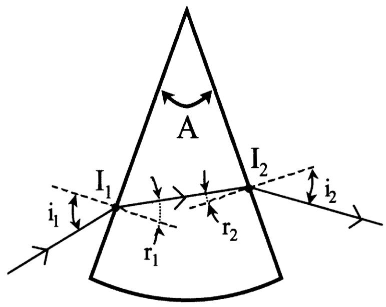
Correction du Devoir Surveillé n^{o}1

I Prisme et goniomètre [CCP 2004, Physique 2]

I.1) ➜ Cf Cours **TP1-O5**.

I.2.a) ➜ Cf Cours **TP1-O5**. La face d'entrée du prisme correspondant à un dioptre air/verre, il y a toujours réfraction car le verre est un milieu plus réfringent que l'air.

I.2.b) Lois de DESCARTES :
① au point I_1 : $\boxed{\sin i_1 = n \sin r_1}$;
② au point I_2 : $\boxed{n \sin r_2 = \sin i_2}$.



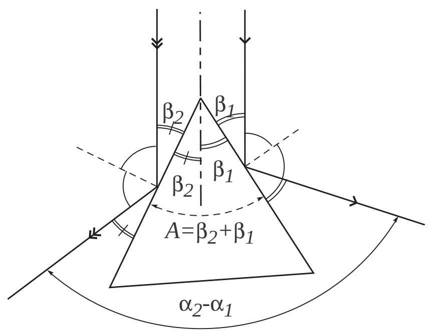
I.2.c) $\boxed{A = r_1 + r_2}$ ③.

I.2.d) L'angle de déviation D est l'angle entre le rayon qui arrive sur la face d'entrée du prisme et le rayon qui émerge de la face de sortie du prisme.
En orientant D pour avoir une valeur positive, on a :
$\boxed{D = i_1 + i_2 - A}$ ④.

I.2.e) ➜ Cf Cours **TP1-O5**. Lorsque $D = D_m$ alors $\boxed{i_1 = i_2 = i_m}$ et $\boxed{r_1 = r_2}$.

On en déduit, en utilisant les relations du prisme, que : $\boxed{n = \dfrac{\sin \dfrac{D_m + A}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}}}$.

I.3.a)
• D'après la figure ci-contre, on a $A = \beta_2 + \beta_1$.
Or $\alpha_2 - \alpha_1 = 2\beta_2 + 2\beta_1$
→ Donc : $\boxed{A = \dfrac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}$

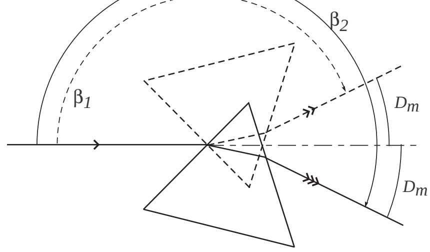


• **A.N. :** $\alpha_1 = 119°58'$ et $\alpha_2 = 240°04'$, donc :

$$\boxed{A = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2} = \frac{120°06'}{2} = 60°03'}$$

I.3.b)
• Pour répondre à cette question « il suffit » de faire apparaître l'angle de déviation minimale pour les deux positions symétriques du prisme sur le plateau tournant sur la figure ci-contre (*Remarquer l'importance d'un schéma !*).

Alors il vient automatiquement que : $\boxed{D_m = \dfrac{\beta_2 - \beta_1}{2}}$



• **A.N. :** $\boxed{D_m = \dfrac{218°42' - 141°16'}{2} = \dfrac{77°26'}{2} = 38°43'}$

I.3.c) Avec les valeurs calculées de A et D_m, nous obtenons : $\boxed{n = \dfrac{\sin \dfrac{D_m + A}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}} = 1,517 \simeq 1,52}$

I.3.d) ➜ Cf **DL n°2**. Un calcul de différentielle logarithmique donne :

$$\frac{\mathrm{d}n}{n} = \frac{1}{2}\left[\text{cotan}\left(\frac{A+D_m}{2}\right) - \text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right)\right]\mathrm{d}A + \frac{1}{2}\,\text{cotan}\left(\frac{A+D_m}{2}\right)\mathrm{d}D_m$$

D'après les valeurs de A et de D_m données par l'énoncé, le terme entre crochets devant dA est négatif alors que le terme devant dD_m est positif. Donc en passant des erreurs aux incertitudes relatives, soit, en pratique, en passant aux valeurs absolues, nous obtenons :

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2}\left[\text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right) - \text{cotan}\left(\frac{A+D_m}{2}\right)\right]\Delta A + \frac{1}{2}\,\text{cotan}\left(\frac{A+D_m}{2}\right)\Delta D_m$$

Et comme $\Delta A = \Delta D_m = 2' \equiv \frac{4}{60}\frac{\pi}{180} = 5,82.10^{-4}\ rad$, nous avons, en regroupant les termes, l'incertitude relative suivante : $\frac{\Delta n}{n} = \frac{1}{2}\,\text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right)\Delta A$.
Soit une incertitude absolue Δn sur la mesure de n :

$$\boxed{\Delta n = \frac{n}{2}\,\text{cotan}\left(\frac{A}{2}\right)\Delta A = 8.10^{-4} \simeq 1.10^{-3}} \Rightarrow \boxed{n = 1,5170 \pm 0,0008 = 1,517 \pm 0,001}$$

II Miroir Sphérique [ENAC 2004]

II.1) Rép. C) : F et F' sont confondus et situés au milieu du segment SC.

