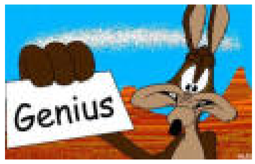
BREVET BLANC de MATHEMATIQUES n° 1
Janvier 2005 - durée : 2 heures

Les calculatrices sont autorisées.
L'orthographe, le soin et la présentation sont notés sur 4 points.



Activités numériques (12 points)

Exercice 1

1. On donne : A = $-\frac{1}{3}+\frac{14}{3}\div\frac{35}{12}$

Calculer le nombre A. Écrire les étapes et donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

2. On donne B = $\dfrac{81\times10^{-5}\times14\times\left(10^{2}\right)^{3}}{7\times10^{4}}$

Calculer le nombre B. Donner **l'écriture décimale** et **l'écriture scientifique** du nombre B.

3. On donne C = $2-\sqrt{2}$ et D = $2+\sqrt{2}$.

a. Prouver que $\mathrm{C}\times\mathrm{D}$ est un nombre entier.

b. Calculer C^2 , écrire le résultat sous la forme $a+b\sqrt{2}$, avec a et b nombres entiers relatifs.

4. On donne : E = $2\sqrt{45}-5\sqrt{20}-\sqrt{80}$.

Ecrire E sous la forme $a\sqrt{5}$, où a est un nombre entier relatif.

Exercice 2

1. Résoudre l'inéquation $-3x+2\geq x-4$.

2. Représenter graphiquement les solutions de cette inéquation sur une droite graduée.

Exercice 3

On donne l'expression algébrique :

$$\mathrm{F} = (2x-3)(3x-1)+(2x-3)^2$$

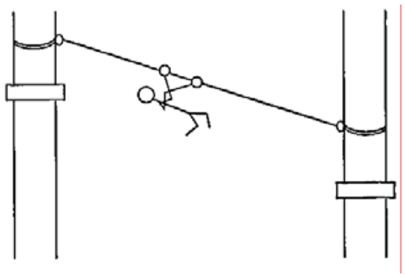
1. Développer et réduire F.

2. Calculer la valeur de F pour $x=\sqrt{2}$. Écrire le résultat sous la forme $a+b\sqrt{2}$ avec a et b entiers relatifs.

T.S.V.P.

Activités géométriques (12 points)

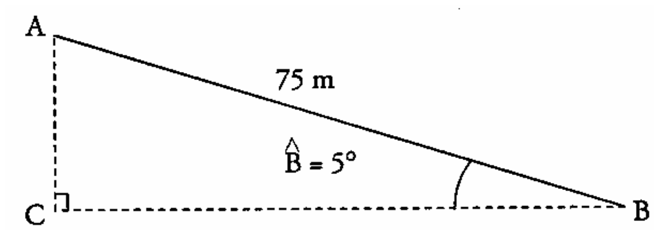
Exercice 1



Dans un parc de jeux, une épreuve consiste à parcourir une certaine distance entre deux arbres avec une *tyrolienne* (sorte de poulie qui permet de glisser le long d'un câble).

La situation est schématisée dans un plan vertical par le triangle rectangle ABC ci-dessous, où A et B désignent les points de fixation du câble sur les arbres, le segment [AB] représentant le câble.

On sait que le câble mesure 75 mètres de long, et qu'il fait un angle de 5° avec l'horizontale représentée par le segment [BC] sur le schéma.



1. Calculer la distance BC séparant les deux arbres. Arrondir au centimètre près.

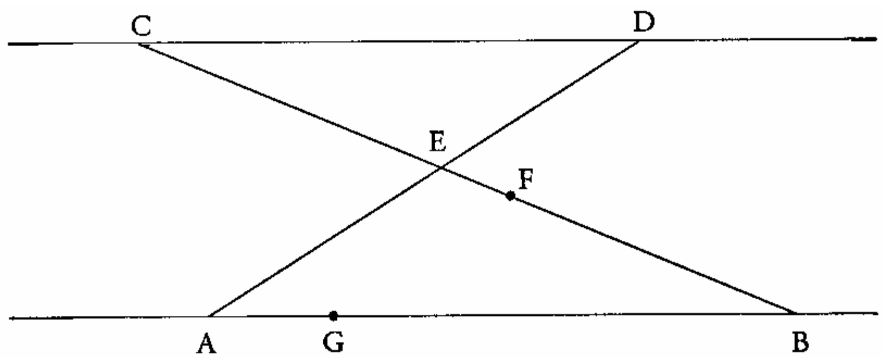
2. Calculer AC (la différence de hauteur entre les deux plateformes). Donner la troncature au centimètre près.

