CORRECTION DU CONTROLE DE MATHEMATIQUES N°11a lundi 6 juin 2011

Exercice 1 : (3 points)

1°) 207 est-il un nombre premier ?

207 est divisible par 9 (2+0+7=9) donc 207 n'est pas premier.

2°) 60 possède 12 diviseurs : les donner tous.

$60 = 1 \times 60$
$60 = 2 \times 30$
$60 = 3 \times 20$
$60 = 4 \times 15$
$60 = 5 \times 12$
$60 = 6 \times 10$

Les diviseurs de 60 sont 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 et 60.

3°) Donner la liste de tous les diviseurs de 126.

$126 = 1 \times 126$
$126 = 2 \times 63$
$126 = 3 \times 42$
$126 = 6 \times 21$
$126 = 7 \times 18$
$126 = 9 \times 14$

Les diviseurs de 126 sont 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63 et 126

4°) En déduire PGCD (126 ;60)

Les diviseurs communs à 126 et 60 sont 1,2, 3 et 6 donc PGCD (126 ;60) = 6.

Exercice 2 : (4 points)

1°) Les nombres 2898 et 506 sont-ils premiers entre eux ? Justifier.

2898 et 506 sont pairs donc ils sont divisibles par 2 donc ils ne sont pas premiers entre eux.

2°) **Calculer** PGCD (2898 ; 506).

Divisions euclidiennes successives :

$2898 = 506 \times 5 + 368$
$506 = 368 \times 1 + 138$
$368 = 138 \times 2 + 92$
$138 = 92 \times 1 + 46$
$92 = 46 \times 2 + 0$

Par la méthode d'Euclide, le dernier reste non nul vaut 46 donc PGCD (2898 ; 506)= 46

3°) Rendre irréductible la fraction $\frac{2898}{506}$ *en justifiant.*

Si on divise le numérateur et le dénominateur d'une fraction par le PGCD du numérateur et du dénominateur alors on obtient une fraction irréductible.
D'après le 2°) , PGCD (2898 ; 506)= 46

$$\frac{2898}{506} = \frac{63 \times 46}{11 \times 46} = \frac{63}{11}$$

$\frac{63}{11}$ est irréductible.

Exercice 3 : (3 points)

Marc a 108 billes rouges et 135 billes noires. Il veut faire des paquets de sorte que :

- tous les paquets contiennent le même nombre de billes rouges ;
- tous les paquets contiennent le même nombre de billes noires ;
- toutes les billes rouges et toutes les billes noires soient utilisées.

1) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?

Tous les paquets doivent contenir **le même nombre** de billes rouges, **le même nombre** de billes noires et **toutes les billes** doivent être utilisées donc le nombre de paquets est un diviseur commun de 108 et 135.
De plus le nombre de paquets doit **être maximal,** donc ce doit être le PGCD de 108 et 135.

Calcul du PGCD de 108 et 135 par l'algorithme d'Euclide :
$135 = 108 \times 1 + 27$
$108 = 27 \times 4 + 0$

Le PGCD de 108 et 135 est le dernier reste non nul c'est-à-dire 27,

donc le nombre maximal de paquets qu'il pourra réaliser est 27.

2) Combien y aura-t-il alors de billes rouges et de billes noires dans chaque paquet ?

$108 = 4 \times 27$
$135 = 5 \times 27$
Il y aura 4 billes rouges et 5 billes noires dans chaque paquet.