NOM: ....….................................. **Prénom**: ....…..................... **Classe:** ....

BREVET BLANC DE MATHEMATIQUES N°2

……………………………. **mai 2006 : 2 heures.**

- Vous utiliserez trois copies doubles : une pour chaque partie.
- Toutes les feuilles seront insérées dans cette feuille polycopiée.
- Le sujet est composé d'une partie numérique, d'une partie géométrique et d'un problème. Vous pouvez les traiter dans l'ordre que vous désirez.
- Le barème proposé n'est qu'indicatif, il est susceptible d'être modifié.

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation de la copie.

La présentation devra être soignée.

LA CALCULATRICE EST AUTORISEE

L'ECHANGE DES CALCULATRICES EST INTERDIT

NOTE GLOBALE	$\frac{\ldots\ldots}{\mathbf{40}}$
PRESENTATION – REDACTION	$\frac{\ldots\ldots}{4}$
PARTIE NUMERIQUE	$\frac{\ldots\ldots}{12}$
PARTIE GEOMETRIQUE	$\frac{\ldots\ldots}{12}$
PROBLEME	$\frac{\ldots\ldots}{12}$

ACTIVIVTES NUMERIQUES

EXERCICE 1 (3 points)

1. Soit A = $5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$. Ecrire A sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b positif le plus petit possible.

2. Soit B = $\dfrac{14 \times 10^2 \times 75 \times 10^{-7}}{35 \times 10^{-3}}$. Calculer B en détaillant les calculs et donner son écriture scientifique.

EXERCICE 2 (3 points)

On pose C = $\dfrac{20755}{9488} - \dfrac{3}{8}$.

1. Calculer le plus grand diviseur commun aux deux nombres 20755 et 9488 (on reportera avec soin sur la copie les calculs qui conduisent à ce PGCD).

2. Ecrire, en détaillant les calculs, le nombre C sous la forme d'une fraction irréductible.

3. Le nombre C est-il décimal ? Est-il rationnel ? justifier.

EXERCICE 3 (3 points)

On considère l'expression A = $36 - (2x - 5)^2$.

1. Développer et réduire A.

2. Factoriser A .

3. Résoudre l'équation $(11 - 2x)(1 + 2x) = 0$.

EXERCICE 4 (3 points)

1. Résoudre le système suivant : $\{\ 2x + 3y = 51\ ,\ 6x + 10y = 162$

2. Chez le pépiniériste Dupommier , une promotion est réalisée sur un lot d'arbres fruitiers.

Mme Aubépine achète 4 poiriers et 6 noisetiers pour 102 €.

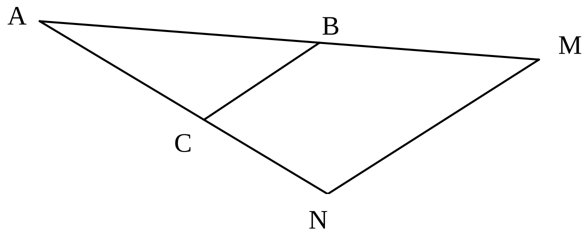
M. Cassis achète 6 poiriers et 10 noisetiers pour 162 €.

Trouver le prix d'un poirier et d'un noisetier

ACTIVIVTES GEOMETRIQUES

EXERCICE 1 (2 points) *La figure n'est pas dessinée en vraie grandeur.*

AB = 4,2 cm
AC = 3 cm
AM = 7 cm
CN = 2 cm



Le quadrilatère MNCB est-il un trapèze ? Démontrez-le.

<u>Rappel</u> : un trapèze est un quadrilatère qui a deux côtés opposés parallèles.

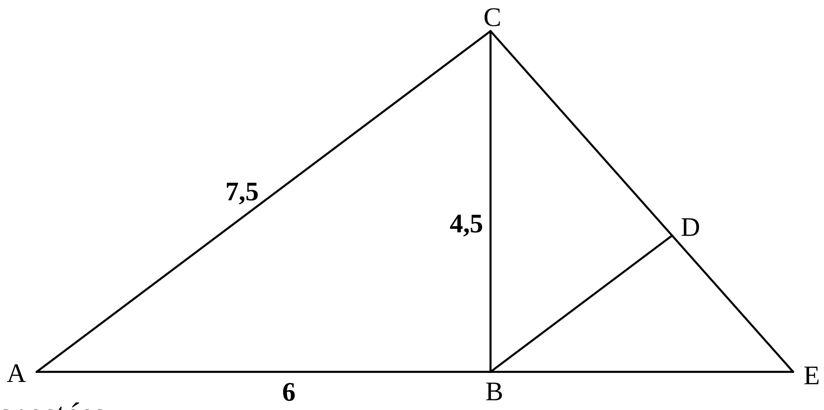
EXERCICE 2 (5,5 points)

On considère la figure suivante où :

AB = 6cm

AC = 7,5 cm

BC = 4,5 cm.



