Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE
ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

Calculer et donner A sous la forme d'une fraction irréductible puis B sous la forme a $\sqrt{3}$:

$A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \div \frac{33}{20}$ $\qquad$ $B = 2\sqrt{27} - 5\sqrt{12} - \sqrt{75}$

EXERCICE 2 :

1/ Calculer le PGCD des nombres 110 et 88.

2/ Un ouvrier dispose de plaques de métal rectangulaires : L = 110 cm et l = 88 cm ; il doit découper dans chaque plaque des <u>carrés</u> tous identiques : la mesure du côté est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible, de façon à ne pas avoir de perte. Quelle sera la mesure du côté de chaque carré ?

3/ Combien obtiendra-t-il de carrés avec 15 plaques de métal ?

EXERCICE 3 :

On pose $A = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$.

1/ Développer et réduire A.

2/ a) Factoriser $4x^2 - 25$.
b) En déduire une factorisation de A.

3/ Résoudre l'équation $(2x + 5)(2 - x) = 0$.

EXERCICE 4 :

On donne un rectangle STUV dont les dimensions exactes en centimètres sont :
$ST = 16 + 4\sqrt{2}$ et $TU = 16 - 4\sqrt{2}$.

1/ Après avoir <u>arrondi</u> les dimensions de ce rectangle au centimètre près, en faire une figure représentative S'T'U'V' à l'échelle $\frac{1}{2}$.

2/ Calculer en détaillant et donner les <u>valeurs exactes</u> de :

a/ Le périmètre P du rectangle STUV en centimètres.

b/ L'aire A du rectangle STUV en centimètres carrés.

c/ La longueur d de la diagonale du rectangle STUV en centimètres.

COLLÈGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : **2 H**	Coefficient : **2**	BREVET BLANC N°2
Épreuve : **Mathématiques**		5 avril 2002
Ce sujet comporte : **3 pages**		Série collège : **1/3**

DEUXIÈME PARTIE

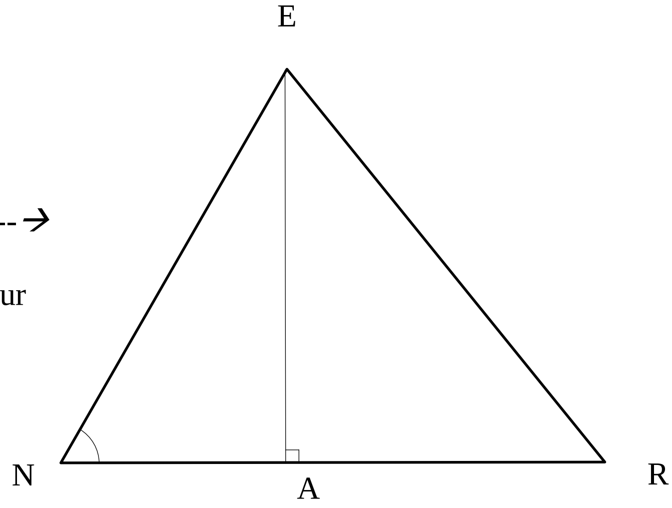
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

Soit ERN un triangle tel que :

EN = 9 cm ; RN = 10,8 cm ; $\widehat{ENR} = 60°$.
La hauteur issue de E coupe le côté [RN] en A.
T est un point du côté [EN] tel que NT = 3,75 cm.

