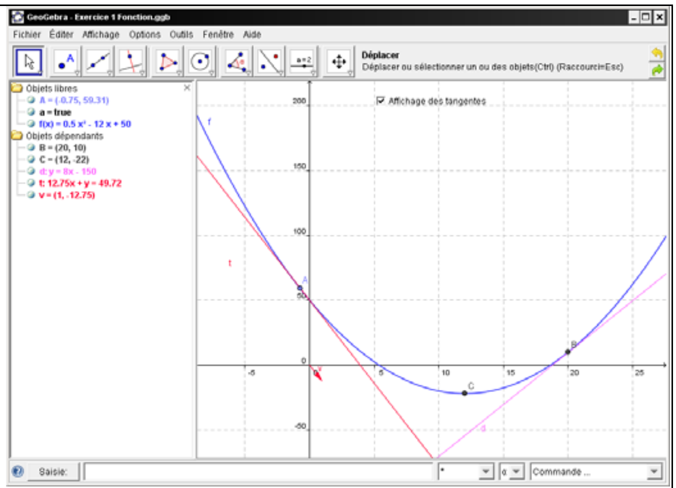
Géométrie Plane avec GeoGebra au Lycée

Dans tous les exercices, penser à cacher les étiquettes inutiles

Exercice 1 : Fonctions numériques

Représentation graphique d'une fonction en adaptant la fenêtre de visualisation ; création de tangentes (*deux méthodes*) à la représentation graphique et d'un bouton de sélection des objets à afficher.



Travail à réaliser :

a. Créer la fonction f définie par :
$$f(x) = 0{,}5x^2 - 12x + 50\,.$$

b. Créer sa représentation graphique dans le repère prédéfini : on veut visualiser la représentation graphique dans l'intervalle I = [-5 ; 20].
(*on constate que cette représentation graphique est inutilisable ; il faudrait pouvoir modifier le repère afin de la rendre lisible sans agrandir ou réduire la fenêtre. La seule possibilité offerte par GeoGebra est de modifier le rapport des échelles entre l'axe des ordonnées et celui des abscisses*)

c. Effectuer les modifications afin d'obtenir une représentation graphique utilisable sur l'intervalle [-5 ; 20] (*la figure doit être identique à la capture d'écran ci-contre : <u>on dispose d'un zoom avec la molette de la souris</u>*).

d. Faire afficher les graduations et la grille associée au repère.

e. Créer un point A mobile sur la courbe.

f. Créer le point $B(20; f(20))$.

g. Essayer de déplacer A ou B.

h. Créer la tangente d à la représentation graphique de la fonction f au point B.

i. Créer un vecteur directeur $\vec{v}$ de la tangente à la représentation graphique de la fonction f au point A.

j. Créer la tangente t à la représentation graphique de la fonction f au point A comme droite de vecteur directeur $\vec{v}$.

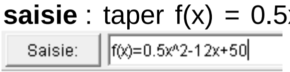
k. Créer une boîte de sélection permettant d'afficher ou de cacher les tangentes.

l. Déterminer le minimum de la fonction f.

Outils à utiliser :

- **<u>Pour créer une fonction :</u>**

Dans la zone de saisie : taper f(x) = 0.5x^2-12x+50, puis Valider.



<u>Remarque</u> : la représentation graphique de la fonction dans le repère prédéfini est automatiquement créée.
<u>Attention</u> : cet objet n'est pas un objet fixe ; bien penser à le bloquer avant tout travail ultérieur.

- **<u>Pour bloquer un objet libre :</u>**

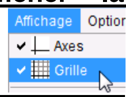
Clic droit sur l'objet ➔ Propriétés : dans l'onglet **Basique**, cocher « ***<u>Objet fixe</u>*** ».

- **<u>Pour modifier le repère prédéfini :</u>**

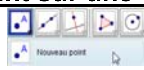
Clic droit sur la figure : dans le menu contextuel ; cliquer sur **axeX : axeY** et choisir le rapport **1 : 10**

- **<u>Pour faire afficher la grille du repère :</u>**

<u>Menu :</u> Affichage.

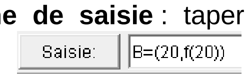


- **<u>Pour créer un point sur une courbe :</u>**

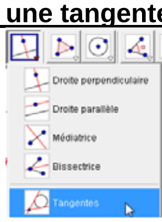
Cliquer sur l'icône , cliquer ensuite sur la courbe.

