

VI La Terre et ses satellites – Cas de des orbites circulaires

VI.1 Mouvement circulaire uniforme d'un point de la Terre

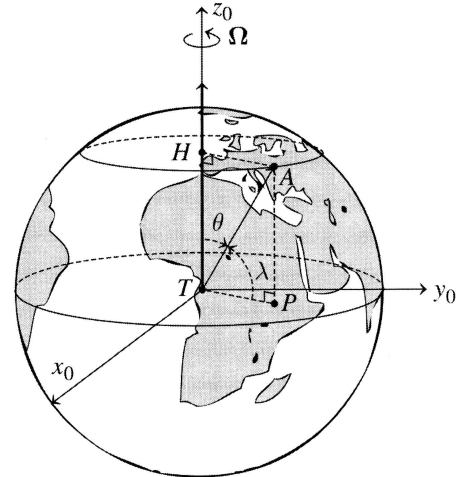
En raison de la rotation terrestre, supposée uniforme, autour de l'axe sud-nord Tz_0 , à la vitesse angulaire constante $\vec{\Omega}_T = \omega_T \vec{e}_{z_0}$, avec ω_T égal à un tour par jour — soit $\omega_T \simeq 7,29.10^{-5} \text{ rad.s}^{-1}$, un point A de la Terre, situé à la **latitude** λ , a un mouvement circulaire uniforme autour de l'axe Tz_0 .

Déterminons sa vitesse $\vec{v}_{A/\mathcal{R}_0}$, par rapport au référentiel géocentrique $\mathcal{R}_0 = Tx_0y_0z_0$, formé par le centre T de la Terre, les axes Tx_0 , Ty_0 et l'axe sud-nord Tz_0 .

D'abord, le vecteur $\vec{v}_{A/\mathcal{R}_0}$ est tangent à la trajectoire circulaire et perpendiculaire au plan $(\vec{TA}, \vec{e}_{z_0})$: $\vec{v}_{A/\mathcal{R}_0} = v_A \vec{e}_\theta$. Comme $HA = r = R_T \sin \theta$ où :

- H est le projeté orthogonal de A sur l'axe Tz_0 ,
 - $R_T = TA$ est le rayon moyen de la Terre et
 - $\theta = \frac{\pi}{2} - \lambda$ l'angle formé par Tz_0 et le vecteur $\vec{TA}$,
- la norme de la vitesse vaut :

$$v_A = r.\omega_T = R_T \omega_T \sin \theta = R_T \cos \lambda$$



Ordre de grandeur : On voit clairement que, si la latitude λ augmente, la vitesse du point A diminue : elle est maximale à l'Équateur ($\lambda = 0^\circ$) avec une valeur d'environ 467 m.s^{-1} et nulle aux pôles ($\lambda = 90^\circ$ au pôle nord et $\lambda = -90^\circ$ au pôle sud).

Aux latitudes moyennes, par exemple à... Périgueux où $\lambda \simeq 45^\circ 11'$, $v_A = 467 \cos(45,18^\circ) \simeq 329 \text{ m.s}^{-1}$.

VI.2 Satellites de la Terre

◇ **Définition :** En astronomie, un **satellite** est un objet qui se déplace en orbite autour d'un centre attractif, de masse plus importante, sous l'influence de l'attraction gravitationnelle exercée par ce dernier.

La Terre possède un **satellite naturel**, la Lune, et une multitude de **satellites artificiels**, fabriqués et mis en orbite autour de la Terre à l'aide d'un lanceur, plus communément une fusée.

Rq1 : Le premier satellite artificiel, Spoutnik, a été mis sur orbite par l'Union Soviétique le 4 octobre 1957 ; il orbita trois mois autour de la Terre durant lesquels il fournit des informations sur la haute atmosphère.

Rq2 : Aujourd'hui, le nombre de satellites artificiels est environ 2500 (!) avec de bien meilleures performances techniques et des objectifs très diversifiés : systèmes de positionnement par satellite, télécommunications, observation et surveillance de la Terre à caractère scientifique (cartographie, météorologie, océanographie, etc.) ou militaires, astrophysique, ...

Ex : À titre d'exemple, citons les satellites :

- **SPOT** (Satellites Pour l'Observation de la Terre),
- les satellites **Météosat** pour la météorologie,
- les satellites du réseau américain **GPS** (Global Positioning System, c'est-à-dire Système de Positionnement Global) pour la localisation civile ou militaire en tout point de la surface de la Terre,



Intérieur de Spoutnik-1

- et enfin le satellite **CoRoT** (CONvection ROTation and planetary Transits) lancé en décembre 2006 pour l'observation des étoiles.

