

03 – MIROIRS SPHÉRIQUES DANS L'APPROXIMATION DE GAUSS

« Mais en quel lieu eussé-je pu m'enfuir pour me dérober à moi-même ? Que si je m'efforçais de détourner ma pensée de mes péchés, vous vous serviez des paroles de Potitien dans la suite de sa narration, pour m'opposer de nouveau moi-même à moi-même, et me représenter à mon esprit tel que j'étais, afin que je visse dans ce miroir toute la corruption de ma vie, et qu'elle me devint odieuse et insupportable. »

Saint AUGUSTIN (354-430) – *Confessions* Livre VIII, chap. VII

Objectifs de cette leçon :

- Construction relatives aux miroirs sphériques dans le cadre de l'approximation de GAUSS
- Relations de conjugaison pour les miroirs sphériques

I Introduction

I.1 Depuis Narcisse jusqu'à l'optique active du VLT

Les vieilles civilisations méditerranéennes, si éprises de beauté, Mycènes, la Grèce, les Étrusques, Rome, et avant elles l'Égypte, ont fabriqué des **miroirs de métal**, en utilisant le plus souvent un alliage de cuivre et d'étain, le bronze, employé en tôle mince pour qu'il soit peu oxydable.

Son invention était attribuée à Héphaïstos, dieu grec du feu des métaux. Sur des poteries antiques du Ve siècle avant J.-C., on voit des élégants de Corinthe qui se mirent dans de petits disques de métal poli, fixés à un manche ou à un pied, parfois décorés sur l'envers de scènes mythologiques. Certains miroirs étaient en argent, plus rarement en or, l'argenture ou la dorure étant posée à chaud. *Presque toujours bombés, ils diminuaient la taille de l'objet reflété lorsqu'ils étaient concaves et l'accroissaient lorsqu'ils étaient convexes.*

Généralement très petits quinze ou vingt centimètres de diamètre - ils se prêtaient à trois sortes d'usage : enfermés dans des boîtiers, ils servaient de miroirs de poche ; munis d'une poignée soudée et d'un anneau, ils étaient tenus par l'esclave pendant la toilette puis fixés au mur. Enfin ils pouvaient reposer sur un support, support représentant souvent une silhouette féminine ou masculine fixée sur trois pieds ou trois griffes. Volutes, palmettes, couronnes, décoraient les bordures de métal ou de bois encadrant le disque poli. Leurs propriétaires en avaient grand soin et les protégeaient de l'oxydation, des taches ou des éraflures par de petits rideaux, dont les traces demeurent visibles dans les spécimens qui nous sont parvenus.^a

Le miroir sera une source de grande « réflexions » pour la pensée occidentale, depuis Aristote ou Platon, Saint Paul ou Sénèque et jusque dans la spiritualité médiévale ; ainsi, Thomas d'Aquin écrira : « Voir quelque chose par le moyen d'un miroir (= *speculum*), c'est voir une cause par son effet dans lequel sa ressemblance se reflète : d'où l'on voit que la spéculation se ramène à la méditation. »^b

Or, la méditation conduit bien souvent à lever ou abaisser les yeux, qu'ils soient ceux du poète^c :

Admirant tour à tour le ciel, face divine,
Le lac, divin miroir.



Thomas d'Aquin, *Opusculum praeclarum*, Venise, (1488).

a. *Histoire du Miroir*, Sabine Melchior-Bonnet, Imago 1994 (consultable à la BM, côte 392 (MEL)).

b. Aristote : *De Insomnis*, L,2 – Platon : *République*, X,596 – Saint Paul : I Co XIII,12 – Sénèque : *De Ira*, II, 36, *Questions naturelles* I,17 – Thomas d'Aquin : *Somme* II,2, q.180, a.3.

c. Victor Hugo – *La Tristesse d'Olympio*.

d. Henry David Thoreau – *Walden ou la vie dans les bois*, IX. Les étangs, trad. G. Landré, Aubier-Montaigne 1967, p.339, 341.

