Approximation d’une intégrale et lien entre aire et primitive (Tableur)

Niveau

TSTI2D - TSTL

Prérequis

- utilisation d’un tableur
- interprétation géométrique de l’intégrale d’une fonction positive sur un intervalle
- primitive d’une fonction

Objectifs

- déterminer une valeur approchée d’une intégrale par la méthode du point milieu
- conjecture sur le lien entre l’aire d’un domaine du plan situé sous une courbe et une primitive de la fonction définissant cette courbe

Déroulement de la séance

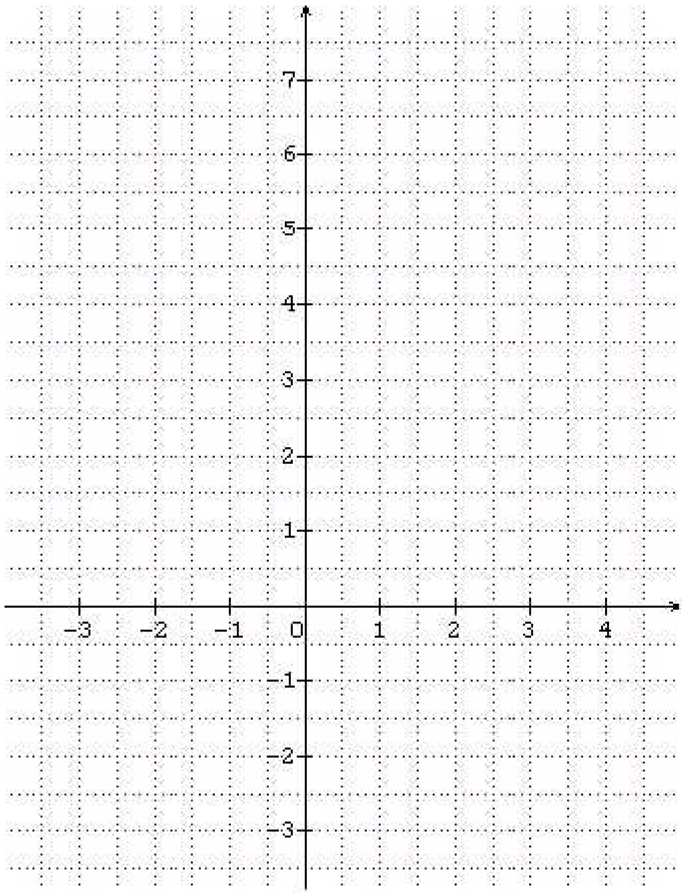
- en salle informatique
- prévoir une séance de 1h – 1h30

Enoncé

Première partie

Soit f la fonction définie sur ℝ par : $f(x) = 2x$.

1) Tracer la représentation graphique de la fonction f dans le repère ci-dessous :



2) Calculer l'intégrale $\int_0^3 2x\,dx$.

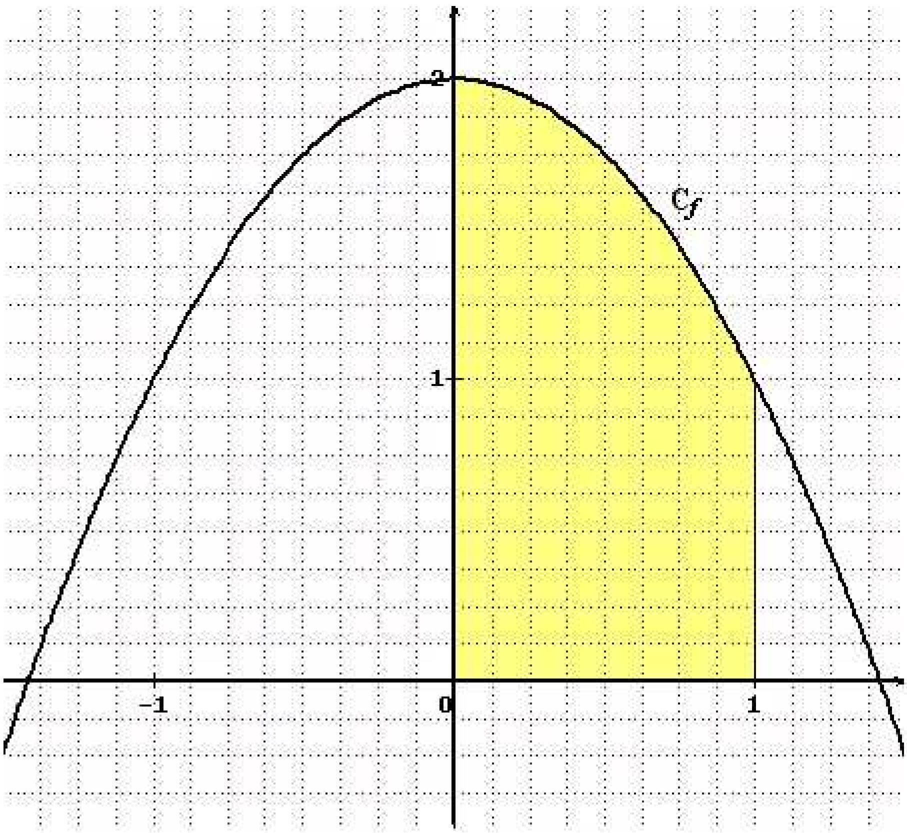
3) a) Déterminer une primitive F de f sur ℝ.