Exercice 2

L'unité est le centimètre.

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
Les droites (AD) et (BC) se coupent en E.

On donne : DE = 6 AE = 10 AB = 20 et BE = 16

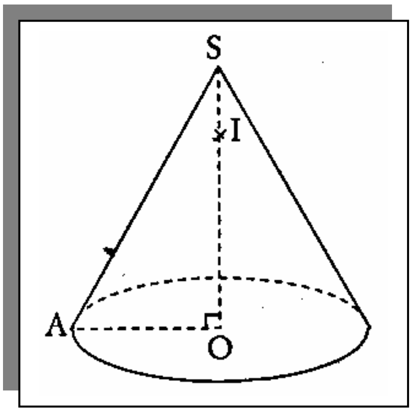


1. Calculer la longueur CD.

2. Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB].
On donne : BF = 12,8 et BG = 16.
Prouver que les droites (FG) et (AE) sont parallèles

Exercice 3

On considère le cône ci-contre de sommet S et dont la base est le disque de rayon [OA].
Ce cône a pour hauteur SO = 8 cm et pour génératrice SA = 10 cm.
I est le point du segment [SO] tel que SI = 2 cm.



1. Démontrer que OA = 6 cm.

2. Prouver que la valeur exacte du volume V du cône est égale à 96π cm^3. Donner la valeur arrondie au mm^3 près.

3. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.

4. On coupe ce cône **par un plan parallèle à sa base et passant par le point I**. La section obtenue est un disque de centre I qui est une réduction du disque de base.

   a. Déterminer le rapport *k* de cette réduction.

   b. On appelle V' le volume du petit cône de sommet S et de base le disque de centre I.

   Exprimer V' en fonction de V, puis donner la valeur arrondie de V' au mm^3 près.

Problème (12 points)

L'abat-jour d'une lampe a la forme d'une **pyramide tronquée** (voir photo 1). Le but de ce problème est de calculer la surface de tissu nécessaire pour fabriquer cet abat-jour.

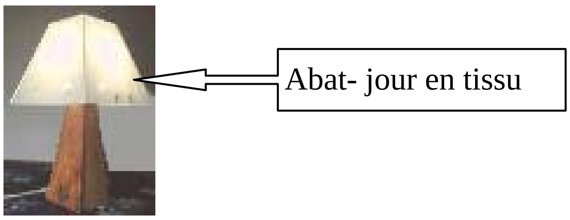


Photo 1

❖ Partie A : la pyramide entière

La pyramide entière (voir figure 2) à partir de laquelle on a fabriqué cet abat-jour a pour base un carré ABCD de centre O et **de côté 30 cm**.

Il s'agit de plus d'une **pyramide régulière**
(on rappelle que les 4 faces latérales sont des **triangles isocèles** superposables).

Sa hauteur SO mesure 36 cm.

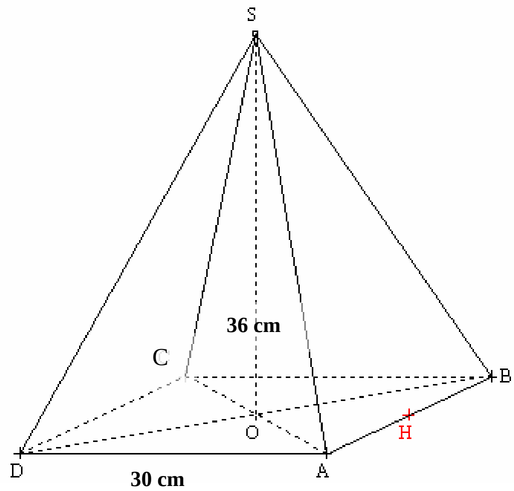
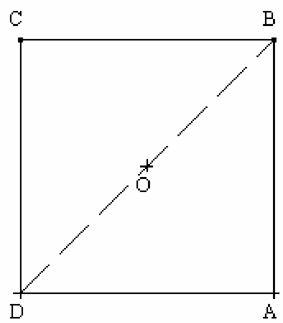


Figure 2



1) On appelle H le milieu du segment [AB].

