
Numérique

Exercice 1 : (1+1,5+1,5)

A = **Erreur ! Signet non défini.** $\frac{4}{5} - \frac{7}{5} \times \frac{10}{4}$

$= \frac{4}{5} - \frac{70}{20}$

$= \frac{16}{20} - \frac{70}{20}$

$= -\frac{54}{20} = -\frac{27}{10} = -2{,}7$

B = $\frac{3 \times 10^{-4} \times 5 \times (10^2)^6}{25 \times 10^{-2}}$

$= 0{,}6 \times 10^{10}$

$= 6 \times 10^9$

M = $\frac{17}{5} = 3{,}4$

Exercice 2 : (2+1+1)

1) En utilisant l'algorithme d'Euclide :

756	441	315	PGCD(756 ; 441) = 63 756 et 441 ne sont pas premiers entre eux car leur PGCD n'est pas égal à 1.
441	315	126	
315	126	63	
126	63	0	

$\frac{756}{441}$ n'est pas irréductible car le numérateur et le dénominateur ne sont pas premiers entre eux.
On divise le numérateur et le dénominateur par leur PGCD :

$\frac{756}{441} = \frac{756 \div 63}{441 \div 63} = \frac{12}{7}$

D = $\frac{756}{441} + \frac{19}{21} = \frac{12}{7} + \frac{19}{21} = \frac{36}{21} + \frac{19}{21} = \frac{57}{21} = \frac{19}{7}$

Exercice 3 : (2 points)

Après réduction, un pneu coûte : 120 – 120 × 25/100 = 90 € ; donc les quatre pneus reviennent à 360 €.
3 pneus au prix initial valent 3×120 = 360 €.
L'affiche affirme donc une vérité.

Exercice 4 : (1+1)

a) $x = \frac{-5}{2}$ b) $x = \frac{-17}{14}$

Géométrie

Exercice 1 : (3+2)

1°) Les droites (MK) et (NL) sont sécantes en A ; étant donné que les droites (NM) et (KL) sont parallèles, on peut appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AL} = \frac{MN}{KL}$$

Pour calculer AN, on utilise :

$\frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AL}$ donc $\frac{5}{8} = \frac{AN}{12}$

$AN = \frac{5 \times 12}{8} = 7{,}5$ cm

Pour calculer MN, on utilise :

$\frac{AM}{AK} = \frac{MN}{KL}$ donc $\frac{5}{8} = \frac{MN}{6}$

$MN = \frac{5 \times 6}{8} = 3{,}75$ cm

2°)

$\frac{AI}{AK} = \frac{3}{8}$ et $\frac{AJ}{AL} = \frac{5}{12}$

$\frac{3}{8} \neq \frac{5}{12}$ car $3 \times 12 \neq 8 \times 5$

Donc $\frac{AI}{AK} \neq \frac{AJ}{AL}$

Les droites (IJ) et (KL) ne sont pas parallèles car si elles l'étaient on aurait égalité.

Exercice 2 : (3,5+2+1,5)

1) [AB] est le plus grand côté ; $AB^2 = 7{,}8^2 = 60{,}84$
   $AC^2 + BC^2 = 7{,}2^2 + 3^2 = 51{,}84 + 9 = 60{,}84$
   On remarque que $AB^2 = AC^2 + BC^2$; d'après la réciproque du théorème de Pythagore on peut affirmer que ABC est rectangle en C.

2) a) Dans le triangle ABC rectangle en C : $\tan\widehat{CAB} = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{7{,}2} = \frac{5}{12}$