Ou bien du transcendantaliste^d pour qui :

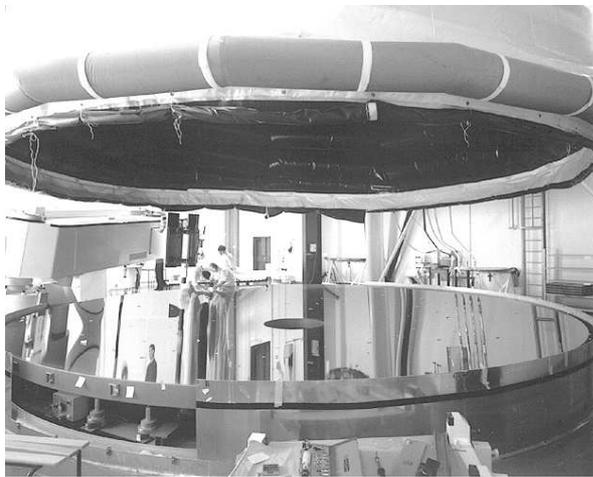
Rien de si beau, de si pur, et en même temps de si vaste qu'un lac, peut-être, ne repose à la surface de la terre. Eau céleste. Point besoin de barrière pour elle. (...) C'est un miroir qu'aucune pierre ne peut briser, dont le vif-argent ne s'usera jamais, dont l'or est sans cesse ravivé par la Nature (...)

Le poète et le mystique pouvaient-ils imaginer que le lac considéré comme **miroir liquide** « entre ciel et terre » allait donner aux physiciens un des moyens de poursuivre leurs explorations plus que jamais actuelles ?

Car de nos jours, les applications des miroirs ont largement débordé le seul cadre esthétique ou décoratif et sont partie intégrante des technologies du XXIème siècle.

Ainsi, **les miroirs paraboliques** ne servent pas seulement pour collecter l'énergie solaire (fours solaires) mais ont un rôle capital en **astronomie** puisque sans eux il n'y aurait pas de télescopes.

Il faut bien comprendre que **les télescopes** n'ont pas cessé d'évoluer depuis leur apparition au cours du XVIIe siècle, et leurs « pères » (MERSENNE, NEWTON, CASSEGRAIN, GREGORY)^e seraient effarés de découvrir, aux Canaries, que le plus grand des miroirs des télescopes actuels atteint 10,4 mètres de diamètre (!), ou bien que des projets de télescopes géants sont à l'étude (dont le projet Owl avec un miroir de ...100 m de diamètre!).^f



La photographie de gauche présente le polissage d'un des quatre miroirs du **télescope européen** appelé **VLT** (Very Large Telescope, Chili). Ils sont le résultat d'une grande prouesse technologique : leur diamètre est de 8,2 m mais ils ont une forme de ménisque de 175 mm d'épaisseur seulement (les mêmes proportions que deux CD l'un sur l'autre!).

Une telle réalisation a été possible grâce à la société SCHOTT (Mayence - Allemagne). Pour réaliser un tel ménisque, les ingénieurs ont coulé le verre (Zerodur, à très faible coefficient de dilatation) dans un moule en rotation. Cette rotation permet de donner au miroir dès le départ une forme parabolique assez proche de la forme finale, et donc de limiter la quantité de verre à éliminer durant

le polissage. Le refroidissement (de 800° C à 25° C) a duré 3 mois et l'ensemble des opérations nécessite 9 mois. Le miroir est ensuite transporté par bateau jusque dans la banlieue parisienne, où il est poli par la société REOSC (S^t Pierre du Peray - France) avec un rayon de courbure de 28,8 m sous contrôle interférométrique continu. Avec une ouverture finale est à $f/d = 1,8$, ceci en fait l'un des miroirs les plus ouverts jamais polis. L'ouverture centrale, nécessaire pour faire passer la lumière en direction du foyer Cassegrain fait 1,00 mètre de diamètre.^g

Dans une tout autre échelle, celle de **la micro-technologie**, il faut savoir que les miroirs sont à la base de la prochaine révolution dans le transfert de l'information numérique compressée :

Depuis quelques années, avec l'avènement d'INTERNET et du besoin de transmettre de l'information par fibre optique avec un débit toujours plus élevé, se développe une technologie du « tout optique » destinée à remplacer les commutateurs électroniques par des commutateurs optiques dans lesquels **les micro-miroirs** ont un rôle essentiel. Les commutateurs électroniques actuels sont nécessaires dans la chaîne de l'information car ils servent à orienter et multiplexer les signaux dans les systèmes de communication par fibres optiques. En les remplaçant par des commutateurs optiques, les délais associés à la conversion entre optique et électronique, ralentissant les transmissions, seront éliminés.

e. *L'invention du télescope*, Françoise Launay, Découverte, n°285, février 2001, p.28-38.

f. Dossier sur les plus grands télescopes du monde et les télescopes du futur dans *Ciel et espace*, n°376, septembre 2001.

g. Pour les miroirs liquides, consulter le site de l'Université de Laval : ▷ <http://wood.phy.ulaval.ca/>

Pour une page donnant accès à tous les sites officiels des grands télescopes :