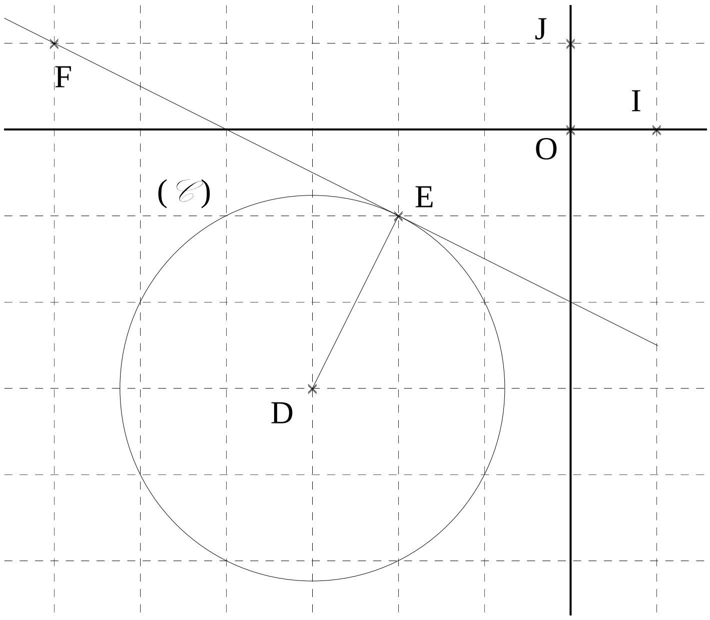
(La figure ci-contre n'est pas à l'échelle).-------------------→



1/a/ Refaire la figure sur la copie en vraie grandeur et placer le point T.
b/ Prouver que AN = 4,5 cm.
c/ Calculer AE et donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de centimètre.

2/ Les droites (AT) et (ER) sont-elles parallèles ? (Justifier)

EXERCICE 2 :



Le repère (O ; I ; J) est orthonormé.

Le cercle ($\mathscr{C}$) a pour centre D et rayon r = $\sqrt{5}$.

1/ Lire et donner les coordonnées des points suivants : D, E et F.

2/ Calculer DE, DF et EF.

3/a/ Le point E est-il sur le cercle ($\mathscr{C}$) ? Justifier.

b/ La droite (EF) est-elle tangente au cercle ($\mathscr{C}$) ? Justifier.

Ce sujet comporte : **3 pages**	Série collège : **2/3**

TROISIÈME PARTIE

QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)

Un paysagiste doit planter des arbres. Chaque arbre est placé dans un trou cylindrique. Il est ensuite maintenu au sol à l'aide de câbles, comme le montre le dessin ci-dessous.
Dans tout le problème, l'unité de longueur choisie est le **décimètre (dm)**.
Toutes les réponses devront être justifiées.

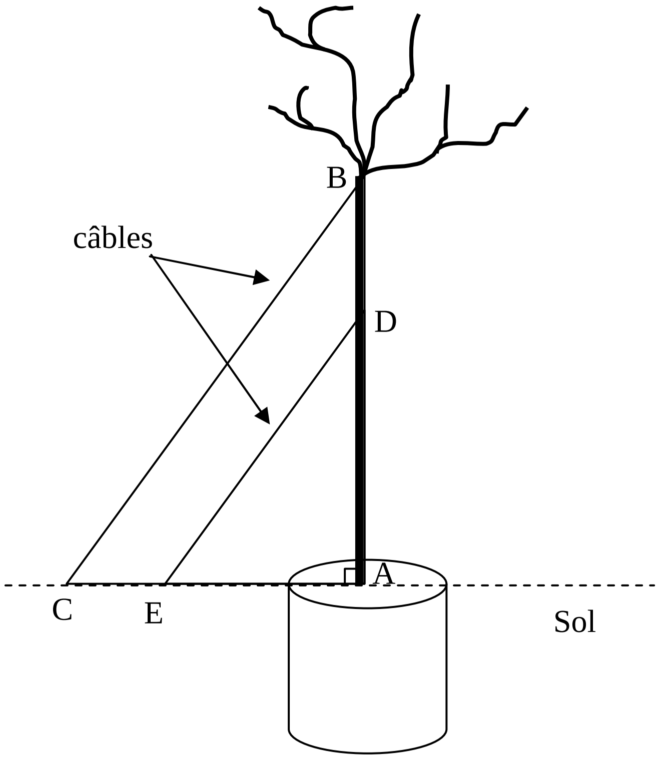
Partie A :

Le triangle rectangle ABC est rectangle en A avec AB = 18 et AC = 9.