VI.3 Mouvement plan d'un satellite

Par rapport au référentiel géocentrique $\mathcal{R}_0$, un satellite est en orbite autour de la Terre sous l'influence de l'interaction gravitationnelle.

Hyp : La Terre est supposée sphérique et son action gravitationnelle (pour $r > R_T$) est la même que celle de son centre T auquel on a affecté sa masse M_T .

La conservation du moment cinétique $\overrightarrow{L_{T/\mathcal{R}_0}}(A) = \overrightarrow{TA} \times m\overrightarrow{v_{A/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{\text{Cte}}$ se traduit par un mouvement plan, qui contient le centre T de la Terre.

VI.4 Vitesse de satellisation

Le **P.F.D.** appliqué au satellite A dans le référentiel géocentrique considéré galiléen s'écrit, dans la base polaire associée au plan (Txy) du mouvement :

$$m\overrightarrow{a_{A/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{F}_{T \rightarrow A} \Leftrightarrow m(a_r \overrightarrow{e_r} + a_\theta \overrightarrow{e_\theta}) = -\mathcal{G} \frac{m.M_T}{r^2} \overrightarrow{e_r}$$

avec, pour une trajectoire circulaire $\begin{cases} \overrightarrow{v_{A/\mathcal{R}_0}} = r\dot{\theta} \overrightarrow{e_\theta} \\ \overrightarrow{a_{A/\mathcal{R}_0}} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \overrightarrow{e_r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \overrightarrow{e_\theta} = -\frac{v^2}{r} \overrightarrow{e_r} + \frac{dv}{dt} \overrightarrow{e_\theta} \end{cases}$

Alors, les **P.F.D.** projeté dans la base polaire donne :

$$\begin{cases} \text{Selon } \overrightarrow{e_\theta} : \frac{dv}{dt} = 0 & \rightarrow v = \text{Cte} : \text{mouvement } \mathbf{uniforme} \\ \text{Selon } \overrightarrow{e_r} : \frac{v^2}{r} = -\mathcal{G} \frac{M_T}{r^2} & \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{\mathcal{G}M_T}{r}} \end{cases}$$

On en déduit aisément la période de révolution du satellite, et on retrouve la troisième loi de KÉPLER :

$$T = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{\mathcal{G}M_T}} \Leftrightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{\mathcal{G}M_T}$$

Rq : Il convient de ne pas confondre l'altitude z d'un satellite et sa distance r par rapport au centre T de la Terre : $r = R_T + z$ avec $R_T \simeq 6400 \text{ km}$.

Retenir : le **mouvement circulaire** d'un satellite, assimilé à un point matériel est **uniforme**.

VI.5 Ordre de grandeur

a) La Lune : Le centre de la Lune a un mouvement approximativement circulaire uniforme, autour de la Terre, à une distance $r \simeq 384\,400 \text{ km}$. Sa vitesse de satellisation et sa période de révolution valent donc, respectivement :

$$v \simeq \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{384\,400 \cdot 10^3}} = 1,02 \text{ km.s}^{-1} \quad \text{et} \quad T \simeq \frac{2\pi \times 384\,400 \cdot 10^3}{1,02 \cdot 10^3} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ s} \simeq 27,3 \text{ j}$$

Plus précisément $T = 27 \text{ j } 7 \text{ h } 33 \text{ min } 19 \text{ s}$.

◇ **Définition :** Cette période est qualifiée de **période sidérale**, car elle est relative au référentiel géocentrique; elle diffère de la **période synodique** (29,5 j) qui est relative au référentiel terrestre. Comme, cette dernière est égale à la période de rotation propre de la Lune, celle-ci présente toujours la même face à la Terre.

b) SPOT :

Les satellites SPOT, destinés à l'observation de la Terre (cartographie, végétations, reliefs, villes, etc.), avec une résolution spatiale de l'ordre de 10 m, ont tous une altitude z de l'ordre de 822 km.

