

Faire des Mathématiques avec un Tableur au Lycée

Rappel 1. : Fonctionnement d'un tableur

Saisie du contenu dans la cellule active :

Type du contenu	Taper au clavier	Que voit-on dans la cellule
<i>Nombre</i>	Le nombre voulu	Le nombre aligné à droite
<i>Chaîne de caractères</i>	La chaîne de caractères	La chaîne de caractères alignée à gauche
<i>Formule de calcul</i>	Un signe = suivi de la formule	Le résultat du calcul
<i>Fonction</i>	Le nom de la fonction (de la forme : func) en minuscules, suivi des paramètres de la fonction entre parenthèses. Une formule contenant une fonction commencera toujours par un signe =.	Le résultat du calcul
<i>Un contenu à considérer comme une chaîne de caractères</i>	Une apostrophe suivie du contenu	Le contenu aligné à gauche

Contenu, valeur, format d'une cellule :

Contenu	C'est ce qui est introduit dans la cellule. Il apparaît dans la zone d'édition.
Valeur	C'est le « résultat » du contenu obtenu par le tableur. Il apparaît sur la feuille de calcul à l'affichage et à l'impression.
Format	C'est l'aspect de la valeur à l'affichage et à l'impression ; on le modifie grâce au menu Format (ou clic-droit sur la cellule, puis Formater les cellules).

Conséquence :

Ce que l'on voit dans une cellule ne correspond pas toujours à la valeur qui sera utilisée dans les calculs ; il faut donc s'assurer de la cohérence des affichages.

Pour faire en sorte que ce que l'on voit (avec un format donné) corresponde à la valeur (utilisée pour des calculs ultérieurs) on utilisera avec profit la fonction : **ARRONDI**.

Syntaxe : =ARRONDI(Nombre ou Calcul à arrondir;nombre de décimales).

Copie d'une cellule :

Lorsque l'on copie une cellule, on copie son **contenu** et son **format**.

Rappel 2. : Les fonctions statistiques d'un tableur

Définition officielle de la médiane

Document du G.E.P.S. de mathématiques – 22/12/ 2000

...de nombreux statisticiens, de nombreux logiciels (de qualité) et de nombreux media utilisent la définition suivante de la médiane d'une série :

Médiane : on ordonne la série des observations par ordre croissant ; si la série est de taille $2n + 1$, la médiane est la valeur du terme de rang $n + 1$ dans cette série ordonnée ; si la série est de taille $2n$, la médiane est la demi-somme des valeurs des termes de rang n et $n + 1$ dans cette série ordonnée.

C'est la définition adoptée dans les programmes. Les deux définitions, $Q(0,5)$ et celle-ci donnent en pratique, pour des séries à valeurs continues de grande taille, des résultats le plus souvent très proches.

La procédure qui consiste à tracer une courbe dite de fréquences cumulées croissantes, continue, obtenue par interpolation linéaire à partir des valeurs $F(a_i)$ définies ci-dessus et à définir la médiane comme l'intersection de cette courbe avec la droite d'équation $y = 0,5$, ou avec une courbe analogue dite des fréquences cumulées décroissantes, n'est pas une pratique usuelle en statistique et ne sera pas proposée au lycée.

Si des données sont regroupées en classes, on parle de classe médiane.

Définition officielle des quartiles

Document du G.E.P.S. de mathématiques – 22/12/ 2000

Premier quartile : c'est le plus petit élément q des valeurs des termes de la série, ordonnées par ordre croissant, tel qu'au moins 25% des données soient inférieures ou égales à q .

Troisième quartile : c'est le plus petit élément q' des valeurs des termes de la série, ordonnées par ordre croissant, tel qu'au moins 75% des données soient inférieures ou égales à q' .

Fonctions statistiques du tableur OpenOffice.org Calc

Dans OpenOffice un certain nombre de fonctions statistiques permettent d'effectuer des calculs sur des listes de valeurs ; la présence de chaînes de caractères dans ces listes n'entraîne pas de message d'erreur.

