

Anniversaires

Fiche élève 2

Dans un groupe de n individus choisis au hasard et tous nés lors d'une année de 365 jours, la probabilité que les n anniversaires tombent à des jours tous différents est notée p_n .

- 1) Si $n > 365$, que vaut p_n ?
- 2) Cas où $n = 2$: calculer p_2 .
- 3) Cas où $n = 3$: expliquer pourquoi $p_3 = \frac{364}{365} \times \frac{363}{365}$.
- 4) Cas où $n = 4$: calculer p_4 .
- 5) Cas général : expliquer pourquoi pour tout k compris entre 1 et 364, $p_{k+1} = p_k \times \frac{365-k}{365}$.
- 6) Compléter la phrase : « Plus n est grand, plus p_n est..... ».
- 7) Compléter sur papier l'algorithme ci-dessous qui permet de calculer p_n pour un n donné :

```
1 Prog Edit Ajouter | 8 | nxt |
anniversaire() := {
local n, k, p;
saisir(n);
p :=... ;
pour k de 1 jusque ... faire
.....
fpour
.....]
}
;;
```

- 8) Dans une session Xcas, coder l'algorithme précédent.
- 9) Utiliser l'algorithme précédent ou en créer un nouveau pour répondre aux questions suivantes :
 - a) déterminer à partir de combien d'individus on a moins de 50% de chances qu'ils soient tous nés un jour différent de l'année.
 - b) à partir de combien d'individus la probabilité d'en avoir au moins deux nés le même jour est plus grande que 0,9.