I. La formation

Nombre de « documents ressources » sont publiés à ce jour et aident à l'élaboration d'une leçon. Ils donnent des pistes de travail mûrement réfléchies par les inspecteurs généraux qui élaborent les programmes. Des documents ressources sont en ligne sur le site académique :
http://mathematiques.ac-bordeaux.fr
D'autre part un forum a été mis en place. Il est là pour répondre de façon individualisée à toutes les questions que l'enseignant se pose bien naturellement. Les réponses sont données par des professeurs « référents » sur le site de façon à mutualiser notre travail. On pourra se connecter à ce forum via cette même adresse.

1. Construire une leçon

Les livres proposent systématiquement un modèle de leçon. De nombreux sites mathématiques proposent également des leçons clés en main.

Recommandation n° 1 : Lire le programme et s'en tenir à ne faire que ce que précise le programme.

Recommandation n° 2 : Prendre en compte les connaissances antérieures des élèves par la lecture des programmes des classes précédentes.

Recommandation n° 3 : Nombre de documents d'accompagnement peuvent aider à l'élaboration du cours.

Un schéma classique de construction se décline en trois phases :

- Résolution d'un exercice de sensibilisation ou de découverte de la notion étudiée.
- Échange avec le groupe classe.
- Résolution d'exercices d'application.

➢ Première phase :
Cela peut se faire par l'intermédiaire d'un devoir donné à la maison, ou d'une activité.
Si l'activité est écrite sur feuille polycopiée on peut demander à l'élève d'indiquer son nom et son prénom et relever les feuilles en fin d'heure. Le professeur écrit simplement « vu » sur les feuilles et saura dire à ceux qui prennent mal en note le travail fait en classe ce qui ne va pas. Ce travail de lecture des copies doit être fait très rapidement.

➢ Deuxième phase :
Ne pas oublier que ce travail sera finalisé par la trace écrite.
La trace écrite doit être la plus synthétique possible. Une question à se poser : À quoi sert le cahier de leçons ? Nombre d'élèves n'en font pas référence et n'ont pas l'habitude de l'ouvrir pour faire un exercice. Pour le plus grand nombre c'est ce que l'on doit apprendre et savoir réciter. Ceux-là ne l'ouvrent que pour l'interrogation si interrogation il y a.

Recommandation n°4 : La trace écrite doit être la plus synthétique possible. Pas de longs discours que l'élève ne lira pas.

➢ Troisième phase :
Le choix des exercices d'application est fondamental. Le livre adopté peut convenir et l'on peut s'en satisfaire. Mais il peut aussi ne pas convenir. Auquel cas il faut ne pas hésiter à construire sa propre fiche d'exercices.

Recommandation n°5 : Ne pas oublier que faire des mathématiques c'est résoudre des problèmes. Cela ne veut pas dire ne pas faire des exercices techniques, mais il faut cependant privilégier les problèmes, et le plus souvent les problèmes concrets.

2. Tâche simple / tâche complexe

Le programme international PISA* de l'OCDE** pour le suivi des acquis des élèves existe depuis 1997. Des évaluations sont conduites tous les trois ans. Les résultats obtenus lors des différentes enquêtes de PISA montrent que **les élèves français réussissent très correctement les tâches simples mais rencontrent des difficultés lorsqu'il s'agit d'effectuer une tâche dite « complexe »** .

*PISA : *Programme International pour le Suivi des Acquis des élèves*
**OCDE : *Organisation de Coopération et de Développement Économique*

Qu'est ce qu'une tâche simple ? Qu'est ce qu'une tâche complexe ?

- **Une tâche simple** est une tâche qui incite davantage à des reproductions de procédures. Une tâche simple permet de travailler ou d'évaluer des **savoirs** et des **savoir-faire,** elle laisse peu d'initiative à l'élève.

Quand on parle de « tâches simples », il s'agit donc de reproductions de procédures. Nous savons faire et nous avons longtemps évalué nos élèves seulement sur ces tâches là.

L'acquisition de ces savoirs et savoir-faire n'est plus une fin en soi, mais ils ne constituent qu'une étape dans la résolution de problèmes.

Dois-je m'inquiéter si un élève ne sait pas calculer $-12 : \frac{4}{3}$ *?*

Si je m'attache uniquement à l'acquisition d'une technique, la réponse est « oui », mais si cela apparait au milieu de la résolution d'un problème je dois inciter les élèves à prendre leur calculatrice et programmer ce calcul. La calculatrice donne la réponse et permet de poursuivre la résolution du problème. Rien ne m'empêche, ensuite, de prendre le temps de rappeler la règle de calcul et de faire quelques exercices de calculs techniques.