MOYENNE(liste) pour le calcul de la moyenne des valeurs figurant dans l'argument liste.

VAR.P(liste) pour le calcul de la variance des valeurs figurant dans l'argument liste.

ECARTYPEP(liste) pour le calcul de l'écart type des valeurs figurant dans l'argument liste.

Si au nom de ces fonctions on ajoute le suffixe A (en écrivant par exemple MOYENNEA, VAR.PA,...) alors toute chaîne de caractères présente dans l'argument liste se voit attribuer la valeur 0.

MODE(liste) pour le calcul de la valeur apparaissant le plus fréquemment dans la liste.

MEDIANE(liste) pour le calcul de la valeur médiane de la liste.

La médiane est la valeur centrale dans liste telle qu'il existe un nombre égal de valeurs supérieures et inférieures à la médiane. Si liste contient un nombre impair de valeurs, MEDIANE trie les valeurs et renvoie la valeur centrale. Si liste contient un nombre pair de valeurs, MEDIANE trie les valeurs et renvoie la moyenne arithmétique des deux valeurs centrales.

MAX(liste) pour le calcul de la valeur maximale dans la liste.

MIN(liste) pour le calcul de la valeur minimale dans la liste.

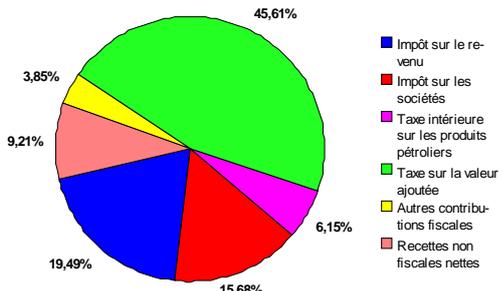
Pour compter des valeurs de manière dynamique :

- **La fonction NBVAL :**
Syntaxe : =NBVAL(liste)
compte les cellules occupées d'une liste de champs.
- **La fonction NB.SI :**
Syntaxe : =NB.SI(champ;critère)
compte le nombre de cellules d'un champ qui remplissent des critères spécifiés.

Argument
critère est la condition qui identifie les cellules à compter. Un critère est un texte qui combine un nombre ou des lettres avec l'un des opérateurs suivants : =, <>, >, >=, <, <=. Si on ne spécifie pas d'opérateur, OpenOffice utilise automatiquement =.

Exercice 1 : Dessine moi un ... 

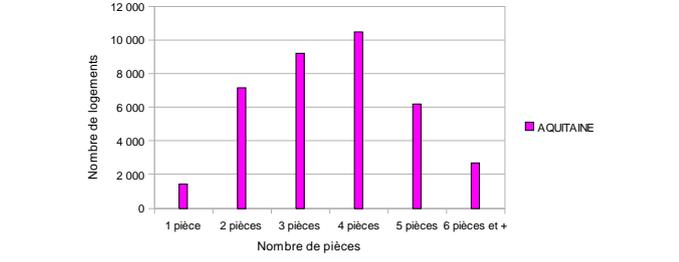
Le premier ministre vous demande de l'aider à présenter les recettes de l'état en 2007. Que pouvez-vous lui suggérer ?



Travail à réaliser :

- Ouvrir le fichier **exercice_1.ods**, puis réaliser un diagramme en secteurs représentant les données proposées.
- Calculer le montant total des recettes de l'état en cellule B9 :
Fonction utile : SOMME.
- Calculer en colonne C le pourcentage des recettes totales représenté par chacune des différentes recettes :
Le résultat doit être affiché sous la forme x %.

Exercice 2 : Encore plus de ... 



Travail à réaliser :

- Ouvrir le fichier **exercice_2.ods**.
- Sur la feuille : **Constructions 2006**, réaliser un diagramme en bâtons donnant la répartition du nombre de logements construits en Aquitaine en fonction du nombre de pièces.

