overrightarrow{a_{M/\mathcal{R}}} = \overrightarrow{F}_{ext \rightarrow M}$$

Rq : On parle également de *Relation* Fondamentale de la Dynamique (**R.F.D.**).

■ **En mécanique classique**, comme $m = cste$, le PFD prend une autre forme qu'on appelle le

Théorème de la Quantité de Mouvement : $\left(\frac{d\overrightarrow{p_{M/\mathcal{R}_g}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{F}_{ext \rightarrow M}$

Rq 1 : ce principe est cohérent avec le principe d'inertie qu'il sous-entend :

Pour un système (pseudo-)isolé : $\vec{F}_{ext \rightarrow M} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{p_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{cste} \Leftrightarrow \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{cste} \Leftrightarrow$ mouvement rectiligne uniforme (avec le cas particulier possible où M est en équilibre dans \mathcal{R}_g).

Rq 2 : Avec le **P.F.D.**, on retrouve facilement la dimension d'une force :

$$[F] = M.L.T^{-2} \Rightarrow \text{unité : } 1 N = 1 kg.m.s^{-2}.$$

Rq 3 : Lorsque :

- $\{m, \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_g}}\}$ est connu \rightarrow on en déduit le champ de force ; c'est ainsi que NEWTON a établi la loi d'attraction universelle à partir des lois cinématiques de KEPLER.

- $\{m, \text{champ de force}\}$ connu \rightarrow on en déduit le mouvement.

- $\{\text{champ de force}, \overrightarrow{v_{M/\mathcal{R}_g}}\}$ connu \rightarrow on en déduit la masse m du point matériel ; c'est le principe du spectrographe de masse.

II.3 Le mouvement du centre d'inertie

Le **P.F.D.**, établi pour un point matériel, détermine également le mouvement du centre d'inertie d'un système (\rightarrow Cf Cours M10) :

■ Théorème de la Résultante Cinétique appelé encore **Théorème du Centre d'Inertie (T.C.I.) :**

$$m \overrightarrow{a_{G/\mathcal{R}_g}} = \overrightarrow{F}_{ext}$$

où :

- \overrightarrow{F}_{ext} est la somme (*résultante*) des forces extérieures agissant sur le système,

- m est la masse totale du système

- et $\overrightarrow{a_{G/\mathcal{R}_g}}$ est l'accélération du centre d'inertie (barycentre) G du système \mathcal{S} étudié dans le référentiel galiléen \mathcal{R}_g .

Rq 1 : Cette relation n'est valable que pour un système *fermé* ; c'est-à-dire pour les systèmes de masse m constante.

Rq 2 : Pour les systèmes *ouverts*, m dépend du temps : $m = m(t)$, et il faut revenir à la formulation (toujours valable) utilisant la Quantité de Mouvement :

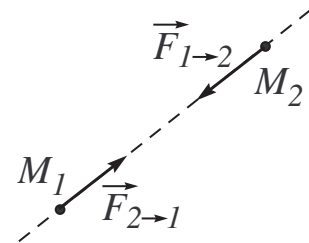
$$\left(\frac{d\overrightarrow{p_{G/\mathcal{R}_g}}}{dt} \right)_{\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{F}_{ext} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \overrightarrow{p_{G/\mathcal{R}_g}}(t) = m(t)\overrightarrow{v_{G/\mathcal{R}_g}}(t) \\ \overrightarrow{p_{G/\mathcal{R}_g}}(t+dt) = m(t+dt)\overrightarrow{v_{G/\mathcal{R}_g}}(t+dt) \end{cases}$$

III Troisième loi de Newton

■ Troisième loi de Newton ou Principe des actions réciproques :

Les forces d'interaction réciproques qui s'exercent entre deux points matériels M_1 et M_2 sont opposées et ont pour support la droite passant par ces points :

$$\overrightarrow{F}_{1 \rightarrow 2} = -\overrightarrow{F}_{2 \rightarrow 1} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{M_1 M_2} \times \overrightarrow{F}_{1 \rightarrow 2} = \vec{0}$$