***Extraits des documents d'accompagnement du programme de 3**^e^*
« La réduction des apprentissages mathématiques à l'acquisition d'automatismes ne fait qu'accentuer blocages, rejets et perte de sens de l'école. »

- **Une tâche complexe** est une tâche mobilisant plusieurs ressources. Dans ce contexte, complexe ne veut pas dire compliqué. Une tâche complexe ne se réduit pas à l'application d'une procédure automatique, mais nécessite l'élaboration d'une stratégie (pas forcément experte). Chaque élève peut adopter une démarche personnelle de résolution pour réaliser la tâche. Une tâche complexe conduit les élèves à exprimer de véritables **compétences** dans des situations nouvelles.

Qu'entend-t-on par compétences ?
Petite rupture lexicale, ce qui était préalablement désigné comme des compétences dans les programmes n'est plus considéré comme telles. Ces ex-compétences sont dorénavant classées parmi les capacités.

Une définition du mot *compétence* :
Aptitude à mobiliser un ensemble de ressources (savoirs ; savoir-faire, savoir-être) adaptées dans une situation complexe[1] *et authentique*[2]*.*

[1] Situation complexe : il s'agit bien de « tâches complexes ».
[2] Authentique : il s'agit de contextualiser un problème, c'est-à-dire de mettre un événement dans son contexte pour lui donner toute sa valeur et son sens.

3. Le calcul mental

Le calcul mental est une priorité pour de nombreuses raisons développées dans le document ressource « Le calcul numérique au collège - Éduscol ». Il serait maladroit de faire des séances de calcul mental. Les programmes ne prévoient pas ces temps là. Le calcul mental doit se pratiquer à longueur d'année. Quand l'enseignant effectue un calcul devant ses élèves, par exemple le calcul de $-12 : \frac{4}{3}$, il serait bon qu'il donne la réponse immédiatement avant que les élèves n'exécutent le calcul avec leur calculatrice. C'est un défi que les élèves aiment bien. Comment ai-je fait pour aller si vite ?

II. L'évaluation

L'évaluation intervient tout au long de la scolarité. **L'objectif est de faire le point sur les acquis des élèves**, de prendre en compte les différents rythmes, de mettre en œuvre le cas échéant les dispositifs au service de la réussite.

1. Les devoirs surveillés

Peu nombreux dans le trimestre, trois par exemple, ils vérifient l'acquis des élèves. Ces devoirs ne doivent pas porter sur la leçon qui vient d'être terminée. Ils doivent bien sûr comporter les dernières notions abordées et un retour sur des notions vues antérieurement, en particulier celles qui ont été moins bien réussies.

2. Les interrogations écrites

Le rôle de l'interrogation écrite, de courte durée, est de s'assurer qu'un savoir ou un savoir-faire particulier étudié à l'instant a été revu par l'élève.
Il ne s'agit en aucun cas de faire une interrogation « surprise » comme arme contre le mauvais comportement de la classe ! On parle bien d'évaluation dont l'objectif est de faire le point sur les acquis des élèves.

3. Les devoirs maison

Les devoirs maison n'ont pas nécessairement qu'un rôle évaluatif. On peut leur attribuer aussi un rôle formatif.

Un devoir à la maison est un travail qui implique certaines évidences à prendre en compte. L'élève le fait en temps libre et peut se faire aider. Il ne faut pas nier cette aide qui est souvent bénéfique. Il faut au contraire savoir l'intégrer comme un aide précieuse à sa propre pédagogie. Il faut savoir que nombre d'élèves recopient la copie d'un autre… Il faut que la notation, si notation il y a, valorise autre chose que le contenu proprement dit.

Recommandation n°6 : Un devoir maison doit être court : un exercice et/ou un problème ouvert *(problème qui traite d'une situation concrète ; une énigme… etc.)*.

La notation ne doit pas être faite au demi-point près, mais plutôt globalement, avec des critères prédéfinis à l'avance et communiqués à l'élève. Par exemple : l'application ; le travail de recherche ; les annotations (on peut demander à l'élève d'indiquer ses difficultés); la non écoute en classe peut être aussi prise en compte … Notés ainsi, ils peuvent permettre, aussi, d'apprécier un certain savoir-être.

