

Populations

Fiche élève

Dans un pays de population constante égale à 60 millions d'habitants, on compte 20 millions de citadins et 40 millions de ruraux en 2005. Les habitants vivent soit en zone rurale, soit en ville et on constate que les mouvements de population suivent la règle suivante : chaque année, 20% des ruraux émigrent à la ville et 10% des citadins émigrent en zone rurale.

L'objectif est de conjecturer puis valider l'évolution des deux populations au bout d'un grand nombre d'années.

CONJECTURES

- 1) Calculer le nombre d'habitants dans chacune des zones en 2006, puis en 2007.
- 2) On note u_n la population en zone rurale (en millions d'habitants) et v_n la population en ville (en millions d'habitants) en l'année $2005 + n$. Exprimer u_{n+1} et v_{n+1} en fonction de u_n et v_n .
- 3) Écrire un algorithme permettant de calculer la population dans chaque zone après n années. Le tester pour $n = 1$ et $n = 2$.
- 4) Conjecturer grâce à cet algorithme l'évolution de chaque population à long terme.

VALIDATION

- 1) Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_n + v_n = 60$.
- 2) En déduire que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,7u_n + 6$.
- 3) On pose $a_n = u_n - 20$. Démontrer que la suite (a_n) est géométrique.
- 4) En déduire a_n puis u_n en fonction de n .
- 5) Valider les conjectures.