	<p>3. Sur la feuille : Population par région, réaliser un graphique en ligne donnant la population dans chacune des régions.</p>
	<p>4. Sur la feuille : Habitat Canadien, réaliser un graphique mixte (colonne et ligne) permettant de comparer les modes d'habitat au Québec et au Canada.</p>

Exercice 3 : Un  et des  sous la 

<p>Ou comment, en modifiant quelques paramètres, on peut visualiser des informations différentes sur un graphique ; le tout en quelques clics de souris.</p>	<p>Travail à réaliser :</p> <ol style="list-style-type: none"> Ouvrir le fichier exercice_3.ods. Réaliser un graphique permettant de visualiser pour chaque ville, le trimestre le plus pluvieux. Réaliser un autre graphique permettant de visualiser la ville la plus arrosée. Réaliser un 3^{ème} graphique permettant de visualiser pour chaque trimestre, la ville la plus arrosée. Réaliser un 4^{ème} graphique permettant de visualiser le trimestre le plus pluvieux.
--	---

Exercice 4 : Fin de trimestre 

<p>Le professeur SERIEUX dispose des notes de ses 500 élèves dans un tableau de 20 colonnes et 25 lignes ; il se propose d'en déterminer la moyenne, la médiane et les quartiles. Il vous demande votre aide.</p>	<p>Travail à réaliser :</p> <ol style="list-style-type: none"> Ouvrir le fichier exercice_4.ods et se placer sur la feuille Prof SERIEUX. A l'aide des fonctions statistiques du tableur effectuer les calculs demandés par votre collègue. <u>Que penser des résultats obtenus ?</u>
<p>Le professeur O'HASARD qui a lu les instructions officielles (mais qui dispose d'un moyen lui évitant de corriger les copies ...) propose à son collègue d'utiliser une autre méthode. Pour cela il a regroupé les notes des élèves dans une seule colonne en les dénombrant par valeur.</p>	<ol style="list-style-type: none"> Se placer sur la feuille Prof O'HASARD Compléter la colonne B (effectifs) en comptant les notes dans le tableau de la feuille Prof SERIEUX à l'aide de la fonction NB.SI. Compléter les colonnes C et D du premier tableau. Effectuer les calculs demandés en lignes 25 à 29 en appliquant les définitions des programmes.

Exercice 5 : Un petit tour en Aquitaine avec le 

<p>On s'intéresse aux communes de moins de 3 000 habitants en Aquitaine.</p>	<p>Travail à réaliser :</p> <ol style="list-style-type: none"> Ouvrir le fichier exercice_5.ods. Choisir un département, puis effectuer le travail demandé.
--	---

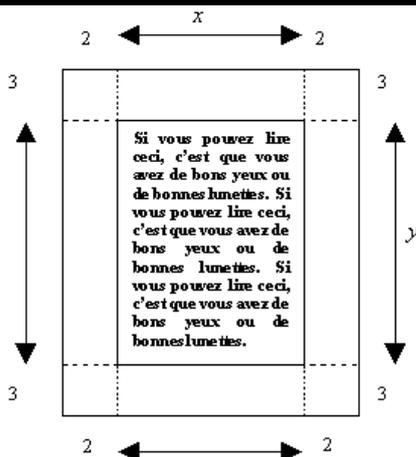


Exercice 6 : Économisons l'encre et ... nos yeux ...

Un éditeur souhaite que dans chaque page d'un livre, la surface occupée par le texte soit un rectangle d'aire 384 cm^2 . Par ailleurs les marges du haut et du bas devront être de 3cm et celles de gauche et de droite de 2cm.

L'objet de l'exercice est :

- 1°) de déterminer les dimensions x et y de la partie imprimée qui rendent minimale l'aire totale de la page et donc aussi son coût.
- 2°) d'étudier les variations du pourcentage d'occupation de la page.



	A	B	C	D
1	pas			
2	x	y	aire de la page	Pourcentage d'occupation
3				
4				

Travail à réaliser :

1. Construire une feuille de calcul afin d'effectuer automatiquement les différents calculs pour une valeur donnée de x (voir le modèle ci-contre).