4. Les narrations de recherche

L'idée de cette nouvelle pratique pédagogique, utilisée au collège et au lycée, est venue à la suite d'observations individuelles d'élèves, qui étaient en cours de recherche des solutions de problèmes. Il s'agit de faire raconter par l'élève lui même la suite des actions qu'il a réalisées au cours de la recherche des solutions du problème. Un nouveau contrat est passé avec l'enseignant : l'élève s'engage à raconter du mieux possible toutes les étapes de sa recherche, à décrire ses erreurs, comment lui sont venues de nouvelles idées ; en échange, l'enseignant s'engage à faire porter son évaluation sur ces points précis sans privilégier la solution.

Ce nouveau type de devoirs est présenté au collège dès la classe de sixième, car il s'inscrit totalement dans les objectifs généraux des nouveaux programmes de sixième qui conseillent que « l'enseignement des mathématiques développe les capacités de travail personnel de l'élève et son aptitude à chercher, à communiquer et à justifier ses affirmations. ».

La difficulté est la notation de telles activités. Il faut procéder comme pour les devoirs donnés à la maison. La notation ne doit pas être faite au demi-point près, mais plutôt globalement en prédéfinissant certains critères.

ANNEXE

Exemple de calcul mental

EXERCICE : On considère la fonction h définie par $h(x) = \frac{4}{3}x + 2$.

Quel est l'antécédent par h de -10 ?

RÉPONSE

On peut résoudre une équation d'inconnue « x », mais on peut y préférer la signification donnée au calcul de l'image d'un nombre « x ».

$$x \xrightarrow{\times \frac{4}{3} \qquad + 2} \frac{4}{3}x + 2$$

Remontons à l'envers…

$$-9 \xleftarrow{: \frac{4}{3} \qquad - 2} -10$$

Les calculs numériques se font à la calculatrice, mais c'est l'occasion, pour le professeur, de faire une séquence de calcul mental.

$$-10 - 2 = -12$$

$$-12 : \frac{4}{3} = -9$$

Exemples de tâches simples

Exemple 1 : résolution d'une équation, par exemple : 2x+3=7.

Plutôt que de se lancer dans l'application de techniques plus ou moins élaborées, faire remarquer à l'élève que le nombre qui ajouté à 3 donne 7 est 4. Donc 2x=4, ensuite que le nombre qui multiplié par 2 donne 4 est 2. Donc la solution du problème est le nombre 2. Faire une vérification ne serait-ce qu'orale.

> Recommandation n°5 : Ne recourir aux techniques sophistiquées que si cela est nécessaire, mais cela dépend du choix des exercices donnés. Il faut donc faire le bon choix d'exercices.

Exemple 2 : résolution d'un système, par exemple : $\begin{cases} x + y = 15 \\ 2x + y = 21 \end{cases}$

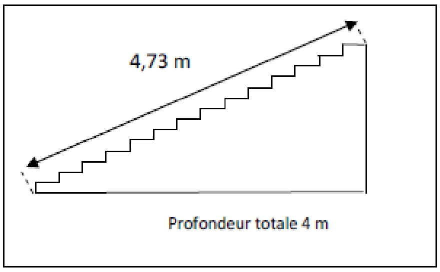
Là encore aucune technique n'est nécessaire. La solution se trouve de tête. Il faut l'instituer comme un jeu.

> Recommandation n°6 : C'est lors de travaux numériques tout au long de l'année que l'apprentissage du calcul mental peut être développé.

Exemples de tâches complexes

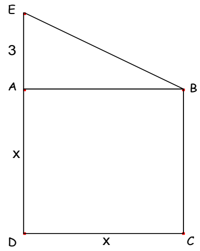
Exemple 1 : l'escalier (*vade-mecum, version de septembre 2009*)

Pour qu'un escalier soit conforme aux normes, la hauteur de chaque marche doit être comprise entre 17 cm et 20 cm. L'escalier représenté sur le schéma ci-contre est-il conforme aux normes ?



Une élève a demandé l'aide de son père menuisier qui a donné la réponse en réalisant un schéma « au dixième ».
Cette approche est à mettre en exergue lors de la correction.

Exemple 2 : Nombres et Calculs



ABCD est un carré,

ABE un triangle rectangle en A.

Pour quelle valeur de x, l'aire du carré ABCD

est-elle égale à celle du triangle ABE ?

Attention : Les dimensions ne sont pas respectées sur la figure.