Rq : ce principe est moins général que les deux précédents :

(1) Il n'est valable que si M_1 et M_2 sont bien deux *points* matériels. Il n'est pas valable pour un système { dipôle électrostatique ; charge } pour lequel on a bien des forces opposées ($\overrightarrow{F}_{1 \rightarrow 2} = -\overrightarrow{F}_{2 \rightarrow 1}$) mais qui ne sont pas sur le support ($M_1 M_2$) ($\overrightarrow{M_1 M_2} \times \overrightarrow{F}_{1 \rightarrow 2} \neq \vec{0}$) (\rightarrow Cf Cours d'**Électromagnétisme**).

(2) Ce principe suppose que les interactions se propagent instantanément \rightarrow ainsi, il est erroné pour les forces qui s'exercent entre deux particules chargées en mouvement.

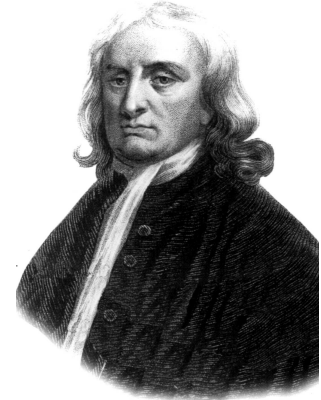
(3) Le **P.F.D.** sous-entend également cette fausse hypothèse, mais, alors que la troisième loi de NEWTON ne s'étend pas à la dynamique relativiste, le **P.F.D.** sous la forme du Théorème de la Quantité de Mouvement reste valable en dynamique relativiste : on a toujours

$$\left(\frac{d\vec{p}}{dt}\right)_{\mathcal{R}_g} = \vec{F}_{ext} \text{ à condition de remplacer } \vec{p} = m\vec{v} \text{ par } \vec{p} \equiv \gamma m\vec{v}, \text{ avec } \gamma \equiv \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \text{ et } \beta \equiv \frac{v}{c}.$$

Toutefois : La troisième loi de NEWTON, appelée encore Principe des Actions Réciproques est *indispensable* à la théorie de la mécanique classique.

Physiciens

Mathématicien, astronome, physicien, philosophe, théologien et alchimiste anglais. Ses inventions en mathématiques et en physique eurent un retentissement immédiat qui lui procura la gloire et déclencha de vives polémiques, mais laissèrent dans l'ombre les autres aspects de son œuvre. NEWTON connu son *annus mirabilis* en 1666 ; l'épidémie de peste l'ayant retransché à la campagne, il donna leurs premières formes aux idées qu'il n'allait pas cesser de reprendre « en y pensant continuellement » : en mathématiques, la « methodus fluxionum » équivalent newtonien du calcul différentiel de Leibniz ; en optique, la compréhension eu caractère composite et corpusculaire de la lumière ; en mécanique, l'idée de lois générales du mouvement qui réunissent celles de Képler en astronomie et celles de la mécanique terrestre de Galilée. Son œuvre majeure ne parut qu'en 1687 : les *Philosophiæ naturalis principia mathematica* réalisent l'unification des mondes céleste et terrestre inaugurée par Galilée dans une perspective délibérément opposée à celle des *Principia philosophia* de Descartes. De fait les cartésiens voyaient en l'idée d'une action à distance, un retour aux qualités occultes. Pour Newton, la force d'attraction permettait seulement des prévisions vérifiables : « Je n'ai assigné nulle part la cause de cette gravitation [...] et je n'imagine point d'hypothèse. » Cette affirmation n'exclut pas de concevoir l'espace comme « sensorium Dei » car « Dieu est présent partout substantiellement [...] tout est mù et contenu dans lui » ; ello n'exclut pas non plus l'étude des prophéties bibliques pour apprendre la langue de Dieu, ni la pratique de l'alchimie en laquelle Newton trouvait le moyen de contester une philosophie mécaniste réduite à une physique des chocs. En effet « la pensée aime les transformations » (*Opticks*, 1704).