- **<u>Pour créer un point repéré :</u>**

Dans la zone de saisie : taper B = (20,f(20)), puis Valider.



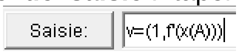
- **<u>Pour créer une tangente à une courbe :</u>**

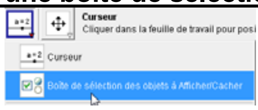


Cliquer sur :

- **<u>Pour créer le vecteur directeur :</u>**

Dans la zone de saisie : taper v = (1,f'(x(A))), puis Valider.

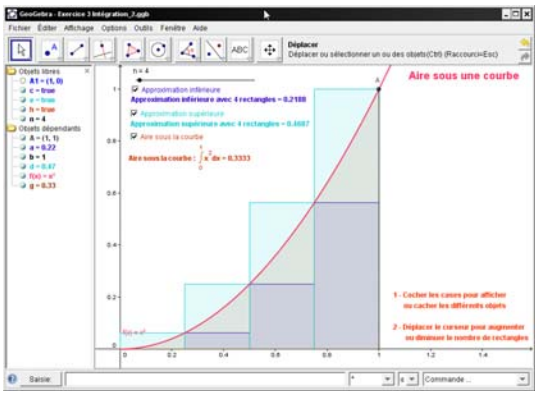


- **<u>Pour créer une droite de vecteur directeur donné :</u>**
Dans la zone de saisie : taper t = Droite[A,v], puis Valider. Saisie: t=Droite[A,v]
- **<u>Pour créer une boîte de sélection :</u>**
Cliquer sur : 

- **<u>Pour déterminer le minimum d'une fonction :</u>**
Dans la zone de saisie : taper Extremum[f], puis Valider. Saisie: Extremum[f]

Exercice 2 : Introduction de l'intégrale 

Introduction de l'intégrale par un encadrement de l'aire sous une courbe à l'aide d'un nombre variable de rectangles ; affichage dynamique et mathématique des résultats obtenus.



Travail à réaliser : 

a. Créer la représentation graphique de la fonction carré dans l'intervalle [0 ; 1] (utiliser le zoom afin d'avoir une figure similaire à l'écran ci-contre).

b. Créer un curseur associé à un entier *n* donnant le nombre de rectangles à utiliser pour approximer l'aire sous la courbe.

c. Créer l'approximation inférieure de l'aire sous la courbe avec *n* rectangles.

d. Créer l'approximation supérieure de l'aire sous la courbe avec *n* rectangles.

e. Créer l'aire sous la courbe.

f. Créer un texte permettant d'afficher : **Approximation inférieure avec 4 rectangles = 0.2188** .

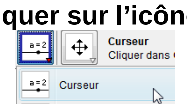
g. Créer un texte permettant d'afficher : **Approximation supérieure avec 4 rectangles = 0.4687** .

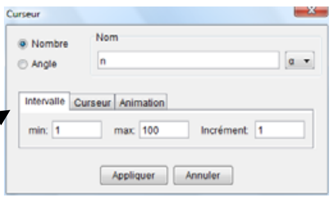
h. Créer un texte permettant d'afficher : **Aire sous la courbe :** $\int_0^1 x^2\,dx = 0.3333$.

i. Créer trois boîtes de sélection permettant d'afficher chacune des aires et le texte correspondant.

j. Créer un texte de consignes.

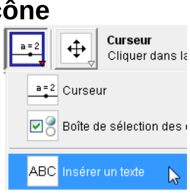
Les nouveaux outils à utiliser : 

- **<u>Pour créer la représentation graphique d'une fonction sur un intervalle :</u>**
Dans la zone de saisie : taper Fonction[x^2,0,1], puis Valider. Saisie: Fonction[x^2,0,1]
- **<u>Pour créer un curseur :</u>**
Cliquer sur l'icône 

puis dans la fenêtre 

définir le nom de la variable, la valeur minimale, la valeur maximale et le pas de variation.
- **<u>Pour créer l'approximation inférieure de l'aire sous la courbe avec *n* rectangles :</u>**
Dans la zone de saisie :
taper SommeInférieure[f,0,1,n], puis Valider. Saisie: SommeInférieure[f,0,1,n]