Puisque l'aire totale est fonction de x , il serait judicieux de visualiser l'évolution de cette aire en fonction de la valeur de x . On va donc faire varier la valeur de x en fonction d'un pas que l'on placera en cellule B1.

2. Placer en cellule B1 la valeur 0,5 et en cellule A3 la valeur 10.
3. Placer en cellule A4 une formule permettant d'augmenter la valeur de x de celle du pas en faisant en sorte que cette formule fonctionne correctement lors d'une recopie vers le bas.
4. Placer en cellule B3 une formule permettant de calculer y , puis en cellule C3 une formule permettant de calculer l'aire de la page. Recopier ces cellules vers le bas.

Il est alors visible sur le tableau de valeurs qu'il existe une valeur de x donnant une aire totale minimale ; il serait intéressant de visualiser graphiquement ce phénomène.

On va donc représenter graphiquement l'aire totale en fonction de x à l'aide d'un diagramme XY (dispersion)

5. Réaliser un graphique du type XY (dispersion)
6. Essayer de modifier la valeur initiale de x en cellule A3 et/ou celle du pas en cellule B1 pour encadrer plus finement la valeur de x pour laquelle l'aire totale est minimale.
7. Placer en cellule D3 une formule permettant de calculer le pourcentage d'occupation de la page, puis recopier cette cellule vers le bas.



Exercice 7 : Ah la suite !... (E.P. 2008 Sujet 013)

L'objet de ce travail est l'étude de flux de populations entre trois zones géographiques : une ville notée A, une zone périphérique notée B et une zone de campagne notée C.

Pour modéliser les flux de population, on fait les hypothèses suivantes :

- La population totale des trois zones **reste constante**.
- Chaque année la zone A perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone B et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone B perd 10% de sa population, mais accueille 10% de la population de la zone A et 1% de la population de la zone C.
- Chaque année la zone C perd 2% de sa population.

Au premier janvier 2008, la zone A comptait 5 000 habitants, la zone B en comptait 2 000 et la zone C en comptait 4 000.

On désigne par a_n , b_n et c_n les nombres d'habitants respectifs des zones A, B et C au premier janvier de l'année 2008 + n .

On admettra, pour l'étude mathématique, que les nombres réels a_n , b_n et c_n peuvent ne pas être entiers.

Travail à réaliser :

1. Représenter graphiquement, à l'aide du tableur, les suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
2. Conjecturer le sens de variation et la convergence des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .
3. Pour chaque année 2008 + n , soit d_n la différence de population entre les zones A et B. Conjecturer la nature de la suite (d_n) .
4. Calculer les limites des suites (a_n) , (b_n) et (c_n) .


Exercice 8 : Vous avez dit Euler ... (DGESCO, février 2008)

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = -2xy$.

Partie A : approximation sur \mathbb{R}^+ d'une fonction f solution qui vaut 1 en 0.

On se donne un pas h strictement positif et deux suites (x_n) et (y_n) définissant une suite de points M_n de coordonnées $(x_n; y_n)$ où :

- $x_0 = 0, x_{n+1} = x_n + h$
- $y'_n = -2x_n y_n$
- $y_0 = 1$ et $y_{n+1} = y_n + h y'_n$.

Les termes y_n sont des approximations de $f(x_n)$ par la méthode d'Euler.

Partie B : recherche de la solution

Vérifier graphiquement, que la fonction g définie sur \mathbb{R} par $g(x) = e^{-x^2}$ est une solution de (E). On démontre par le calcul que c'est la seule solution s'annulant en 1.

Travail à réaliser :

1. À l'aide du tableur, faire apparaître les valeurs approchées à 10^{-2} près de x_n et de y_n pour un pas h valant 0,1.
2. Représenter la suite des points M_n .
3. Représenter la fonction g .
4. Recopier la feuille de calcul dans une deuxième feuille et prendre un pas de 0,05.