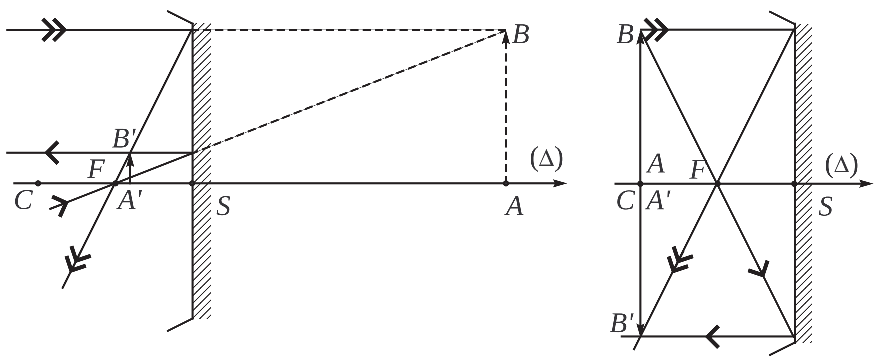
II.2) L'objet étant virtuel : $\overline{SA} = +10\ m$.
L'image est droite et réduite avec un grandissement de valeur numérique imposée :
$G_t = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{1}{5}$.
Or, d'après l'expression du grandissement avec origine au sommet S,
on en déduit que $\overline{SA'} = -G_t\,\overline{SA}$
Alors la relation de conjugaison avec origine au sommet $\frac{1}{\overline{SA'}} + \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{2}{\overline{SC}} \equiv V$ s'écrit :
$\frac{1}{\overline{SA}}(-\frac{1}{G_t} + 1) = V \quad \Leftrightarrow \quad V = \frac{-5+1}{10} = -0,4\,\delta$. Donc : $\boxed{\textbf{Rép. A) :}\ V = -0,4\ \delta}$.

II.3) Le signe de la vergence impose que le miroir soit convergent et concave : **Rép. D)** .

II.4) Pour un objet AB orthogonal à l'axe optique et passant par C, C étant son propre conjugué par le miroir et le miroir ayant la propriété d'aplanétisme dans les conditions de Gauss, alors l'image $A'B'$ se trouve dans le même plan passant par C : **Rép. A)** .

II.5) Puisque $A' = A = C$, le grandissement exprimé avec origine au sommet du miroir donne :
$\boxed{G_t = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = -1 \quad \textbf{Rép. D)}}$.

II.6)



III Analyse dimensionnelle : Chauffage d'un lingot

III.1) La dimension de la conductivité thermique k :

$[k] = \dfrac{[\overrightarrow{j_{th}}]}{[\overrightarrow{gradT}]} = \dfrac{[W.m^{-2}]}{[K.m^{-1}]} = \dfrac{(M\,L^2\,T^{-3})\,L^{-2}}{\theta\,L^{-1}}$, donc : $\boxed{[k] = M\,L\,T^{-3}\,\theta^{-1}}$

III.2) La dimension de capacité thermique à pression constante : $\boxed{[c_P] = L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1}}$

III.3) Et comme :
- $[A] = 1$,
-$[l]$ = [longueur caractéristique] $= L$,
- et $[\rho]$ = [masse volumique] $= M\,L^{-3}$, on en déduit :

$$[t] = [A\,c_P^a\,\rho^b\,k^c\,l^d] = [A]\,[c_P]^a\,[\rho]^b\,[k]^c\,[l]^d \quad \Leftrightarrow \quad T = (L^2\,T^{-2}\,\theta^{-1})^a\,(M\,L^{-3})^b\,(M\,L\,T^{-3}\,\theta^{-1})^c\,L^d$$

$$\begin{array}{rcl} T & = & T^{-2a}\,T^{-3c} \\ 1 & = & L^{2a}\,L^{-3b}\,L^c\,L^d \\ 1 & = & \theta^{-a}\,\theta^{-c} \\ 1 & = & M^b\,M^c \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{rcl} 2a+3c & = & -1 \\ 2a-3b+c+d & = & 0 \\ a+c & = & 0 \\ b+c & = & 0 \end{array} \Longrightarrow \begin{array}{l} a=1 \\ b=1 \\ c=-1 \\ d=2 \end{array}$$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{t = k_3\,\frac{c_P\,\rho\,l^2}{k}}$$