<u>Remarque</u> **:** *dans la zone de saisie si l'on commence à taper une commande connue de GeoGebra celui-ci propose une complétion que l'on peut accepter ou non.*

- **<u>Pour créer l'approximation supérieure de l'aire sous la courbe avec *n* rectangles :</u>**
Dans la zone de saisie :
taper SommeSupérieure[f,0,1,n], puis Valider. Saisie: SommeSupérieure[f,0,1,n]
- **<u>Pour créer l'aire sous la courbe :</u>**
Dans la zone de saisie : taper Intégrale[f,0,1], puis Valider. Saisie: Intégrale[f,0,1]
- **<u>Pour créer un texte :</u>**
Cliquer sur l'icône 

cliquer ensuite à l'emplacement où l'on désire placer le texte ; la fenêtre suivante s'ouvre : 

On va pouvoir dans le champ :

- Taper un ***Commentaire en français*** avec accents, espaces, retours à la ligne.
- Taper une combinaison ***Commentaire, Valeur d'une variable***.
- Taper une ***Formule mathématique*** (*sans retour à la ligne*).
- Taper une combinaison ***Commentaire, Variable, Formule*** (*sans retour à la ligne*).

Syntaxe pour écrire un texte :

- **Commentaire + Valeur d'une variable :**

Exemple	Lecture à l'écran
″Ordonnée de B = ″+y(B)	Ordonnée de B = 2.5 (*si* B *a pour ordonnée* 2.5)

- **Texte mathématique simple :**

Exemple	Lecture à l'écran
a_1	a_1
a_{ij}	a_{ij}

- **Formule mathématique**

On utilise alors des formules LaTeX qui commencent par le symbole **** (***penser à bien cocher la case* Formule LateX *dans la boîte de saisie***).

Exemple	Lecture à l'écran
\frac{3x-1}{2-7x}	$\frac{3x-1}{2-7x}$
\[a^2 b	a^2
\[(a-b)^{m+n}	$(a\text{-}b)^{m+n}$
\,	Insère un espace (*dans une formule* ***LaTeX*** *les espaces tapés au clavier sont ignorés*)
"\int_{0 }^{1} x^2dx \,=\,"+g (*une formule* LaTex *a le statut d'un commentaire dans une combinaison*)	$\int_0^1 x^2 dx = 0.3333$ (*si g a pour valeur* 0.3333)

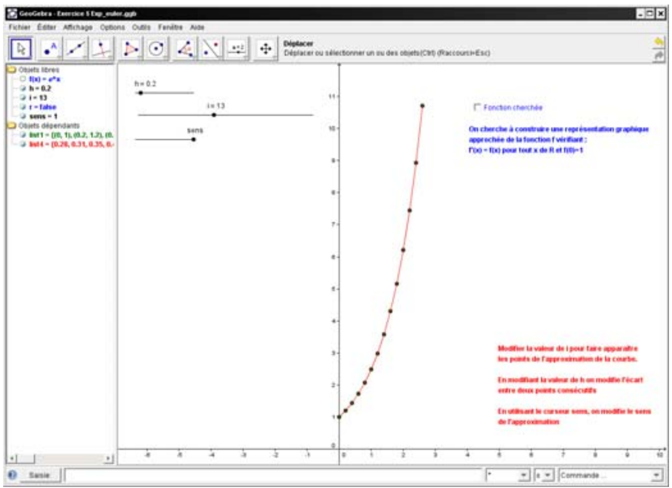
On peut aussi utiliser les commandes préenregistrées dans GeoGebra en cochant la case Formule LateX et en les choisissant dans la liste déroulante.

Exercice 3 : Plus ou moins près d'Euler

On cherche à tracer une approximation de la représentation graphique de la fonction *f* vérifiant $f' = f$ et $f(0) = 1$.

Travail à réaliser :

a. Créer un entier *i* compris entre 0 et 30 (*i* est le nombre de points de la courbe à afficher).
b. Créer un réel *h* tel que $0 < h \leq 1$ (*h* est le pas entre les abscisses de deux points consécutifs).
c. Créer la suite des points de coordonnées $A_k\left(k \times h ; (1+h)^k\right)$ pour $0 \leq k \leq i$.
d. Créer la suite des segments joignant deux points consécutifs.
e. Créer la fonction recherchée et une boîte de sélection permettant de l'afficher ou non.
f. Pour éventuellement obtenir une approximation pour $x \leq 0$, créer une variable *sens* prenant les valeurs 1 ou -1 et modifier la suite des points A_k.