Attention : il faudra prendre soin de modifier la plage des données du graphique car celle-ci pointerait par défaut sur la feuille précédente.

Exercice 9 : Lançons des pièces ...


Pour éviter tout gaspillage en cette période de récession nous utiliserons une pièce virtuelle à l'aide du tableur.

Comment vont évoluer les fréquences de Pile et de Face au cours de 10 lancers, 100 lancers, 1 000 lancers, 10 000 lancers ?

Travail à réaliser :

1. Ouvrir le fichier : **exercice_9.ods**.
2. Simuler en colonne B les résultats de 10 lancers d'une pièce parfaite.
3. Faire compter en colonne E le nombre de Pile et le nombre de Face obtenus.
4. Calculer en colonne F les fréquences de Pile et de Face.
5. Augmenter le nombre de lancers pour passer successivement à 100 lancers, 1 000 lancers, 10 000 lancers, ...

Les outils à utiliser :
Pour simuler le hasard :

La fonction **ALEA** est un générateur de nombres aléatoires.

Syntaxe : =ALEA() renvoie un nombre au hasard dans l'intervalle $[0 ; 1[$; un nouveau nombre aléatoire est renvoyé chaque fois que la feuille de calcul est recalculée.

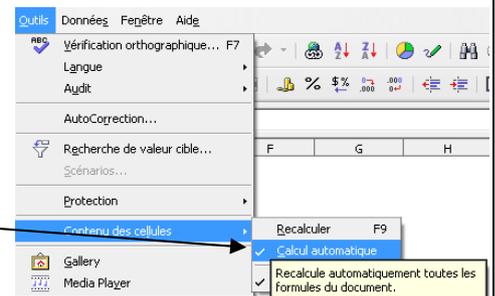
Remarque :

- le fonctionnement par défaut d'un tableur est le mode de calcul automatique ; cela signifie que lors de la validation du contenu d'une cellule, toutes les cellules de tous les classeurs ouverts sont automatiquement recalculées (*en particulier celles qui contiennent une formule utilisant ALEA*).

- il est possible de forcer le recalcul en appuyant sur la touche

F9.

- il est possible de désactiver le mode de calcul automatique à l'aide de :
Calcul automatique (on décoche :



Pour compter des valeurs de manière dynamique :• **La fonction NBVAL :****Syntaxe :** =NBVAL(*liste*)compte les cellules occupées d'une *liste de champs*.• **La fonction NB.SI :****Syntaxe :** =NB.SI(*champ;critère*)compte le nombre de cellules d'un *champ* qui remplissent des critères spécifiés.**Argument**

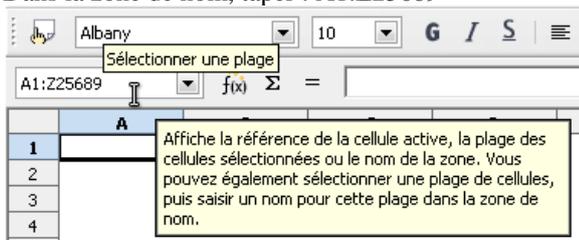
critère est la condition qui identifie les cellules à compter. Un critère est un texte qui combine un nombre ou des lettres avec l'un des opérateurs suivants : =, <>, >, >=, <, <=. Si on ne spécifie pas d'opérateur, OpenOffice utilise automatiquement =.

• **La fonction NB :****Syntaxe :** =NB(*liste*)

compte les cellules contenant une valeur numérique.

Pour sélectionner une grande plage de données :**Pour sélectionner la plage A1:Z25689 :**

1. Dans la zone de nom, taper : A1:Z25689



2. Appuyer sur la touche **Entrée**.
3. La zone correspondante est sélectionnée.

Pour recopier une cellule sur une plage la contenant :

On veut recopier le contenu de la cellule A1 sur le champ A1:A30000:

1. Sélectionner le champ A1:A30000.

- 2.
- Édition → Remplir → En Bas.**

Cette méthode fonctionne à l'identique pour recopier vers le haut, la gauche ou la droite ; elle permet aussi de recopier plusieurs cellules.

