CORRECTION DU BREVET BLANC JANVIER 2004

PREMIERE PARTIE : ACTIVITES NUMERIQUES : 12 POINTS

Exercice 1

1.

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) = 1 - \left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12}\right) = 1 - \frac{11}{12} = \frac{12}{12} - \frac{11}{12} = \frac{1}{12}$$

$$B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{5}} = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{12}$$

2. $C = \frac{4}{5} \times \frac{35}{8} = \frac{4 \times 5 \times 7}{5 \times 4 \times 2} = \frac{7}{2}$

3. $A + B + C = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{2} = \frac{6}{12} + \frac{7}{2} = \frac{1}{2} + \frac{7}{2} = \frac{8}{2} = 4$

Exercice 2

1.
$$\begin{aligned} E &= (2x+1)^2 - 4 \\ &= 4x^2 + 4x + 1 - 4 \\ &= 4x^2 + 4x - 3 \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} E &= (2x+1)^2 - 4 \\ &= (2x+1)^2 - 2^2 \\ &= (2x+1-2)(2x+1+2) \\ &= (2x-1)(2x+3) \end{aligned}$$

3. Pour $x = -\frac{3}{2}$ on prend la forme factorisée de E :

$$E = \left(2 \times \frac{-3}{2} - 1\right)\left(2 \times \frac{-3}{2} + 3\right) = (-3-1)(-3+3) = 0$$

Pour $x = 0$ on prend la forme développée de E :
$E = 4 \times 0^2 + 4 \times 0 - 3 = -3$

Exercice 3

1. On utilise la méthode de l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{r|l} 540 & 300 \\ -\,300 & \\ \hline 240 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 300 & 240 \\ -\,240 & \\ \hline 60 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 240 & 60 \\ -\,240 & \\ \hline 0 & 4 \end{array}$$

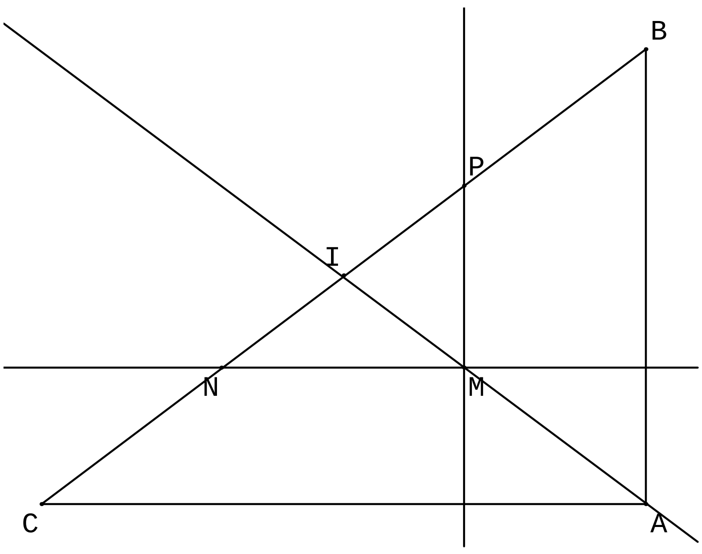
60 est le dernier reste non nul donc PGCD (540 ; 300) = 60.

2. a) La pièce rectangulaire mesure 540 cm sur 300 cm. Le côté d'une dalle (en centimètres) doit diviser la longueur et la largeur de la pièce et être le plus grand possible. Donc c'est le PGCD de 540 et 300 soit 60 cm.

b) $\frac{540}{60} \times \frac{300}{60} = 9 \times 5 = 45$. On utilise 45 dalles.

DEUXIEME PARTIE : ACTIVITES GEOMETRIQUES : 12 POINTS

Exercice 1



2. Dans le triangle ABC rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore,
$AB^2 + AC^2 = BC^2$ soit $6^2 + AC^2 = 10^2$
$AC^2 = 100 - 36 = 64$ d'où $AC = \sqrt{64} = 8$ cm.

3. Dans le triangle ABC, rectangle en A, la médiane issue de A a pour longueur ½ BC donc AI = 5 cm.

4. $M \in (IA)$, $P \in (IB)$ et (PM) // (AB) donc d'après le théorème de Thalès, $\frac{IM}{IA} = \frac{IP}{IB} = \frac{PM}{AB}$

$\frac{IM}{IA} = \frac{IP}{IB}$ soit $\frac{2}{5} = \frac{IP}{5}$ ou $IP = 2$ cm

5. $\frac{IM}{IA}=\frac{2}{5}$ et $\frac{IN}{IC}=\frac{2}{5}$ donc $\frac{IM}{IA}=\frac{IN}{IC}$ et comme les points I, M, A sont alignés dans le même ordre que les points I, N, C alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Exercice 2

1. ABCDEFG étant un parallélépipède rectangle, NFM est un triangle rectangle. Donc d'après le théorème de Pythagore, $MN^2 = MF^2 + NF^2$ soit $MN^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$. D'où $NM = \sqrt{25} = 5$ cm.
2. Aire de NMF = $\frac{FN \times FM}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$ cm².
3. Volume de (P) : $\mathcal{V}(P) = \frac{6 \times BF}{3} = \frac{6 \times 3}{3} = 6\,\text{cm}^3$
4. **a)** Le solide a 5 faces latérales et 2 bases soit 7 faces.
   b) Son volume = Volume du pavé – $\mathcal{V}(P) = 12 \times 9 \times 3 - 6 = 324 - 6 = 318$ cm^3

TROISIEME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINEES : 12 POINTS

1b) $AB^2 + AC^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$; $BC^2 = 15^2 = 225$
Donc $AB^2 + AC^2 = BC^2$ donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est rectangle en A.