Les nouveaux outils à utiliser :

- **Pour créer une suite de points :**

Dans la zone de saisie :
taper Séquence[(k*h,(1+h)^k),k,0,i], puis Valider.

Saisie: Séquence[(k*h, (1+h)^k), k, 0, i]

Remarque : *dans la zone de saisie si l'on commence à taper une commande connue de GeoGebra celui-ci propose une complétion que l'on peut accepter ou non.*

- **Pour créer une suite de segments :**

Dans la zone de saisie :
taper
Séquence[Segment[Elément[liste1,k],Elément[liste1,k+1]],k,1,i]
puis Valider.

Saisie: **Séquence[Segment[Elément[liste1,k],Elément[liste1,k+1]],k,1,i]**

Exercice 4 : Être ou ne pas être (dans le bon intervalle)…

Création d'une fonction définie par intervalles.
Création d'un point libre sur la représentation graphique de la fonction.

Travail à réaliser :

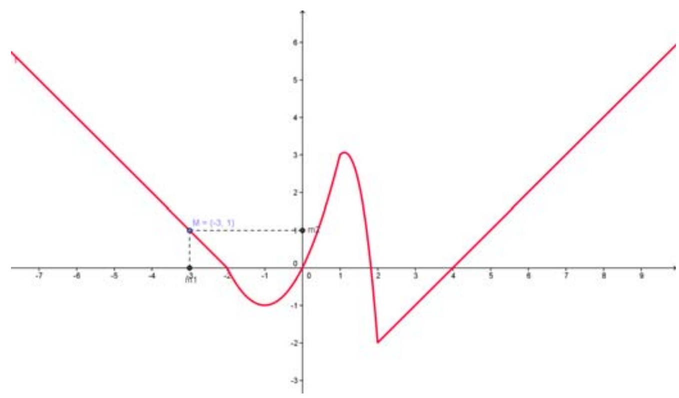
a. Créer la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = -x-2 \text{ si } x < -2 \\ f(x) = x^2 + 2x \text{ si } -2 \le x < 1 \\ f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 3x \text{ si } 1 \le x < 2 \\ f(x) = x - 4 \text{ si } x \ge 2 \end{cases}.$$

b. Créer la représentation graphique de cette fonction sur l'intervalle [-10 ; 10].

c. Créer un point M mobile sur cette représentation graphique et ses projections sur les axes.

d. Faire afficher les coordonnées du point M.



Outils à utiliser :

- **<u>Pour créer une fonction définie par intervalles :</u>**

Dans la zone de saisie taper :
Si[x < -2, -(x) - 2, Si[x < 1, x² + 2 x, Si[x < 2, -2 x³ + 2 x² + 3 x, x - 4]]]
puis Valider.

Saisie: Si[x < -2, -(x) - 2, Si[x < 1, x² + 2 x, Si[x < 2, -2 x³ + 2 x² + 3 x, x - 4]]]

- **<u>Pour créer un point sur une courbe :</u>**

Cliquer sur l'icône [Nouveau point], cliquer ensuite sur la courbe.

- **<u>Pour renommer un point :</u>**

Clic droit sur l'objet ➔ Renommer.

- **<u>Pour faire afficher les coordonnées d'un point :</u>**

Clic droit sur l'objet ➔ Propriétés : dans l'onglet **Basique,** cocher « ***Afficher l'étiquette*** » et choisir « ***Nom & Valeur*** ».

- **<u>Pour créer la projection d'un point sur un axe :</u>**

1. **Créer la perpendiculaire à l'axe passant par ce point**

   Cliquer sur l'icône [Droite perpendiculaire], cliquer sur le point, puis sur l'axe ;

2. **Créer le point d'intersection de cette perpendiculaire avec l'axe**

   Cliquer sur l'icône [Nouveau point / Intersection entre deux objets], cliquer successivement sur les deux droites ;

3. **Cacher la droite**

   Clic droit sur l'objet ➔ Propriétés : décocher « ***Afficher l'objet*** » ;

4. **Créer le segment joignant le point à son projeté**

   Cliquer sur l'icône [Droite passant par deux points / Segment entre deux points], cliquer successivement sur les deux points.