Exercice 10 : Bob et Alice ...**(E.P. 2008 Sujet 003)**

On lance trois dés bien équilibrés dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.

Alice et Bob calculent la somme des trois nombres obtenus.

Si la somme obtenue est égale à 9, Alice gagne.

Si la somme obtenue est égale à 10, Bob gagne.

Dans tous les autres cas, la partie est annulée.

Le but de l'exercice est de déterminer qui, d'Alice ou de Bob, a la plus grande probabilité de gagner.

Travail à réaliser :

1. Dans une feuille de calcul, réaliser une simulation de cette expérience aléatoire.
2. Effectuer un nombre suffisamment important d'essais afin de pouvoir conjecturer une réponse.
3. Visualiser à l'aide d'un graphique les fluctuations d'échantillonnage des fréquences de succès d'Alice et de Bob.

Exercices non guidés

Dans les exercices suivants réaliser une simulation permettant de répondre à la question posée soit à l'aide d'un tableau de valeurs, soit graphiquement en visualisant une fluctuation d'échantillonnage.

Exercice 11 : Bâton

On dispose d'un bâton de 1m de longueur que l'on coupe au hasard en 3 morceaux.
On cherche la probabilité de construire un triangle avec les 3 morceaux ainsi obtenus.

Exercice 12 : Rencontre

Christophe et Karine décident de se retrouver au café de l'Hôtel de Ville entre 7h et 8h. Les instants d'arrivée de Christophe et Karine sont assimilés à des variables aléatoires de loi uniforme sur $[0 ; 1]$. Chacun attend un quart d'heure mais jamais au-delà de 8h. Quelle est la probabilité qu'ils se rencontrent ?

Exercice 13 : Marche aléatoire (E.P. 2008 Sujet 010)

Un pion est placé sur la case de départ :

				Départ				
--	--	--	--	--------	--	--	--	--

Le lancer d'une pièce bien équilibrée détermine le déplacement du pion.

- PILE, le pion se déplace vers la droite
- FACE, le pion se déplace vers la gauche

Un trajet est une succession de 4 déplacements. On s'intéresse à l'événement A : « le pion est revenu à la case départ après 4 déplacements ».

À chaque lancer, on associe le réel +1 si le résultat est PILE et -1 si le résultat est FACE.

Exercice 14 : Fiction démographique

En l'an 2025, le gouvernement décrète la politique nataliste suivante :

Tout couple désireux d'avoir des enfants devra :

- Article 1 : s'arrêter à la naissance du premier garçon ;
- Article 2 : se limiter à quatre enfants par famille.

A l'aide d'une simulation tableur étudier les répercussions de cette politique :
sur l'équilibre des sexes ;
sur l'évolution démographique.

Remarque :

Pour simplifier, on admettra que :

- Tout couple est capable de procréer quatre fois ;
- À chaque naissance on a une chance sur deux d'avoir un garçon ;
- On peut négliger l'impact des familles sans enfants sur la natalité.

Exercice 15 : Le lièvre et la tortue**Scénario 1**

On lance un dé équilibré à 6 faces ayant deux faces rouges et quatre faces noires.

Si la face supérieure est rouge, le lièvre fait un bond et mange la salade ; sinon, la tortue fait un pas, mais la salade est atteinte en deux pas. On relance le dé.

L'expérience est-elle équitable pour les animaux ?

Scénario 2

Ce jour de mai, Jeannot le lièvre et Tootsie la tortue décident de faire une course. Ils procèdent en lançant un dé à 6 faces non pipé. Lorsque le 6 apparaît, Jeannot gagne, sinon Tootsie avance d'une case jusqu'à ce qu'elle en ait parcouru 6, et alors elle gagne. Qui des deux aura le plus de chances de gagner ?