Isaac Newton
Woolsthorpe (G.B.) 1642 -
Kensington 1727

IV Actions macroscopiques de contact

IV.1 Actions de contact

- Lorsqu'un point n'est soumis qu'à des actions à distance, ce point matériel est dit libre ; sa trajectoire aussi. La position du point matériel est fonction de ses trois coordonnées, indépendantes entre elles

→ on dit que le point matériel possède 3 degrés de liberté.

- Lorsque ce point matériel est en **contact avec un solide ou un fluide**, il existe, en plus des actions à distance, des **actions de contact**.

En réalité, ces actions de contact sont la conséquence *macroscopique* des interactions microscopiques électromagnétiques entre les particules/atomes/molécules qui constituent le point matériel et le solide ou le fluide avec lequel il y a 'contact' à notre échelle.

Ces forces de contact suivent des *lois phénoménologiques*, c'est-à-dire déduites de l'expérience et seulement valables dans un certain contexte expérimental. Ceci est dû à un trop grand nombre de paramètres (il y a beaucoup trop de particules/atomes/molécules mis en jeu) : on ne peut pas, actuellement, calculer les actions de contact à partir des interactions microscopiques dont elles découlent.

Ces actions de contact comprennent les **forces de liaisons** et les **forces de frottement**, directement appliquées au point matériel.

IV.2 Action exercée par un support solide \mathcal{S}

• On impose au point matériel M de se déplacer en restant au contact d'un solide (surface ou courbe; une tige ou un plan par exemple) : ceci a pour effet de diminuer le nombre de degrés de liberté de ce point matériel (2 pour une surface et 1 seul pour une courbe).

Ex : bille guidée par un rail, skieur glissant sur une piste, anneau coulissant sur une tige.

• $\boxed{\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N}$ est la réaction du support.

\vec{R}_N est la réaction normale au support.

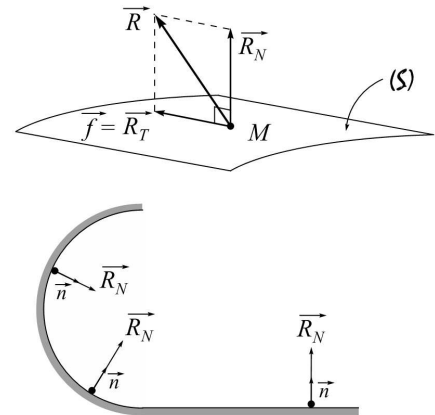
$\vec{R}_T = \vec{f}$ est la **force de frottement solide**.

(On parle aussi de frottement de glissement; c'est la réaction tangente au support)

• Le support repousse M , mais ne peut l'attirer. Si on fait intervenir la normale unitaire au support en M dirigée de la matière du support vers l'extérieur :

$$\boxed{\vec{R} \cdot \vec{n}_{ext} \equiv R_N \geq 0}$$

Et M perd le contact avec \mathcal{S} dès que $R_N = 0$.



• Les lois phénoménologiques qui régissent ces actions de contact solide s'appellent **les lois de Coulomb** pour le frottement de glissement (sous entendu 'glissement sur le support \mathcal{S}). → Cf **complément au cours M2** sur les feuilles d'Exercices de Mécanique

IV.3 Force de frottement dans un fluide

a Actions exercées par un fluide sur un corps solide

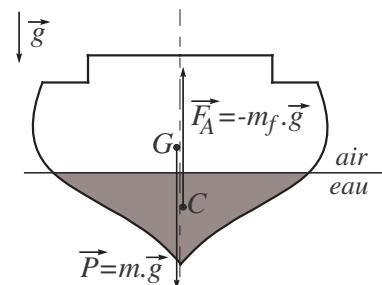
On peut considérer trois types d'actions que peut exercer un fluide sur un corps solide :

• **Action des forces de pression : poussée d'Archimède** (→ Cf Cours T2)

Elle s'applique au centre d'inertie du fluide déplacé C (centre de poussée), est dirigée selon la verticale *ascendante*, et est égale en norme au poids du (des) fluide(s) déplacé(s) :

$$\boxed{\vec{F}_A \equiv -m_f \vec{g}}$$

→ Si la masse volumique du corps est grande devant celle du fluide, la poussée d'ARCHIMÈDE est négligeable devant le poids du corps. Sauf indications contraire, on la négligera dans cette leçon.