2b) Les triangles ABE et ABD sont inscrits dans le cercle de diamètre [AB] donc ils sont rectangles respectivement en E et D.

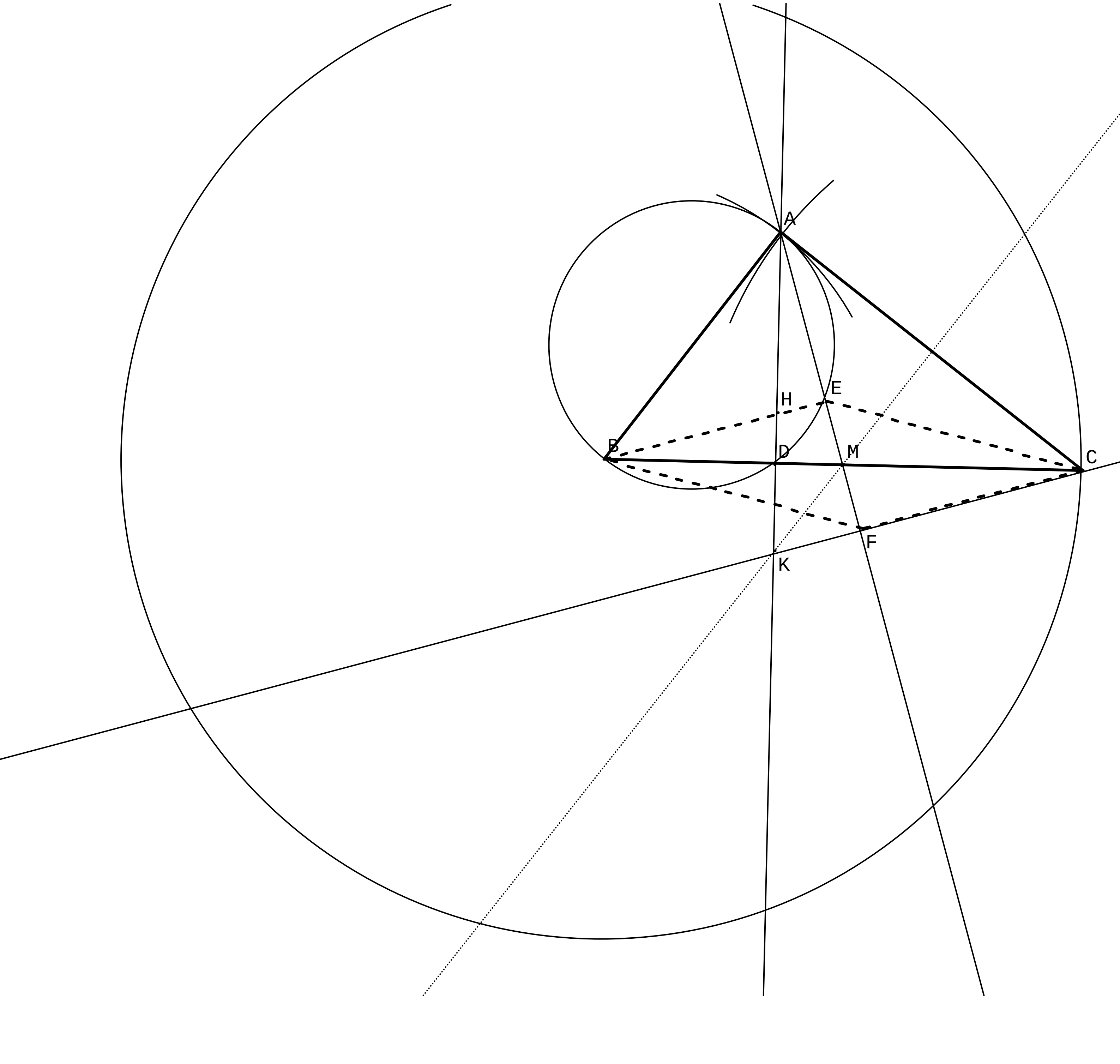
3b) E et F sont symétriques par rapport au point M donc M est le milieu de [EF].
Les diagonales [EF] et [BC] ont le même milieu M donc BECF est un parallélogramme.

3c) • BECF est un parallélogramme donc (BE) // (CF).
• (BE) // (CF) et (BE) $\perp$ (AF) donc (AF) $\perp$ (CF).

4a) • (AD) $\perp$ (BM) et (BE) $\perp$ (AM) donc les droites (AD) et (BE) sont deux hauteurs du triangles ABM (elles passent par un sommet et sont perpendiculaires au côté opposé).

• Les hauteurs (AD) et (BE) se coupent en H donc H est l'orthocentre du triangle ABM. La droite (HM) passe par le sommet M et l'orthocentre H, c'est donc la $3^{\text{ème}}$ hauteur du triangle ABM. Donc (HM) $\perp$ (AB).

4b) (AD) et (CF) sont deux hauteurs du triangle AMC. Elles se coupent en K qui est l'orthocentre de ce triangle. La droite (KM) passe par le sommet M et l'orthocentre K, donc c'est la $3^{\text{ème}}$ hauteur du triangle AMC. Donc (KM) $\perp$ (AC).


A
E
H
B
D
M
C
F
K