

Dichotomie

Fiche élève

Dichotomie

- 1) Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $x^2 = 2$.
- 2) On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :  $a, b, m$   
 $a$  prend la valeur 1  
 $b$  prend la valeur 2  
Tant que  $b - a > 0,1$   
     $m$  prend la valeur  $\frac{a+b}{2}$   
    Si  $m^2 - 2 > 0$  alors  
         $b$  prend la valeur  $m$   
    Sinon  
         $a$  prend la valeur  $m$   
    Fin si  
Fin Tant que  
Afficher  $a$   
Afficher  $b$ 
```

- a) Compléter le tableau suivant donnant les différentes étapes de l'algorithme :

	m	a	b	$b - a$
Initialisation		1	2	
Étape 1				
Étape 2				

- b) Que fait cet algorithme ?
 - c) Modifier l'algorithme de manière à pouvoir choisir l'amplitude de l'encadrement obtenu. Programmer cet algorithme à l'aide d'un logiciel ou de la calculatrice et le tester.
 - d) On veut maintenant obtenir un encadrement de la solution négative de l'équation $x^2 = 2$. Pour cela on donne à a et b les valeurs respectives -2 et -1 . L'algorithme fonctionne-t-il ? Pourquoi ?
 - e) Modifier la condition de l'instruction « si ... alors » de manière à ce que l'algorithme donne la réponse correcte.
- 3) a) Conjecturer à l'aide de la calculatrice le nombre de solutions de l'équation $x^3 = 3x + 1$.

b) Modifier l'algorithme précédent de manière à obtenir un encadrement d'amplitude 10^{-2} de la solution positive de cette équation, puis de chacune des solutions conjecturées.