La vitesse de satellisation et la période de révolution sont donc, respectivement :

$$v \simeq \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{(6400 + 822) \cdot 10^3}} = 7,44 \text{ km.s}^{-1}$$

$$\text{et } T \simeq \frac{2\pi \times (6400 + 822) \cdot 10^3}{7,44 \cdot 10^3} = 6095 \text{ s} = 101,4 \text{ min} = 1 \text{ h } 41 \text{ min } 35 \text{ s}$$

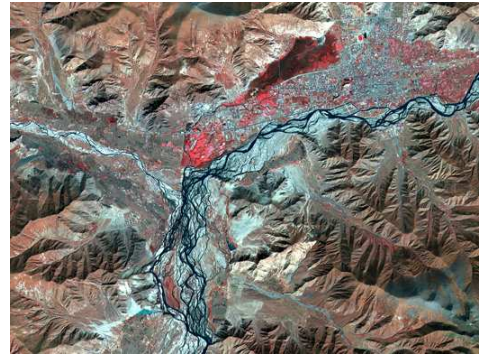


Image de Lhasa (Chine) par SPOT 4

Ce programme a été initié par la France avec SPOT 1 mis sur orbite le 22 février 1986 ; actuellement, SPOT 5, satellisé le 4 mai 2002, est le dernier de la génération avec une durée de vie de 5 ans.¹

c) Première vitesse cosmique

◇ **Définition :** La **première vitesse cosmique** est la vitesse d'un satellite artificiel en orbite basse quasi rasante ($r \simeq R_T$) :

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM_T}{R_T}} \simeq 7,9 \text{ km.s}^{-1}$$

Rq1 : Elle correspond à une trajectoire circulaire de période : $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R_T^3}{GM_T}} \simeq 1 \text{ h } 24 \text{ min}$

Rq : v_1 est donc la vitesse minimale à fournir à un satellite destiné à être en orbite autour de la Terre avec une distance minimale d'approche $r_{\min} \simeq R_T$.

VI.6 Différents types de satellites artificiels

◇ **Définition :** Selon les objectifs de la mission et les contraintes technologiques et scientifiques, on classe les orbites circulaires selon l'altitude z par rapport à la surface terrestre :

- **Orbites terrestres basses LEO** (Low Earth Orbit) où $250 < z < 1500 \text{ km}$; c'est le cas de SPOT ($z = 822 \text{ km}$) ;
- **Orbites terrestres moyennes MEO** (Medium Earth Orbit), où $10\,000 < z < 30\,000 \text{ km}$, utilisées notamment par le réseau GPS ($z = 20\,200 \text{ km}$) ;
- **Orbites terrestres géostationnaires GEO** (Geostationary Earth Orbit), où $z = 35\,786 \text{ km}$ (altitude de Météosat).

VI.7 Orbite géostationnaire

◇ **Définition :** Un **satellite géostationnaire** est un satellite immobile par rapport à un observateur terrestre, d'où son nom. Cela signifie que la période de révolution d'un tel satellite est égale à celle de la Terre, soit $T \simeq 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$.

Q : Montrons que cette fixité par rapport à la Terre impose que le mouvement d'un satellite géostationnaire s'effectue de manière circulaire, dans le plan équatorial à une altitude $z \simeq 36\,000 \text{ km}$.

- D'une part la trajectoire plane du satellite doit nécessairement passer par le centre de force T

1. **SPOT 5 sur le site du Cnes** (<http://spot5.cnes.fr/index3.htm>)

D'autre part, le satellite étant immobile par rapport à un observateur terrestre, sa longitude et sa latitude doivent être fixes.

CI : La trajectoire est comprise dans le plan de l'équateur.

• Alors, la vitesse d'un tel satellite, par rapport au référentiel géocentrique, s'écrit aussi : $\overrightarrow{v_{A/\mathcal{R}_0}} = \overrightarrow{\Omega_T} \times \overrightarrow{TA} = \omega_T \cdot (R_T + z) \overrightarrow{e_\theta}$. Cette vitesse étant uniforme, la trajectoire est circulaire.

Retenir : Un satellite géostationnaire a une trajectoire circulaire uniforme comprise dans le **plan de l'équateur**.

• D'autre part, la période de révolution étant $T \simeq 23\text{ h } 56\text{ min } 4\text{ s}$, il vient, d'après la troisième loi de KÉPLER, $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM_T}$:

$$r \simeq \left(\frac{GM_T T^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 42\,220\text{ km} \quad \Leftrightarrow \quad z = r - R_T = 35\,820\text{ km}$$

Ex1 : Ce type de satellites est particulièrement intéressant en météorologie où l'on souhaite observer en permanence une vaste région de la Terre. L'exemple le plus connu est celui des satellites européens **Météosat**, dont les images sont diffusées dans les bulletins météorologiques des journaux télévisés.² Leur altitude est exactement $z = 35\,786\text{ km}$ — ce qui leur permet de couvrir 42% de la planète : **Météosat 5**, lancé en 1991, est situé à 63° de longitude est au-dessus de l'Océan Indien et **Météosat 7**, lancé en 1997, à 3° de longitude est au-dessus du Golfe de Guinée.