Voici un texte où l'auteur souhaitait faire résoudre l'équation : $1,5x = x^2$.
Posé sans l'introduction de la lettre « x », le problème est ouvert et laisse la possibilité d'un raisonnement avec les figures usuelles de géométrie.
Voici une solution que peu d'élèves sont susceptibles de fournir, car ils n'ont pas été habitués à cela :
« Un triangle c'est un demi-rectangle, donc le carré doit avoir une aire moitié de celle du rectangle. Je partage le rectangle en deux dans le bon sens et je dois obtenir deux carrés. Donc AB=1,5. »

Exemple 3 : Organisation et gestion de données (Collège Pierre Mendès France – Brevet blanc, janvier 2010)

1° Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?
2° Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. En combien de temps parcourt-elle 110 kilomètres ?
Donner le résultat en heures et minutes.

Solution donnée par l'auteur

1. *Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Pour calculer sa vitesse moyenne en km/h il faut déterminer combien de kilomètres il parcourt en 1 heure = 60 minutes.*
   $V = \frac{d}{t} = \frac{5km}{1h15min} = \frac{5km}{75min} = \frac{?Km}{60min}$ *et* $? = \frac{60 \times 5}{75} = \mathbf{4km/h.}$

2. *Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. Pour calculer combien de temps il faut pour parcourir 110 kilomètres, on peut utiliser le tableau de proportionnalité :*

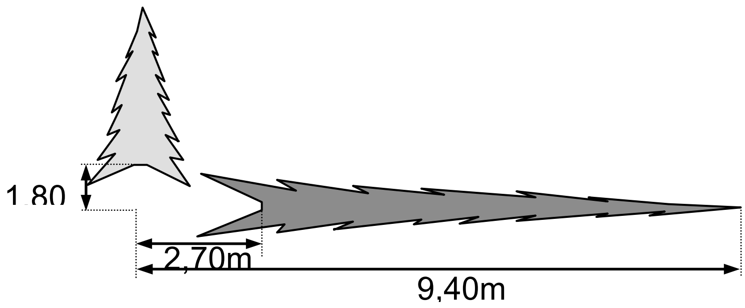
Distance en km	*50*	*110*
Temps en minutes	*60*	*?*

$? = \frac{110 \times 60}{50} = 132minutes = 2 \times 60 + 12min = \mathbf{2h12min}$

***Une autre solution**, que peu d'élèves sont susceptibles de fournir, car les élèves se réfugient toujours dans les automatistes enseignés.*

1. *Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Ce randonneur parcourt 1km en 15minutes, donc 4 km en quatre fois plus de temps soit 60 minutes, soit une heure.*
   *Sa vitesse est donc de **4km/h.***
2. *Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h, donc en 2heures elle aura parcouru 100km.*
   En 120 minutes elle parcourt 100km,
   En 12minutes elle parcourt 10 km.
   *Il lui faut donc pour parcourir 110 kilomètres elle mettra **2h12min.***

Exemple 4 : CONFIGURATIONS GÉOMÉTRIQUES



Au sol se projette l'ombre d'un conifère.
On peut effectuer quelques mesures.
Quelle est la hauteur de cet arbre?

Exemple 5 : CONFIGURATIONS GÉOMÉTRIQUES

(Documents ressources pour le collège - Raisonnement et démonstration – Éduscol).

Une corde non élastique de 101 mètres est attachée au sol entre deux piquets distants de 100 mètres. Tam tire la corde en son milieu et la lève aussi haut qu'il peut.

Sachant qu'il mesure 1,68 m, peut-il passer en dessous sans se baisser ?

Devoir surveillé *(Exemple de sujet – Classe de troisième - Dernier devoir de l'année scolaire)*

Exercice 1

On donne le programme de calcul ci-dessous :
- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 4.
- Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.
- Ajouter 4 à ce produit.
- Écrire le résultat.

1. Tester ce programme de calcul sur quelques nombres entiers.
2. On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

Exercice 2

L'unité de longueur est le centimètre.

1. Dessiner le triangle ABC vérifiant : AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.
2. Vérifier que ce triangle est bien un triangle rectangle ? puis calculer son aire.
3. Le mathématicien Héron d'Alexandrie (Ier siècle) a trouvé une formule permettant de calculer le carré de l'aire A d'un triangle à partir des mesures de ses côtés notées *a*, *b* et *c* et de son périmètre *p* :

$$A^2 = \frac{p}{2} \times (\frac{p}{2} - a)\times(\frac{p}{2} - b)\times(\frac{p}{2} - c)$$

À l'aide de cette formule et d'une calculatrice, donner l'aire du triangle ABC arrondie au cm^2 .