• On suppose cette année que le solide est en translation, donc qu'il n'y a pas rotation du corps; sinon, un inventaire complet des forces exercées par le fluide sur le corps ferait intervenir la **force de Magnus** (C'est elle qui explique les deux effets sur une balle de tennis : le *lift* et le *slice*, selon qu'on « brosse » la balle de bas en haut ou de haut en bas).

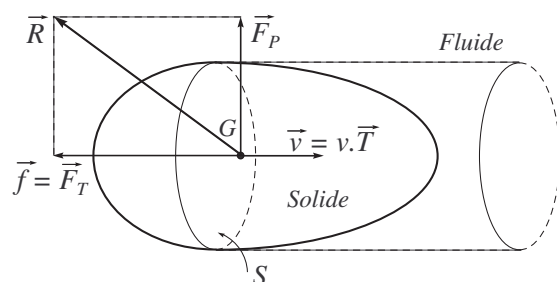
• **Action des forces de frottement d'un fluide :**

$\vec{v} = v \vec{T}$ est la vitesse du solide par rapport au fluide.

Les deux composantes de la force de frottement fluide s'appellent :

-la **traînée**, traduisant les frottements;

-la **portance**, dont on ne tient pas compte cette année (... pourtant c'est elle qui permet à l'avion de voler ou au voilier de s'orienter!!)



On utilise deux lois (phénoménologiques) de frottements fluides, correspondant à deux cas limite :

- loi quadratique des frottements fluides : pour les « grandes » vitesses, la traînée est proportionnelle à v^2
- loi linéaire des frottements fluides : pour les « faibles » vitesses, elle est proportionnelle à v .

b Solide en translation à grande vitesse

◇ **Définition** : Par le critère de « grande vitesse », on signifie que la loi phénoménologique de frottements fluides est la loi quadratique : $\vec{f} = -KSv^2\vec{T}$

- S est le maître-couple (section du cylindre engendré par le solide lors de sa translation)
- K est une constante dépendant de la *forme du solide* et de la *nature du fluide*

Rq : $K = \frac{1}{2}\rho C$ où ρ est la masse volumique du fluide et C est le coefficient de traînée. C dépend de la forme du solide et de la direction de son mouvement relatif ; il est sans dimension ; il est d'autant plus faible que le solide a un profil « aérodynamique » pour pénétrer facilement dans le fluide.

Exemple : Cas de la chute libre dans l'air ; vitesse limite :

- Avec la loi de frottement introduite, le mouvement d'un point matériel M dans l'atmosphère du référentiel terrestre \mathcal{R}_T supposé galiléen est déterminé par l'équation différentielle :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{g} - KSv^2\vec{T} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{KS}{m}v^2\vec{T} = \vec{g}$$

- Cette équation différentielle possède une solution constante :

$$\vec{v}_l = -\sqrt{\frac{mg}{KS}}\vec{e}_z$$

((Oz) désignant la verticale *ascendante*).

Quelles que soient les conditions initiales, toutes les solutions convergent vers cette vitesse appelée **vitesse limite**.

Rq : La résolution de cette équation de manière analytique (solution « exacte » mathématiquement) n'est possible que pour un mouvement *vertical*.

Dans les autres cas, il faut procéder à une résolution numérique (\rightarrow informatique).

c Solide en translation à faible vitesse

◇ **Définition** : La loi de frottement pour les « faibles vitesses » est :

$$\vec{f} = -h\vec{v} \text{ . On parle alors de frottement (fluide) visqueux.}$$

Rq : h est un coefficient qui dépend du fluide, des dimensions du solide (s'il n'est pas sphérique), de son orientation par rapport à \vec{v} .