Sur le schéma, les dimensions sont respectées.

E est le point de [AB) tel que BE = 4 cm. La parallèle à (AC) passant par B coupe (CE) en D.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2. Calculer la valeur arrondie au degré de la mesure de l'angle $\widehat{BCE}$.
3. Déterminer la longueur du segment [BD].

EXERCICE 3 (4,5 points)

SAB est un triangle isocèle en S.
Soit E le symétrique de A par rapport au point S.
Soit F le symétrique de B par rapport au point S.

1. Faire la figure sur la feuille annexe.
2. Quelle est la nature du quadrilatère AFEB ? Le démontrer.
3. En utilisant les points de la figure, compléter sans justification
   $\overrightarrow{AF} = \dots$ $\overrightarrow{AS} = \dots$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BS} = ...$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} = ...$
4. Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AN}$.
5. On appelle I le milieu du segment [SB].Répondre aux questions suivantes sans justifier.
   Quel est le symétrique du triangle FSE par la symétrie de centre S?
   Quel est le symétrique du triangle SAB par la symétrie de centre I?
   Par quelle transformation aurait-on pu passer du triangle FSE au triangle SNB?

PROBLEME

Un agriculteur propose de livrer aux habitants des communes environnantes son jus de fruits biologique (84 % de fruits et 16 % de légumes) aux tarifs suivants :

- *Tarif 1* : 7,5 euros le litre, transport compris.
- *Tarif 2* : 6 euros le litre, mais avec un forfait de transport de 18 euros.
- *Tarif 3* : 5 euros le litre, avec un forfait de transport de 33 euros.

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de litres	1	5			
Prix au *tarif 1* (en €)	7,5		75		
Prix au *tarif 2* (en €)				90	
Prix au *tarif 3* (en €)					113

2. Exprimer le prix payé par le consommateur en fonction du nombre x de litres achetés.
Pour le *tarif 1*, le prix sera noté $P_1(x)$.
Pour le *tarif 2*, le prix sera noté $P_2(x)$.
Pour le *tarif 3*, le prix sera noté $P_3(x)$.

3. Tracer, sur la feuille de papier millimétré (annexe), les représentations graphiques des fonctions P_1, P_2 et P_3 pour des valeurs de x comprises entre 0 et 18.
On placera l'origine dans le coin inférieur gauche de la feuille et on prendra les unités suivantes :
- sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 litre ;
- sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 10 euros.

4. Répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique (ne pas oublier de dessiner les pointillés) :

a. Les tarifs 1 et 2 sont équivalents pour …………………………… Le prix de revient est alors ……

b. Pour 13 litres achetés, le tarif le plus avantageux est ………………………………….

c. On dispose de 45 euros. Lequel des trois tarifs permet d'acheter le plus grand nombre de litres ? …………………… Ce nombre de litres est alors………….

d. Le tarif 3 reste toujours le plus avantageux pour ……………………………………………..

5. Retrouver par le calcul le résultat de la question **4.a.**

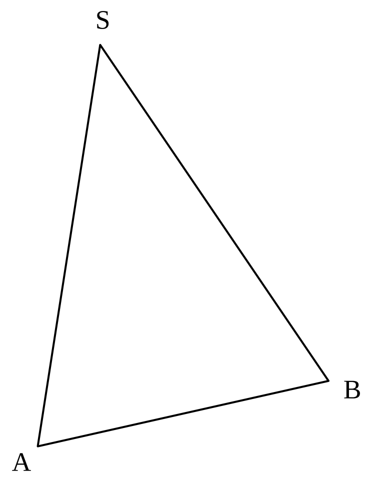
6. L'agriculteur passe livrer un ami. Il ne lui facture pas le transport et lui applique pour chaque litre 40 % de remise par rapport au tarif 1. Combien son ami va-t-il payer chaque litre ?

Ce prix est-il imbattable ?

