

Jeu du Pile ou Face

Niveau

Seconde

Énoncé

Monsieur Blanc propose à Monsieur Noir le jeu suivant :

M. Blanc lance une pièce de monnaie non truquée. S'il fait Pile, il gagne la partie. S'il fait Face, il relance la pièce et s'il obtient Pile au deuxième lancer, M. Blanc gagne. Dans tous les autres cas de figure, c'est M. Noir qui remporte la partie.

Ce jeu est visiblement en faveur de M. Blanc mais ces deux personnes ne sont pas d'accord sur les chances de gagner de M. Blanc.

- M. Blanc affirme avoir 2 chances sur trois de gagner car les combinaisons pour gagner sont Pile, Face-Pile et pour perdre Face-Face.
- M. Noir affirme qu'il y a trois chances sur quatre pour que M. Blanc gagne.

L'objectif de cette séance est de conjecturer qui a raison puis de prouver la conjecture émise.

Prérequis

- ✓ Utilisation basique d'Algobox
- ✓ Instructions conditionnelles, boucle « pour »
- ✓ Arbre de probabilités

Objectifs

Compléter et modifier un algorithme afin de conjecturer une probabilité, puis démontrer la conjecture.

On fournit à l'élève le début d'un l'algorithme simulant le lancer d'une pièce et il lui est demandé de le compléter afin d'envisager les différentes possibilités de l'énoncé. L'étape suivante consiste à simuler un grand nombre de lancers afin de conjecturer une réponse à la question posée.

L'utilisation d'un arbre pondéré permet ensuite de justifier la conjecture établie précédemment.

Déroulement de la séance

En salle informatique, la partie démonstration pouvant être terminée à la maison.

UN JEU DU PILE OU FACE

Monsieur Blanc propose à M. Noir le jeu suivant :

M. Blanc lance une pièce de monnaie non truquée. S'il fait Pile, il gagne la partie. S'il fait Face, il relance la pièce et s'il obtient Pile au deuxième lancer, M. Blanc gagne. Dans tous les autres cas de figure, c'est M. Noir qui remporte la partie.

Ce jeu est visiblement en faveur de M. Blanc mais ces deux personnes ne sont pas d'accord sur les chances de gagner de M. Blanc.

- M. Blanc affirme avoir 2 chances sur trois de gagner car les combinaisons pour gagner sont Pile, Face-Pile et pour perdre Face-Face.
- M. Noir affirme qu'il y a trois chances sur quatre pour que M. Blanc gagne.

L'objectif de cette séance est de conjecturer qui a raison puis de prouver la conjecture émise.

Partie A: Simulation d'une partie

1. Ouvrir le fichier « pileface.alg ».
Ce fichier donne le début de l'algorithme permettant de simuler ce jeu.
*La commande $\text{floor}(2 * \text{random}())$ donne un entier au hasard entre 0 et 1.*

Terminer l'algorithme de façon à ce qu'il affiche le message « Gagné! » lorsque M. Blanc remporte la partie et « Perdu » sinon.

2. Tester l'algorithme 10 fois et compter le nombre de fois où M. Blanc gagne.

Nombre de victoires	Nombre de défaites

Partie B: Simulation d'un grand nombre de parties

1. Modifier l'algorithme précédent afin de simuler N parties (N étant un nombre entré par l'utilisateur), de compter le nombre de parties gagnées par M. Blanc et d'afficher la fréquence des parties gagnées par M. Blanc.

2. Tester l'algorithme pour différentes valeurs de N.

N	Fréquence des victoires de M. Blanc

Peut-on émettre une conjecture sur qui a raison ?

Partie C : Preuve de la conjecture

A l'aide d'un arbre de probabilités, calculer la probabilité que M. Blanc gagne, puis conclure quant à qui a raison.