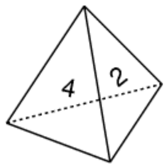
Exercice 3

Au musée du jouet, le prix d'entrée est de 5€ pour un adulte et 3,5 € pour un enfant.
1. Calculer le pourcentage de réduction consenti sur le prix d'entrée « enfant » par rapport au prix d'entrée « adulte ».
2. Un dimanche, le musée du jouet a reçu 125 personnes et a fait une recette de 512,5€.
   Calculer le nombre d'adultes et le nombre d'enfants qui ont visité le musée ce dimanche là.

Exercice 4

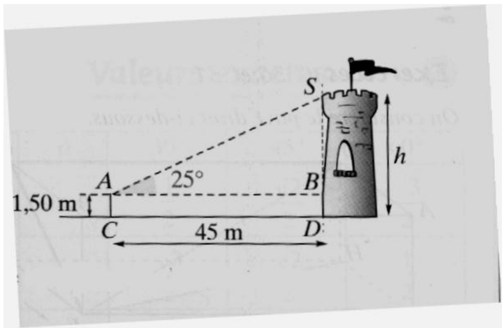
On lance deux dés tétraédriques identiques à quatre faces numérotées 1 ; 2 ; 3 et 4.
On fait la somme des points inscrits sur les faces de dessous.

Quelle valeur faut-il que j'annonce avant le lancer pour avoir le plus de chance de gagner ?



Exercice 5

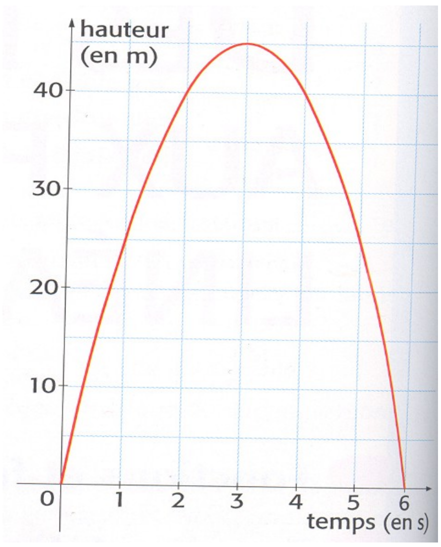
Calculer la hauteur de la tour



Devoir maison *(Exemple de sujet et copie d'élève – Classe de troisième)*

EXERCICE

À l'instant initial t = 0, une machine lance vers le ciel, une balle de tennis.
La courbe ci-contre donne la hauteur de la balle pour un instant t compris entre 0 et 6 secondes.



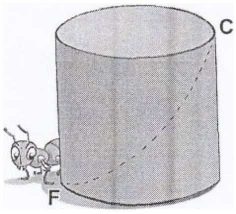
1) Lire graphiquement :
- **a.** La hauteur de la balle à l'instant t = 2 ;
- **b.** Les instants où la balle est à une hauteur de 25 mètres ;
- **c.** La hauteur maximale de la balle ;
- **d.** L'instant où la balle atteint cette hauteur maximale.

2)
- **a.** Sur ce graphique, a-t-on représenté la hauteur en fonction du temps ou le temps en fonction de la hauteur ?
- **b.** La hauteur de la balle dépend de la variable t et peut être exprimée par l'expression algébrique : $h(t) = -5t^2 + 30t$.
  Retrouver le résultat de la question **1)a.** par le calcul.
- **c.** Factoriser $h(t) = -5t^2 + 30t$.
- **d.** En vous aidant éventuellement du graphique, trouver les deux valeurs de « t » pour lesquelles on a h(t) = 0 ?
- **e.** Interpréter concrètement ce résultat.

3) La balle de tennis est assimilée à une sphère de diamètre 6,5 cm.
Donner l'arrondi au centième du volume de la balle de tennis.

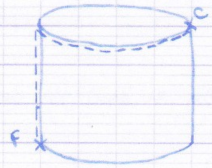
ÉNIGME

Une fourmi se trouvant en F sur un pot cylindrique veut manger de la confiture se trouvant en C.
Le pot mesure 15 cm de haut et a pour diamètre 10 cm.
Trouve pour la fourmi pressée la trajectoire la plus courte ainsi que sa longueur.



Enigme.