ANNEXE

ACTIVIVTES GEOMETRIQUES

EXERCICE 3



PROBLEME

Correction

Exercice 1 : 3 points

1°) $A = 5\sqrt{27} - 2\sqrt{75} + 3\sqrt{3}$

$= 5\sqrt{3}\times\sqrt{9} - 2\sqrt{3}\times\sqrt{25} + 3\sqrt{3}$ 0,5 0,5

$= 5\times3\sqrt{3} - 2\times5\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$= 15\sqrt{3} - 10\sqrt{3} + 3\sqrt{3}$

$= \underline{8\sqrt{3}}$ résultat 0,5

$$\frac{14\times75\times10^{-5}}{35\times10^{-3}} =$$ 0,5

2°) $$B = \frac{2\times7\times5\times15\times10^{-5}}{7\times5\times10^{-3}}$$.

$$= 30\times10^{-5-(-3)}$$ 0,5

$$= 30\times10^{-2} = 3\times10^{-1}$$ 0,5

Exercice 2 : 3 points

1°)

Le PGCD de 20755 et 9488 est 593 . 1

méthode des soustractions	
20755	9488
9488	11267
9488	1779
1779	7709
1779	5930
1779	4151
1779	2372
1779	593
593	1186
593	593
593	

algorithme d'Euclide	
20755	9488
9488	1779
1779	593
593	0
0	

2°) $$C = \frac{20755}{9488} - \frac{3}{8} = \frac{593\times35}{593\times16} - \frac{3}{8} = \frac{35}{16} - \frac{6}{16} = \frac{29}{16}$$ 1

3°) 29/16 = 1,8125 est un nombre décimal (partie décimale finie). 0,5

C est un nombre rationnel (il s'écrit sous la forme d'un quotient de deux nombres entiers). 0,5

Exercice 3 : 3 points

1°) $36 - (2x - 5)^2$

$= 36 - (4x^2 - 20x + 25)$ 0,5

$= \underline{-4x^2 + 20x + 11}$. 0,5

2°) $36 - (2x - 5)^2$

$= 6^2 - (2x - 5)^2 = (6 + 2x - 5)[6 - (2x - 5)]$ 0,5

$= (11 - 2x)(1 + 2x)$ 0,5 point

3°) Si un produit de deux facteurs est nul alors l'un ou l'autre des facteurs peut-être nul. 0,25

$11 - 2x = 0$ d'où $x = 5,5$ 0,25

$1 + 2x = 0$ d'où $x = -0,5$ 0,25

Cette équation admet deux solutions 5,5 et - 0,5 0,25

Exercice 4 : 3 points

1°) $\{ 2x + 3y = 51 , 6x + 10y = 132$

Par combinaison, par exemple en multipliant l'équation (1) par (-3), puis en additionnant (1) et (2).

Le couple solution est (12 ;9).

Résolution correcte : 1,5 points.

2°) Soit x le prix d'un poirier et y celui d'un noisetier.

0,25 point

Mme Aubépine achète 4 poiriers et 6 noisetiers pour 102 € nous donne :

$4x + 6y = 102$ et en divisant les deux membres de cette équation par 2 à :

$2x + 3y = 51$ 0,5 point

M. Cassis achète 6 poiriers et 10 noisetiers pour 162 € nous donne :

$6x + 3y = 132$ 0,5 point

Nous retrouvons le système du 1°) $\{ 2x + 3y = 51 , 6x + 10y = 132$

Le prix d'un poirier est donc de 12€ et celui d'un noisetier de 9€. 0,25 point(si toutes les explications précédentes ont été données).

ACTIVIVTES GEOMETRIQUES

EXERCICE 1 (2 points)

$\frac{AB}{AM} = \frac{4,2}{7} = 0,6$ $\qquad$ $\frac{AC}{AN} = \frac{3}{5} = 0,6$

donc $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN}$

Les point A, B, M sont alignés dans le même ordre que les point A, C, N (facultatif)

Donc les droites (BC) et (MN) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalés

<u>Et le quadrilatère MNCB est bien un trapèze</u>

EXERCICE 2 (5,5 points)

1°)$AC^2 = 7,5^2 = 56,25$

$AB^2+BC^2 = 6^2 + 4,5^2 = 36 + 20,25 = 56,25$

Donc $AC^2 = AB^2+BC^2$

Donc, d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

<u>le triangle ABC est bien rectangle en B</u>

2°)Dans le triangle BCE rectangle en B, d'après la question précédente

$\tan BCE = \frac{BE}{BC} = \frac{4}{4,5} \approx 0,8$

$BCE \approx 41,63$

<u>L'angle BCE arrondi au degré est égale à 42°</u>

3°)(AC) // (BD)

Les point EDC sont alignés ainsi que les point EBA

D'aprés le th de Thalés

$\frac{EB}{AE} = \frac{BD}{AC} (= \frac{ED}{EC})$

$\frac{4}{10} = \frac{BD}{7,5}$

$BD = \frac{4 \times 7,5}{10} = 3$

<u>BD est égale à 3 cm</u>

EXERCICE 3 (4,5 points)

1°) et 3°) c)

2°) A symétrique de E par rapport à S donc S milieu de [AE]

B symétrique de F par rapport à S donc S milieu de [BF]

Un quadrilatère dont les diagonales se coupent en leur milieu est un parallélogramme.

Donc AFEB est un parallélogramme.

