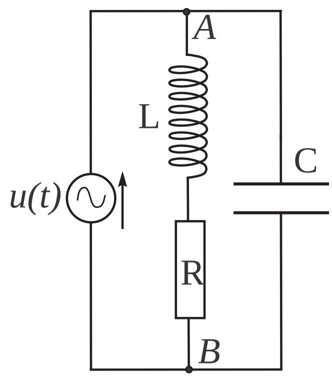
TD d'Électrocinétique
Puissance en régime sinusoïdal (1)

Ex-TD/E5.3 **Caractéristiques d'un circuit oscillant** (Dervieux/Simon [Ellipses])

Le circuit oscillant de la figure ci-contre dissipe une puissance (moyenne) de $\mathcal{P} = 40\ kW$. La tension efficace à ses bornes est de $U = 12\ kV$ et la fréquence est $f = 480\ kHz$.



1) Calculer numériquement la résistance équivalente R_e qui dissiperait la même puissance.

2) Exprimer l'admittance complexe $\underline{Y}$ du dipôle AB.

3) Comment doit être la partie imaginaire de $\underline{Y}$ lorsque le dipôle a un comportement purement résistif ?

Exprimer R_e en fonction de R, L et C lorsque la fréquence est telle que l'admittance complexe $\underline{Y}$ est purement résistive.

4) Le cœfficient de surtension du circuit oscillant est $Q = \dfrac{L\omega}{R}$.

Exprimer C et L en fonction de R_e, Q et f.

Calculer L et C pour $Q = 16$.

Solution Ex-TD/E5.3

1) La puissance reçue par un dipôle AB d'impédance $\underline{Z}$ parcouru par l'intensité efficace I et soumis à la tension efficace U est : $\mathcal{P} = \mathcal{R}_e(\underline{Z})I^2$.

Si le dipôle se comporte comme une résistance R_e, alors $\underline{Z} = \mathcal{R}_e(\underline{Z}) = R_e$ et $\mathcal{P} = \dfrac{U^2}{R_e} \Leftrightarrow$

$$\boxed{R_e = \frac{U^2}{\mathcal{P}} = 3,6.10^3\ \Omega}.$$

2) L'admittance du dipôle AB constitué de deux branches en parallèle est : $\boxed{\underline{Y} = \dfrac{1}{R + jL\omega} + jC\omega}$.

Cette admittance s'écrit, sous la forme cartésienne suivante :

$$\underline{Y} = \frac{R - jL\omega}{R^2 + L^2\omega^2} + jC\omega \longrightarrow \boxed{\underline{Y} = \frac{R}{R^2 + L^2\omega^2} + j\left(C\omega - \frac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2}\right)}.$$

3) • Si l'admittance est purement résistive, alors

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_e} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{R}{R^2 + L^2\omega^2} = \dfrac{1}{R_e} \\ C\omega - \dfrac{L\omega}{R^2 + L^2\omega^2} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} R_e = R + \dfrac{L^2\omega^2}{R} & ① \\ C = \dfrac{L}{R^2 + L^2\omega^2} & ② \end{cases}$$

$$\bullet\ ② \rightarrow \frac{L^2\omega^2}{R} = \frac{L}{RC} - R \xrightarrow{①} \boxed{R_e = \frac{L}{RC}}\ ③.$$

4) $Q \equiv \dfrac{L\omega}{R} \xrightarrow{③} \boxed{Q = R_eC\omega}\ ④$.

$$④ \rightarrow \boxed{C = \frac{Q}{2\pi f R_e} = 1,47\ nF}.$$

$$① \xrightarrow{Q \equiv \frac{L\omega}{R}} \boxed{R_e = R(1 + Q^2)}\ ⑤$$

$$Q \equiv \frac{L\omega}{R} \Leftrightarrow L = \frac{RQ}{\omega} \xrightarrow{⑤} \boxed{L = \frac{R_eQ}{2\pi f(1 + Q^2)} = 74,3\ \mu H}.$$