Exemple : Chute libre dans un fluide visqueux :

- Avec la loi de frottement introduite, en tenant compte de la poussée d'ARCHIMÈDE si nécessaire, le mouvement d'un solide dans l'atmosphère est déterminé par l'équation différentielle :

L' équation devient :

Il apparaît une solution constante :

$$\vec{v}_l = \frac{m - m_f}{h} \vec{g} = \frac{m_f - m}{h} g \vec{e}_z$$

Rq :

Dimension : $[h] = M.T^{-1}$

\Rightarrow unité de h : $kg.s^{-1}$

Toutes les solutions convergent vers cette vitesse \vec{v}_l , qui est donc la **vitesse limite**.

IV.4 Tension d'un fil

Un fil souple tendu se sépare en deux parties 1 et 2 s'il est coupé en un point P . Il existe donc une force qui assure en chaque point la cohésion du fil.

◇ **Définition** : La *tension* T du fil en P est le scalaire (positif) défini par :

$$\vec{F}_{1 \rightarrow 2} = -T \vec{e}_{1 \rightarrow 2} \quad \text{et} \quad \vec{F}_{2 \rightarrow 1} = T \vec{e}_{1 \rightarrow 2}$$

Ex1/Application : Quelle est la tension $T(x)$ d'une corde suspendue, de longueur l , de masse m , avec x la distance du point M de la corde au point de suspension ?

◇ **Définition** : Un fil est *idéal* si sa masse m est négligeable et s'il est parfaitement souple (ni rigide, ni élastique).

S'il est tendu $T > 0$, sinon $T = 0$.

■ **Propriété** : La tension le long d'un fil idéal est uniforme.

Ex2/Application : Démonstration ?

◇ **Définition** : Une poulie est *idéale* s'il est possible de négliger son inertie et les frottements consécutifs à sa rotation.

■ **Propriété** : On admet que la tension est la même en tout point d'un fil idéal enroulé sur une poulie idéale (tension uniforme).

IV.5 Action d'un ressort (force de rappel élastique)

a Définitions et propriétés

■ Un ressort reprend sa forme initiale après déformation (*élasticité*).

■ Dans le cas des petites déformations, la déformation peut être considérée comme proportionnelle à la cause qu'est l'allongement (*linéarité*).

◇ **Définition** : En une des ses extrémités, un ressort linéaire exerce une **force de rappel** \vec{F} telle que :

$$F \equiv k|l - l_0| \quad \text{et} \quad \vec{F} = -k(l - l_0)\vec{e}_x$$

- k s'appelle la **constante de raideur** du ressort.
- $(l - l_0)$ est l'**allongement algébrique** du ressort
- \vec{e}_x est le vecteur unitaire qui allonge réellement le ressort au point considéré

◇ **Définition** : Un **ressort idéal** est un ressort linéaire de masse négligeable.

■ **Propriété d'un ressort idéal** :

sa tension T est uniforme : $T = k|l - l_0|$.

b Association de deux ressorts en série

• Deux ressort idéaux (de raideurs k_1 et k_2) se comportent comme un ressort de raideur k .

• La longueur l du ressort équivalent est égale à la somme des longueurs des deux ressorts. Idem pour les longueurs au repos :

• La tension T a la même valeur en tout point. Elle est donc identique pour chaque ressort et pour le ressort équivalent^a :

D'où :

c Ex/Application :

Exprimer k constante de raideur du ressort équivalent à l'association de deux ressorts en parallèle. On supposera que leurs longueurs à vide sont identique : $l_{01} = l_{02}$.

a. La tension du ressort équivalent est identique en tout point, en particulier en son extrémité M, qui est l'extrémité du ressort (1) en réalité, donc $T = T_1$; or T_1 est identique en tout point du ressort (1), en particulier pour I appartenant à (1) mais aussi à (2), donc $T_1 = T_2$; et T_2 est identique en tout point de (2) → La tension T a bien la même valeur en tout point.