SAB est un triangle isocèle en S d'où SA = SB d'où AE = BF

Un parallélogramme dont les diagonales sont de même longueur est un rectangle.

Donc AFEB est un rectangle

3°)

a) $\overrightarrow{AF}$ **=BE** $\qquad$ $\overrightarrow{AS}$ **= SE**

b) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BS} =$ **AS** $\qquad$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF} =$ **AE**

c) Construire les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AN}$ (voir figure)

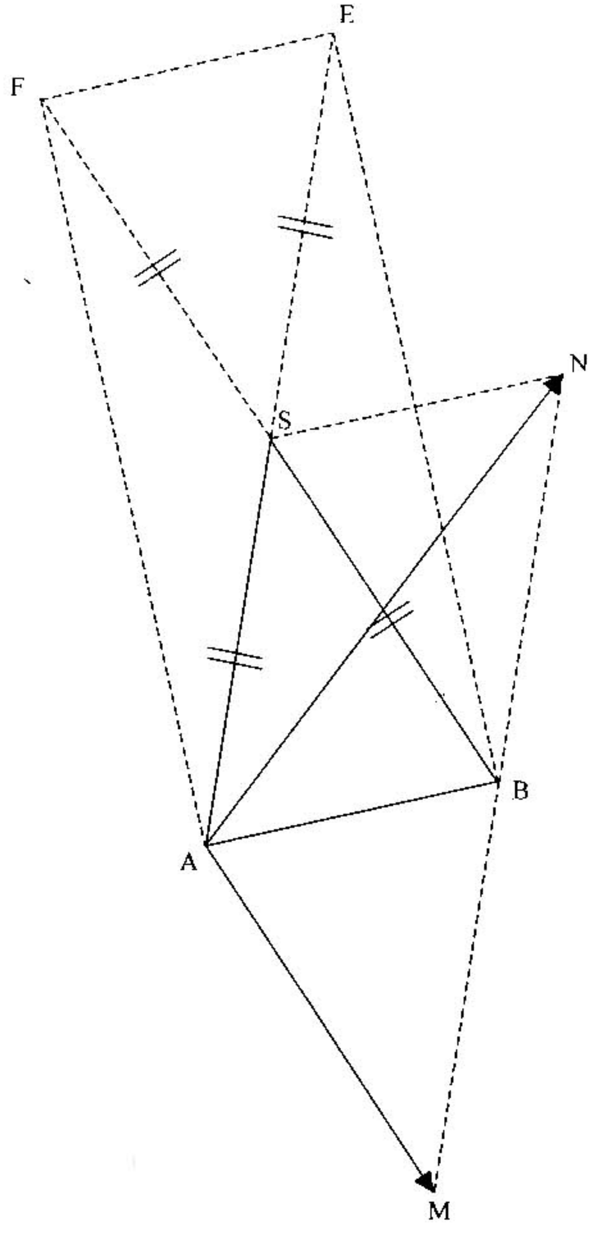
4°)**<u>Le symétrique du triangle FSE par la symétrie de centre S est le triangle SAB.</u>**

<u>Le symétrique du triangle SAB par la symétrie de centre I est le triangle SNB.</u>

<u>On aurait pu passer du passer du triangle FSE au triangle SNB par une translation de vecteur 2 $\overrightarrow{SI}$.</u>

ACTIVIVTES GEOMETRIQUES

EXERCICE 3



PROBLEME

1. Compléter le tableau suivant :

Nombre de litres	1	5	**10**	**12**	**16**
Prix au *tarif 1* (en €)	7,5	**37,5**	75	**90**	**120**
Prix au *tarif 2* (en €)	**24**	**48**	**78**	90	**114**
Prix au *tarif 3* (en €)	**38**	**58**	**83**	**93**	113

2.

$P_1(x) = 7{,}5x$
$P_2(x) = 6x + 18$
$P_3(x) = 5x + 33$

3.

4.

e. Les tarifs 1et 2 (bleu et rouge) sont équivalents pour **12 litres.** Le prix de revient est alors **90 euros**

f. Pour 13 litres achetés, le tarif le plus avantageux est **le tarif 2 soit 96 euros**

g. Si on dispose de 45 euros, **le tarif 1** permet d'acheter le plus grand nombre de litres Ce nombre de litres est alors **6.**

h. Le tarif 3 (vert) reste toujours le plus avantageux **pour un nombre de litres supèrieur à 15**

5.

7,5x = 6x +18
7,5x – 6 x = 18
1,5x = 18
x = 12

6.

0,6 x 7,5 = 4,5
L'ami paiera 4,5 euro le litre.

4,5 x < 5x + 33
4,5 – 5x < 33
-0.5 x < 33
x> -33/0.5
x>-16.5

Ce prix est imbattable