Depuis août 2002, les satellites **Météosat** sont de Seconde Génération (MSG).

En 2011 un troisième satellite de ce type devrait être mis sur orbite, suivi d'un quatrième en 2012. Ils diffèrent des premiers satellites **Météosat** par une meilleure résolution temporelle : ils fournissent une image toutes les 15 minutes au lieu de 30.

Au total depuis novembre 1977, date de lancement du premier satellite **Météosat**, 11 satellites auront été mis en orbite.

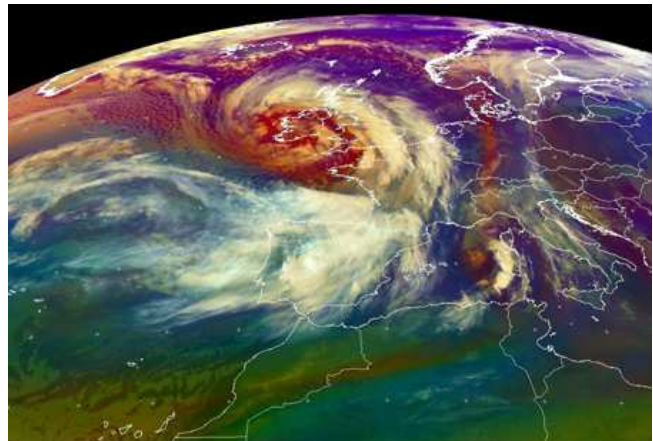


Image de MSG2 (Météosat 9) prise le 10 mars 2008

Ex2 : Les satellites destinés aux télécommunications internationales, entre différentes régions géographiques de la planète, sont situés aussi sur des orbites géostationnaires. C'est le cas par exemple du réseau satellitaire international **New Skies** ; Jean-Louis Étienne profita du satellite NSS 806 de ce réseau lors de son expédition « Clipperton », en 2005, dans l'Océan Pacifique, pour transmettre à un large public ses observations et communiquer, par visioconférence, avec les centres scientifiques et les écoles.

Ex3 : Depuis 2002, le satellite **Atlantic Bird 3**, positionné à 5° ouest au dessus de l'Océan Atlantique, est utilisé en remplacement des satellites **Telecom 2B** et **2C** pour diffuser les chaînes hertziennes françaises de télévision et de radio.

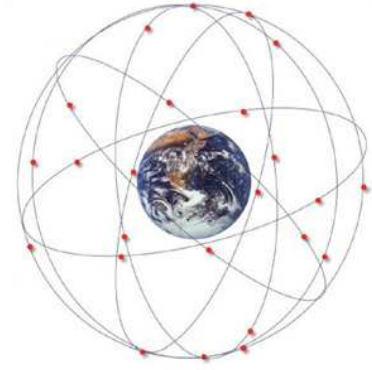
VI.8 Autres types d'orbites circulaires

a) Réseau G.P.S. :

2. **Météosat sur le site du Cnes** (<http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/794-meteosatmsg.php>)

Outre les orbites basses et géostationnaires vues ci-dessus, il existe des **orbites moyennes** telles que celles des **satellites du GPS**, totalement opérationnel depuis 1994.

La localisation d'un point A quelconque à la surface de la Terre repose sur la mesure, par A , de la durée de propagation de signaux codés émis en sa direction par quatre satellites. La précision du réseau GPS est inférieure à un mètre pour des utilisations militaires et à dix mètres pour les civils. Il est constitué de 24 satellites à l'altitude $z = 20\,200\text{ km}$, répartis sur six plans orbitaux d'inclinaison $i = 55^\circ$ par rapport au plan équatorial. Il en résulte que la vitesse de satellisation et la période de révolution sont respectivement :



$$v = \sqrt{\frac{GM_T}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6 \cdot 10^{24}}{(20\,200 + 6\,400) \cdot 10^3}} \simeq 3,9\text{ km.s}^{-1}$$

$$\text{et } T = \frac{2\pi r}{v} \simeq \frac{2\pi \times (20\,200 + 6\,400) \cdot 10^3}{3\,900} \simeq 11\text{ h } 58\text{ min } 8\text{ s}$$

Rq : Notons que la période de révolution est approximativement égale à la moitié de celle de la Terre ; autrement dit, un satellite du réseau GPS fait environ deux révolutions pendant que la Terre en fait une. En termes techniques, on dit que l'orbite est 2/1.

