Correction brevet mai 2011

Partie numérique :

Exercice 1

a/ Nombre choisi 1,2 : résultat $1{,}2 \times 4 + 6 = 4{,}8 + 6 = 10{,}8$;

Nombre choisi x : résultat $4x + 6$

b/ $4x + 6 = 15$; $4x = 15 - 6 = 9$; $x = \frac{9}{4}\ ou\ 2{,}25$

Exercice 2

$P = 4\sqrt{4}\sqrt{3} + 3\sqrt{9}\sqrt{3} - 5\sqrt{25}\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} + 3 \times 3\sqrt{3} - 5 \times 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3} + 9\sqrt{3} - 25\sqrt{3} = -8\sqrt{3}$

Exercice 3

a/ Aire de BCEF = aire de ABCD – aire de ADEF = $(2x-3)^2 - (2x-3)(x+1)$

b/ $(2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - (2x^2 + 2x - 3x - 3) = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 - 2x + 3x + 3 = 2x^2 - 11x + 12$

c/ $(2x-3)[(2x-3)-(x+1)] = (2x-3)(2x-3-x-1) = (2x-3)(x-4)$

d/ C'est un produit nul, donc $2x - 3 = 0$ $\quad ou \quad$ $x - 4 = 0$

$2x = 3 \qquad x = 4$

$x = \frac{3}{2} = 1{,}5$

L'équation a deux solutions : 1,5 et 4.

Exercice 4

1/ $4x^2 - 6x$ **2/** $(x-10)(x+10)$ **3/** $4\ et\ -\frac{7}{2}$ **4/** $2\sqrt{5}$ **5/** 1 140 €

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1

1/ Dans BCD rectangle en D : $\cos\hat{B} = \frac{BD}{BC}$, donc $BC = \frac{BD}{\cos\hat{B}} = \frac{4}{\cos 60°} = 8\ cm$.

2/ 1ère façon : Dans BCD rectangle en D, $\tan\hat{B} = \frac{CD}{BD}$, donc $CD = BD \times \tan\hat{B} = 4\tan 60° \approx 6{,}9\ cm$

ou $\sin\hat{B} = \frac{CD}{BC}$, donc $CD = BC \times \sin\hat{B} = 8\sin 60°$.

2ème façon : BCD est rectangle en D, donc d'après le théorème de Pythagore $CD^2 + DB^2 = BC^2$;

On en déduit que $CD^2 = BC^2 - DB^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$, d'où $CD = \sqrt{48}\ ou\ 4\sqrt{3}$.

3/ ABC est rectangle en B, donc d'après le théorème de Pythagore $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100$,

d'où $AC = \sqrt{100} = 10\ cm$.

4/ Dans ABC rectangle en B, $\tan\hat{A} = \frac{BC}{BA} = \frac{8}{6}\ ou\ \frac{4}{3}$; donc $\hat{A} \approx 53°$.

Exercice 2

Fig.1 : $BC^2 = 50^2 = 2\,500$; $BA^2 + AC^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1\,600 = 2\,500$; donc $BC^2 = BA^2 + AC^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est donc rectangle en A.

Fig.2 : (DE) // (AC) et (DE) ⊥ (CD), donc (AC) ⊥ (CD) : ABC est donc rectangle en C.

Fig.3 : - $\widehat{ABC}$ et $\widehat{AEC}$ sont deux angles inscrits dans le cercle qui interceptent le même arc, donc $\widehat{ABC} = \widehat{AEC} = 50°$

- Dans le triangle ABC, $\hat{A} = 180° - (\hat{B} + \hat{C}) = 180° - (50° + 40°) = 90°$: ABC est donc rectangle en A.

Problème :

Partie 1

1. « Test des carrés » :
- d'une part : $AB^2 = 17{,}5^2 = 306{,}25$
- d'autre part : $BC^2 + AC^2 = 14^2 + 10{,}5^2 = 306{,}25$

Comme $AB^2 = BC^2 + AC^2$, alors, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,
le triangle ABC est rectangle en C.

2. Par construction, le quadrilatère non croisé PRSC a ses côtés opposés deux à deux parallèles : c'est donc un parallélogramme.

Comme de plus il possède un angle droit (car ABC est rectangle en C),
alors **PRSC est un rectangle.**

3.
   a) On sait que :
- B ,P et C sont alignés
- B , R et A sont alignés
- (RP) et (AC) sont parallèles (car PRSC est un rectangle)

Donc, d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{BP}{BC} = \frac{BR}{BA} = \frac{PR}{CA}$$

$$\frac{5}{14} = \frac{BR}{17{,}5} = \frac{PR}{10{,}5}$$

$$\frac{5}{14} = \frac{PR}{10{,}5}$$

$$PR = \frac{5 \times 10{,}5}{14}$$

PR = 3,75 cm.

   b) $Aire_{PRSC} = PR \times PC$

Comme P appartient à [BC] ,alors PC = BC – PB = 14 cm – 5 cm = 9 cm.

$Aire_{PRSC} = 3{,}75 \text{ cm} \times 9 \text{ cm}$

$Aire_{PRSC} = 33{,}75 \text{ cm}^2$

Partie 2

1. **Pour BP = 5 cm, alors l'aire de PRSC vaut 33,75 cm²** (d'après la partie 1);

   Pour BP = 10 cm, alors l'aire de PRSC vaut 30 cm².

Justification si BP = 10 cm : alors PC = BC – BP = 14 cm – 10 cm = 4 cm.

Calculons PR : un raisonnement analogue à celui de la question 3a) de la partie 1 donne :

$$\frac{BP}{BC} = \frac{PR}{CA}$$

$$\frac{10}{14} = \frac{PR}{10{,}5}$$

$$PR = \frac{10 \times 10{,}5}{14}$$

PR = =7,5 cm.

$Aire_{PRSC} = PR \times PC = 7{,}5 \text{ cm} \times 4 \text{ cm} = 30 \text{ cm}^2$

2. Par lecture graphique :

   a) **<u>PRSC a une aire de 18 cm² lorsque BP = 2 cm et lorsque BP = 12 cm.</u>**

   b) **<u>L'aire du rectangle PRSC semble maximale pour BP = 7 cm.</u>**

   c) **<u>Cette aire maximale est comprise entre 36 cm² et 37 cm².</u>**

Partie 3

1. Comme P appartient à [BC] ,alors PC = BC – BP

<u>PC = 14 – BP</u>

2. On a montré que , d'après le théorème de Thalès :

$\frac{BP}{BC}=\frac{PR}{CA}$

$\frac{BP}{14}=\frac{PR}{10,5}$

$PR=\frac{BP\times 10,5}{14}$

$PR=BP\times\frac{3}{4}$

Donc **<u>PR = 0,75× BP.</u>**

3. Pour que PRSC soit un carré, il suffit qu'il ait deux côtés consécutifs égaux, donc que PC = PR
   soit 14 – BP = 0,75 BP
   14 = 0,75 BP + BP
   14 = 1,75 BP
   BP = 14 /1,75 = 8

   <u>Donc PRSC est un carré lorsque BP = 8 cm.</u>