▷ <http://astro.nineplanets.org/bigeyes.html>

Pour une belle présentation du télescope VLT mais aussi de l'interférométrie en général :

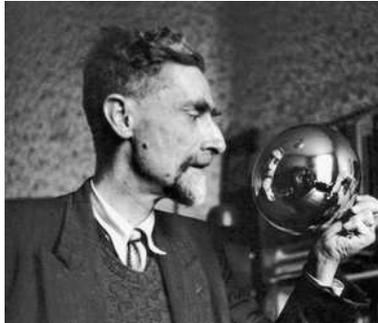
▷ <http://www.iap.fr/vlt/>

De plus, les puces à **micro-miroirs**, dites DMD (Digital Micromirror Device) , sont en passe de détrôner le système LCD (cristaux liquide) dans l'industrie de l'image et de la vidéoprojection numérique ; avec cette technologie des vidéoprojecteurs DMD, voilà déjà le bout de la chaîne du cinéma « tout numérique » que prône Georges Lucas qui pointe son nez.^h

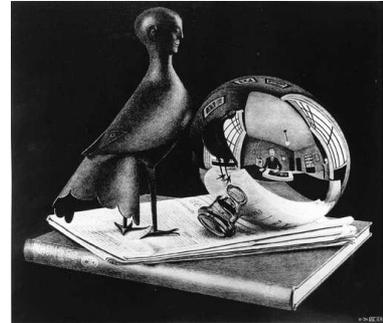
I.2 Présentation

◇ **Définition** : Un **miroir sphérique** est constitué d'une surface sphérique réfléchissante de **centre** C .

Il s'agit d'un système centré dont l'axe optique (Δ) passe par C et coupe le miroir en son **sommet** S . On définit le **rayon** du miroir par $R \equiv \overline{SC}$ (mesure algébrique).



Maurits Cornelis Escher
(1898-1972)



Nature morte au miroir sphérique
(1934)

Convention : Le sens de la lumière incidente impose le sens > 0 pour l'axe optique (Δ) .

II Stigmatisme et Aplanétisme

II.1 Stigmatisme approché

- Tracé grâce aux lois de SNELL-DESCARTES.
- On se place dans les conditions de GAUSS :
→ rayons paraxiaux : proches de l'axe + peu inclinés p/r à l'axe ($\alpha, \alpha', \beta, i$ sont "petits").

→ À l'ordre 1 : $CH \simeq CS$ et donc $H \simeq S$
(dans les conditions de GAUSS)

- Triangle AIC :

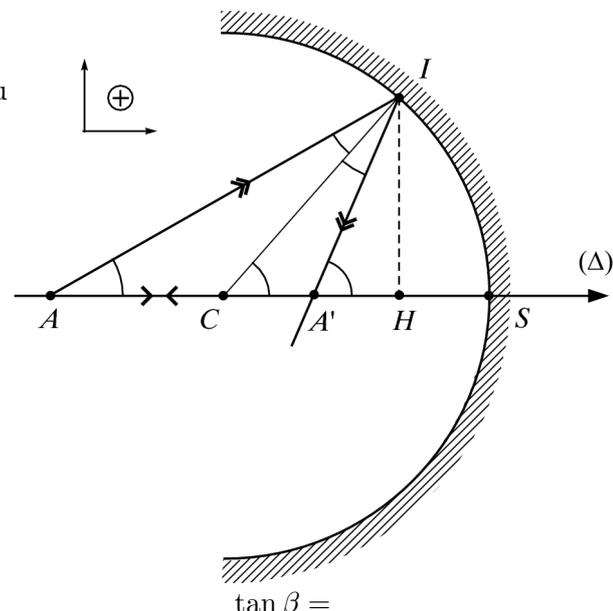
- Triangle $A'IC$:

- de plus, à l'ordre 1, on a :

$$\tan \alpha =$$

$$\tan \alpha' =$$

$$\tan \beta =$$



h. ▷ http://en.wikipedia.org/wiki/Digital_Micromirror_Device

Relation de conjugaison dite de DESCARTES pour les miroirs sphériques :

Rq1 : cette relation n'est valable que dans les conditions de GAUSS, i.e. pour tout couple (A, A') de points de l'AO d'un miroir pour lequel il y a stigmatisme approché.

Rq2 : cette relation, établie graphiquement pour un cas très particulier (miroir concave) est en réalité *valable pour tous les miroirs* (concaves et convexes), à conditions qu'ils soient utilisés dans les Conditions de GAUSS.

II.2 Aplanétisme approché

Dans les conditions de GAUSS, un objet ABC plan et perpendiculaire à (Δ) donne une image $A'B'C'$ plane et (quasi)perpendiculaire à (Δ) .