Je calcule la première façon de monter au point C.



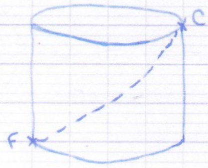
$2 \times \pi \times 5 = 10\pi$
$\simeq 31{,}4.$

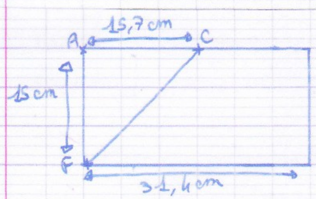
$10\pi : 2 = 5\pi$
$\simeq 15{,}7.$

$15{,}7 + 15 = 30{,}7$ cm.

Cette première façon de monter mesure 30,7 cm.

Je calcule la deuxième façon de monter au point C.





$31{,}4 : 2 = 15{,}7.$

D'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 + AF^2 = FC^2$
$15{,}7^2 + 15^2 = FC^2$
$246{,}49 + 225 = 471{,}49$ $\sqrt{471{,}49} \simeq 21{,}7$ cm.

La deuxième façon d'aller au point C est la plus courte.

Narration de recherche *(Exemple de sujet et de copie d'élève – Classe de quatrième)*

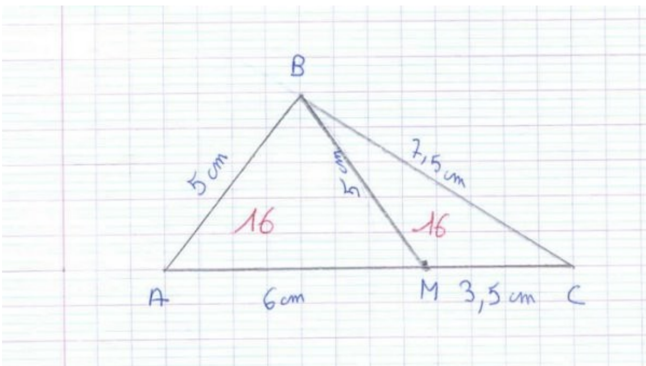
Vous raconterez **en détail** sur votre feuille :

- La façon dont vous prenez en compte l'énoncé (lecture, interprétation, schéma …)
- Les différentes étapes de votre recherche en particulier les différentes pistes que vous avez suivies y compris celles qui n'ont pas abouti. Indiquer les observations que vous avez pu faire et qui vous ont fait progresser ou changer de méthodes notamment le contrôle de vos réponses. Vous pouvez minutez le temps, joindre votre brouillon…
- L'évaluation ne portera pas sur la nature de la solution (juste, fausse, incomplète …) mais sur les points ci-dessus.

Voici la question :
Tracez un triangle ABC tel que AB = 5 cm ; AC = 9,5 cm et BC = 7,5 cm.
Où placer le point M sur le segment [AC] pour que les triangles ABM et CBM aient le même périmètre ?

1) En premier, je construit le triangle ABC et on me dit que je doit placé le point M sur [AC]. [AC] mesure 9,5 cm alors j'ai l'ideé de prendre le millieu de [AC] c'est 4,75 cm je le desegne par un croix et je l'apel M. Alors peu aprés je relie M a B pour obtenir deux triangles different. On me dit que ABM = CBM il doivent avoir le même perimetre alors je calcul leur perimetre mais je me rend compt que ABM = 14,5 cm et CBM = 14,25 cm il n'ont pas le même perimetre donc c'est fause

2) je calcul le perimetre de ABC il est de 22 cm la moitiér et de 11 cm alors j'en deduit que ABM = 11 cm et CBM = 11 cm. Pour trouver où se situe M il faut que BA + AM = BC + CM alors je sais que BA = 5 je partage le segment (AC) en une partie de 6 et une autre de 3,5 pour que 5 + 6 = 11 c'est-a dire BA + AM = 11 cm et que 7,5 + 3,5 = 11 c'est a dire BC + CM = 11 cm mais 11 n'est pas le perimetr il faut ajoute la mesure qu'il y a entre B et M ont la mesure sur notre shema. Entre B et M il y a une longueur de 5 cm, alors j'ajoute 5 a 11 ce qui me fait 16 cm alors le perimetre de 2 triangle sera de 16 cm pour ABM et 16 cm pour CBM le perimetre est bien le même. (voir shéma derrière)



P:ABM = 16cm P = CBM = 16 cm
6 + 5 + 5 = 16 cm 3,5 + 7,5 + 5 = 16 cm.