Sur le carré ABCD dessiné ci-contre (pas en vraie grandeur) représentant la base de la pyramide, placer le point H.

Expliquer ensuite pourquoi OH = 15 cm.

T.S.V.P.

2) On admettra que le triangle SOH est **rectangle en O.**
   Prouver que la longueur SH vaut 39 centimètres.

3) a. Expliquer pourquoi (SH) est perpendiculaire à (AB).

   b. En déduire le calcul, en cm^2, de l'aire du triangle SAB.

4) En déduire que l'aire latérale de la pyramide (aire de la pyramide sans la base) vaut 2340 cm^2.

❖ Partie B : l'abat-jour

Pour fabriquer l'abat-jour, on a coupé la pyramide par un plan parallèle à la base (voir figure 3).
On obtient ainsi un **tronc de pyramide** qui servira d'abat-jour (figure 4).

Figure 3

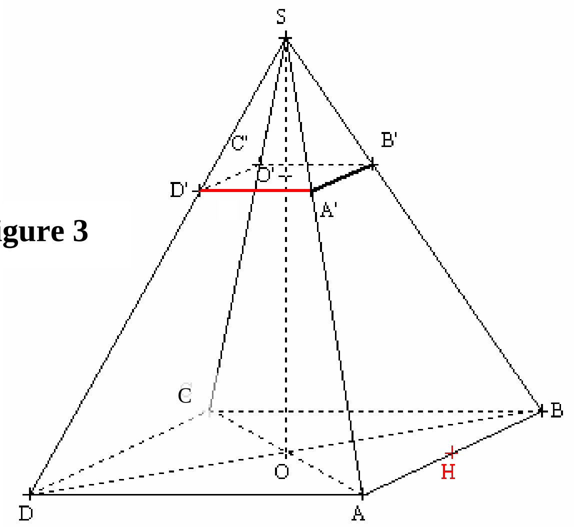
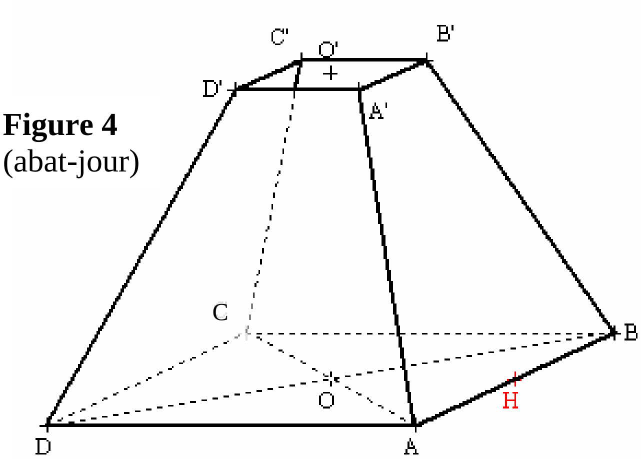


Figure 4
(abat-jour)



1) On donne SO' = 9 cm.
   La petite pyramide SA'B'C'D' est une **réduction** de la pyramide SABCD.
   Démontrer que le rapport de cette réduction est $\frac{1}{4}$.

2) Calculer l'aire latérale de la petite pyramide SA'B'C'D' (à partir de l'aire latérale de la pyramide SABCD). Expliquer la méthode.

3) En déduire finalement l'aire (la surface) de tissu à utiliser (en cm^2) pour fabriquer l'abat-jour.

❖ Partie C : Complément (cette partie est indépendante de la partie B).

Dans cette partie, on suppose que SO' = x (avec $0 < x < 36$).

Exprimer en fonction de *x :*

1) Le rapport de la réduction.

2) L'aire latérale du tronc de pyramide ABCDA'B'C'D'.
   Prouver que cette aire peut s'écrire : $2340 - \frac{65}{36}x^2$.