Propriétés des miroirs sphériques : On admet que dans le cadre des conditions de GAUSS, les miroirs sphériques réalisent un stigmatisme et un aplanétisme approchés.

II.3 Représentation

Dans les conditions de GAUSS, parce qu'on travaille sur une petite zone autour du sommet S , on a $H \simeq S$.

Pour *représenter* cette portion utile du miroir sphérique, on l'assimile à son plan tangent en S ; d'où :

Rq : En utilisant cette représentation simplifiée des miroirs, les rayons ne *semblent* pas obéir aux lois de DESCARTES (sauf pour les rayons passant par S).

II.4 Points particuliers

Rq : Schéma avec un miroir concave mais propriétés généralisables à tous les miroirs.

a) Le centre C :

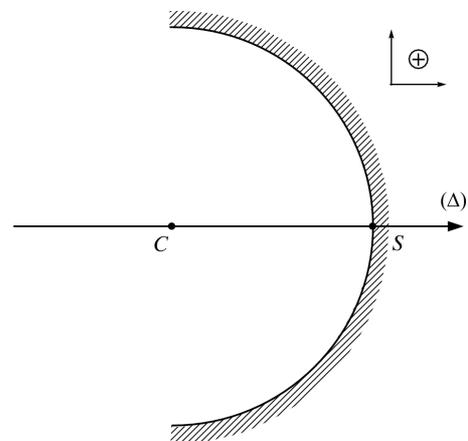
Le **centre** C est son propre conjugué (au sens du stigmatisme rigoureux!) :

$$C \xrightarrow{(M)} C$$

b) Le sommet S :

Le **sommet** S est son propre conjugué (au sens du stigmatisme rigoureux!) :

$$S \xrightarrow{(M)} S$$



c) Le foyer principal F : (stigmatisme approché).

- Soit A , point objet situé à l'infini sur l'axe optique ; alors $\overline{SA_\infty} = -\infty$ et $\frac{1}{\overline{SA_\infty}} = 0$

→ Cela correspond à un faisceau de lumière parallèle à l'axe optique arrivant sur le miroir.
Par définition, un tel faisceau émerge en F' , **foyer image** du miroir :

$$A_\infty \xrightarrow{(\mathcal{M})} F' \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{\cancel{SA_\infty}} + \frac{1}{SF'} = \frac{2}{SC} \quad \Rightarrow \quad \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = f'$$

• Par définition du **foyer objet** :

$$F \xrightarrow{(\mathcal{M})} A'_\infty \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{SF} + \frac{1}{\cancel{SA'_\infty}} = \frac{2}{SC} \quad \Rightarrow \quad \overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2} = f$$

II.5 Distance focale et vergence

■ **Propriété des miroirs sphériques** : Le foyer image est identique au foyer objet. On l'appelle **foyer (principal)**, noté F , milieu du rayon $[SC]$: $F' = F$

◇ **Définition** : On appelle **distance focale image** f' d'un miroir sphérique, la mesure algébrique $\overline{SF'}$ qui donne la position du foyer image F' par rapport au sommet S .
On appelle **distance focale objet** f d'un miroir sphérique, la mesure algébrique \overline{SF} qui donne la position du foyer objet F par rapport au sommet S .
Comme le foyer image F' est confondu avec le foyer objet F , la distance focale image $f' = \overline{SF'}$ est égale à la distance focale objet $f = \overline{SF}$.

$$f' = f = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2}$$

Par définition, la **vergence** du miroir est l'inverse de la distance focale : $V = \frac{1}{f'}$

II.6 Plan focal et foyers secondaires → Cf. poly.

III Objets et images – Tracés de rayons

III.1 Rayons utiles

□ **Méthode III.1.**— Pour tracer correctement la marche de n'importe quel rayon lumineux se réfléchissant sur un miroir sphérique, il est nécessaire de connaître les 4 rayons fondamentaux pour un tel miroir :

- le rayon incident passant par le centre C émerge en passant par C
- le rayon incident passant par le foyer (objet) F émerge en parallèle à l'axe optique (Δ)
- le rayon incident parallèle à l'axe optique passant (Δ) émerge en passant par le foyer (image) F'
- le rayon incident passant par le sommet S émerge en passant par S

Rq : Lorsqu'on travaille avec le schéma symbolique d'un miroir (cf. II.3), le rayon passant par S semble être le seul qui vérifie la loi de la réflexion : le rayon réfléchi se construit en traçant le symétrique par rapport à l'axe optique du rayon incident.

III.2 Exemple de tracé d'image