b) Calculer $F(3) - F(0)$.

c) Remarque

Deuxième partie

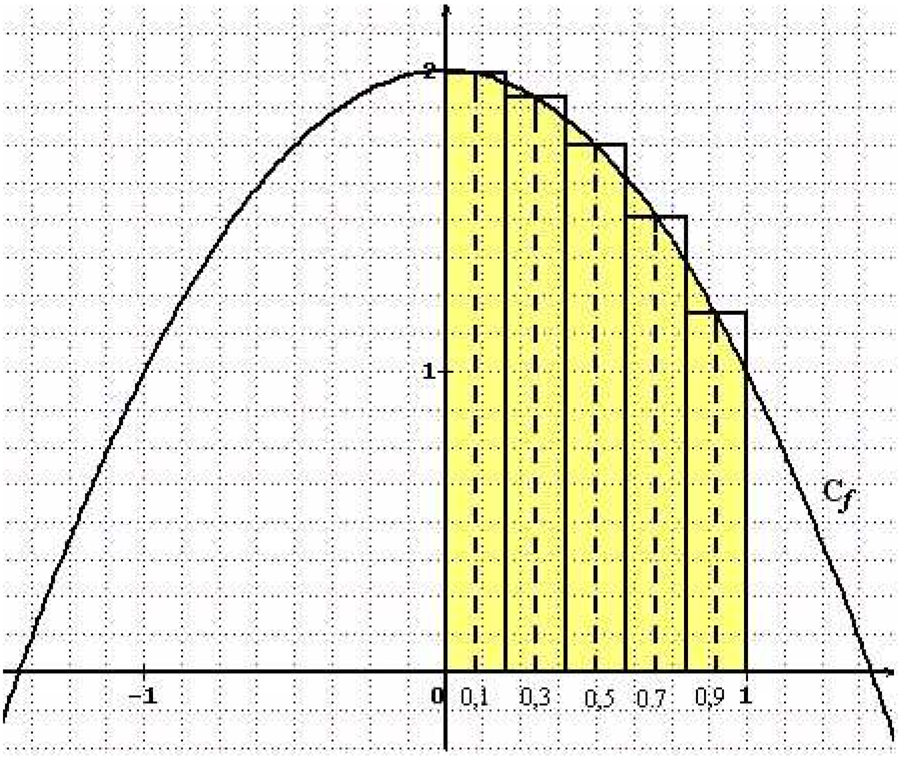
Soit f la fonction définie sur ℝ par $f(x) = 2 - x^2$ et soit C_f sa courbe représentative dans le repère ci-dessous.



On se propose de déterminer la valeur de l'intégrale $\int_0^1 (2 - x^2)dx$ c'est-à-dire l'aire en unités d'aire du domaine délimité par C_f, les axes du repère et la droite d'équation $x = 1$.

On ne peut pas directement calculer cette aire.
On va déterminer une approximation de cette aire à l'aide de la ***Méthode du point milieu***.

Partie A



On admet que la somme des aires des rectangles tracés ci-dessus représente une valeur approchée de l'intégrale $\int_0^1 (2-x^2)dx$.

1) Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de l'intégrale $\int_0^1 (2-x^2)dx$.

2) Même question que la question 1) avec des rectangles de largeur 0,02.

3) a) Déterminer une primitive F de f sur ℝ.
   b) Calculer $F(1)-F(0)$.
   c) Remarque

Partie B

Même raisonnement qu'en partie A avec l'intégrale $\int_{-1}^1 (2-x^2)dx$.