   b) Donc $\widehat{CAB} \cong 23°$

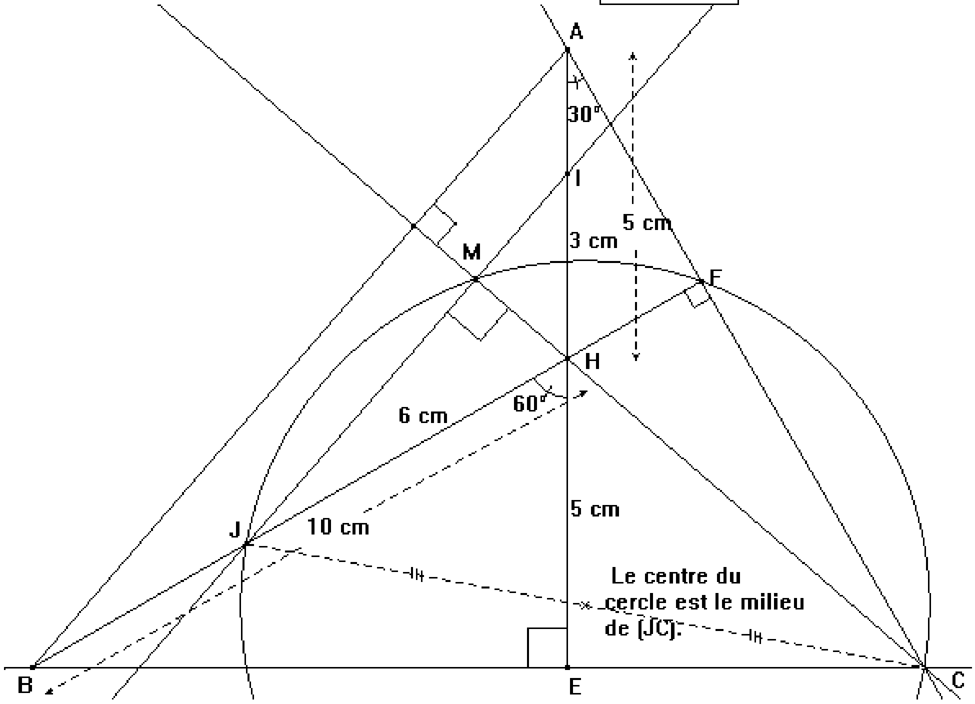
3) $\frac{CN}{CB} = \frac{2{,}25}{3} = \frac{3}{4}$ et $\frac{CM}{CA} = \frac{5{,}4}{7{,}2} = \frac{54}{72} = \frac{3}{4}$

$\frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA}$ et les points C, N, B et C, M, A sont alignés dans le même ordre ; d'après la réciproque du théorème de Thalès on peut affirmer que (MN) et (BA) sont parallèles.

4) (CB) et (CA) sont sécantes en C, les droites (MN) et (AB) étant parallèles on peut appliquer le théorème de Thalès : $\frac{CN}{CB} = \frac{CM}{CA} = \frac{NM}{BA}$

On utilise $\frac{CM}{CA} = \frac{NM}{BA}$ d'où $\frac{5{,}4}{7{,}2} = \frac{MN}{7{,}8}$ donc $MN = 5{,}4 \times \frac{7{,}8}{7{,}2} = 5{,}85$ m.

Problème



1. a. Dans le triangle BHE, rectangle en E : $\cos \widehat{BHE} = \frac{HE}{HB}$ soit : $\cos 60° = \frac{HE}{10}$ soit encore : $HE = 10 \times \cos 60°$ donc **HE = 5 cm**.

b. On sait que H est le milieu de [AE] donc HA = HE. On en déduit que **HA = 5 cm.**

2. Les angles $\widehat{BHE}$ et $\widehat{AHF}$ sont opposés par le sommet, ils ont donc la même mesure. On en déduit que $\widehat{AHF} = 60°$.

Dans le triangle AHF, la somme des angles est égale à 180° donc : $\widehat{AFH} = 180° - \widehat{HAF} - \widehat{AHF}$ soit : $\widehat{AFH} = 180° - 30° - 60°$ c'est-à-dire : $\mathbf{\widehat{AFH} = 90°}$.

3. a. Dans le triangle ABC, les droites (AE) et (BF) passent par un sommet et sont perpendiculaires au côté opposé à chaque sommet, **(AE) et (BF) sont donc deux hauteurs du triangle ABC**.

b. Dans un triangle, les trois hauteurs sont concourantes (en un point appelé l'orthocentre). Dans le triangle ABC, les hauteurs (AE) et (BF) se coupent en H donc le point H est le point de concours des hauteurs ou encore l'orthocentre. De plus la droite (CH) passe par le sommet C et par l'orthocentre H, (CH) est donc la hauteur relative au côté [AB]. On en déduit que **(CH) est perpendiculaire à (AB).**

4. Dans les triangles HIJ et HAB : $\frac{HI}{HA} = \frac{3}{5}$ et $\frac{HJ}{HB} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ donc $\frac{HI}{HA} = \frac{HJ}{HB}$.

De plus les points H, I, A et les points H, J, B sont alignés dans le même ordre donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, **les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.**

5. D'après les questions 3. et 4. Les droites (AB) et (IJ) sont parallèles et la droite (CH) est perpendiculaire à (AB), or lorsque deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre, on en déduit que (CH) est perpendiculaire à (IJ). On sait aussi que le point M est l'intersection de (CH) et de (IJ) donc **le triangle JMC est rectangle en M**.

6. On sait que $\widehat{HFA}$ est un angle droit, que F appartient à [AC] et que J appartient à (FH) donc l'angle $\widehat{JFC}$ est aussi un angle droit. Les angles $\widehat{JMC}$ et $\widehat{JFC}$ sont deux angles droits, respectivement en M et en F donc les points M et F appartiennent au cercle de diamètre [JC]. On en déduit que **les points J, M, C et F appartiennent au cercle dont le centre est le milieu de [JC].**