Ces orbites, pour lesquelles la période de révolution T est une fraction simple de la période de révolution de la Terre T_T , sont dites **orbites phasées** : $n.T = m.T_T$ avec, ici : $n = 2$ et $m = 1$.

Intérêt : Une telle simplicité dans la relation entre les périodes de révolution est intéressante pour comparer des images de la surface terrestre et suivre l'évolution d'une région déterminée à intervalles de temps réguliers.

b) Galileo : Actuellement, l'Europe développe son propre système de navigation et de localisation : **Galileo**. ce réseau sera constitué de 30 satellites, d'altitude $z = 24\,000\text{ km}$, et répartis sur 3 plans orbitaux inclinés de 56° par rapport au plan équatorial.

Le premier satellite a été mis sur orbite le 28 décembre 2005 et a commencé à émettre des signaux le 12 janvier 2006 ; à partir de 2010, Galileo offrira aux utilisateurs une précision dans la localisation de un mètre.

VI.9 Satellites pour l'étude de l'Univers

a) CoRoT : Nombreux sont aussi les satellites en orbite autour de la Terre qui sont destinés à l'étude de l'Univers. Ainsi, le satellite **Corot** (Convection Rotation and planetary Transits), mis en décembre 2006 sur une orbite polaire d'altitude $z = 896\text{ km}$, est muni d'un télescope capable d'explorer le milieu stellaire et intergalactique.³

Sa mission principale est double : étudier la **structure interne des étoiles** en analysant leurs mouvements sismiques et rechercher des **exoplanètes**, c'est-à-dire des planètes situées hors du système solaire et orbitant autour d'étoiles éloignées.

La première exoplanète a été découverte le 6 octobre 1995 par Michel Mayor et Didier Queloz, de l'Université de Genève (Suisse), à partir d'observations réalisées à l'Observatoire de Haute-Provence.⁴

En janvier 2009, on comptait 334 exoplanètes.

b) Le télescope spatial Hubble : dédié à l'exploration de l'Univers, ce satellite de la NASA est sur une orbite basse, d'altitude $z = 570\text{ km}$. Il a été nommé ainsi en hommage aux travaux de l'astrophysicien américain **Edwin Hubble** qui ont conduit à la théorie de l'expansion de l'Univers.⁵

3. **CoRoT sur le site du Cnes** (<http://smc.cnes.fr/COROT/Fr/index.htm>)

4. Ce même Michel Mayor, astrophysicien à l'observatoire de Genève, a découvert en avril 2007 la plus petite planète extrasolaire connue à ce jour. Elle fut baptisée **Gliese 581c** et elle a été détectée autour de l'étoile **Gliese 581**, située à $20,5\text{ a.l.}$ de nous. Sa masse ferait $5,1$ masses terrestres et son rayon est évalué à $1,5$ celui de la Terre.

5. **Hubble sur le site de la NASA/EAS** (<http://www.spacetelescope.org/index.html>)



Proto-étoiles (NGC 3603)



Galaxie M 74



Nébuleuse d'Orion

c) COBE :

Un autre satellite important pour l'étude de l'Univers est **COBE** (Cosmic Background Explorer), lancé en novembre 1999. Il a permis d'effectuer des observations du fond diffus cosmologique, c'est-à-dire du rayonnement émis par l'Univers lors de ses premiers instants.

L'exploitation des données recueillies a apporté des informations sur l'origine de l'Univers et a conforté la théorie du Big Bang : les physiciens américains John Mather et George Smoot ont obtenu le prix Nobel 2006 pour leurs travaux dans ce domaine.



Construction du satellite COBE

Rq1 : Les considérations présentées ci-dessus pour les satellites de la Terre restent valables pour les satellites naturels ou artificiels orbitant autour d'autres planètes, pourvu que leurs mouvements soient circulaires uniformes.

Rq2 : Le système solaire a été redéfini, le 24 août 2006, par l'Union Internationale d'Astronomie, avec un nombre de planètes égal à 8. **Pluton**, découvert par l'Américain Clyde Tombaugh en 1930, a été classé parmi un nouveau type d'astres, celui des *planètes naines*.