D est un point du segment [AB] tel que AD = $\frac{2}{3}$ AB.

E est un point du segment [AC].

Les droites (BC) et (DE) sont parallèles.



1/ Calculer la valeur exacte de AD.

2/ Calculer la valeur exacte de BC et l'écrire sous la forme a $\sqrt{5}$ où a est un nombre entier.

3/ Prouver que $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ puis calculer AE.

4/ Prouver que DE = $6\sqrt{5}$.

5/ Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADE}$ arrondie au degré.

6/ Une coccinelle parcourt le trajet CBDEC : combien de millimètres mesure ce trajet ? (arrondi à 1 près)

Partie B :

Le rayon r du trou cylindrique creusé dans le sol, pour loger un arbre mesure 4 dm et la profondeur p de ce trou mesure 7 dm.

1/ Calculer le volume V_1 (exprimé en dm^3) de ce trou. Donner la réponse sous la forme $k \times \pi$ où k est un nombre entier.

2/ Le volume de la terre augmente de 25 % lorsqu'on la déplace. Soit V_2 le volume (exprimé en dm^3) qu'occupera la terre déplacée par ce creusement ; on a calculé que $V_2 = 140 \times \pi$ (dm^3).
Avec cette terre déplacée, on forme un cône de révolution dont le volume est V_2 et dont le rayon mesure 6 dm. Calculer la hauteur h de ce cône. On donnera la valeur exacte, puis une valeur approchée au décimètre près.

Ce sujet comporte : **3 pages**	Série collège : **3/3**

SOLUTION DE LA PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

$A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \div \frac{33}{20}$ $A = \frac{5}{4} + \frac{11}{4} \times \frac{20}{33}$ $A = \frac{5}{4} + \frac{\cancel{11} \times 5 \times \cancel{4}}{\cancel{4} \times \cancel{11} \times 3}$ $A = \frac{5}{4} + \frac{5}{3}$ $A = \frac{15 + 20}{12}$ $A = \frac{35}{12}$	$B = 2\sqrt{27} - 5\sqrt{12} - \sqrt{75}$ $B = 2\sqrt{9} \times \sqrt{3} - 5\sqrt{4} \times \sqrt{3} - \sqrt{25} \times \sqrt{3}$ $B = 2 \times 3 \times \sqrt{3} - 5 \times 2 \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{3}$ $B = 6 \times \sqrt{3} - 10 \times \sqrt{3} - 5 \times \sqrt{3}$ $B = -9\sqrt{3}$

EXERCICE 2 :

1/ J'utilise l'algorithme de d'Euclide : $110 = 88 \times 1 + 22$ $88 = 22 \times 4 + 0$ 22 est le dernier reste non nul, alors PGCD(110 ; 88) = 22.	2/ Pour ne pas avoir de perte, il faut que le côté, entier, de chaque carré divise 110 <u>et</u> 88 ; et pour avoir le plus grand côté possible il faut le <u>plus grand diviseur</u> de 110 <u>et</u> 88, c'est leur PGCD qui est 22. Le côté de chaque carré mesurera 22 cm.	3/ L'aire de 15 plaques vaut : $15 \times 110 \times 88 = 145\,200$ (cm^2) et l'aire d'un carré vaut : $22 \times 22 = 484$ (cm^2) Puisqu'il n'y a pas de perte, le nombre de carrés sera : $145\,200 \div 484 = 300$.

EXERCICE 3 :

1/ $A = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$ $A = 4x^2 - 25 - (6x^2 - 14x + 15x - 35)$ $A = 4x^2 - 25 - 6x^2 + 14x - 15x + 35$ $A = -2x^2 - x + 10$	2/a/ $4x^2 - 25 = (2x)^2 - (5)^2$ $4x^2 - 25 = (2x - 5)(2x + 5)$ 2/b/ $A = (2x - 5)(2x + 5) - (2x + 5)(3x - 7)$ $A = (2x + 5)[(2x - 5) - (3x - 7)]$ $A = (2x + 5)(2x - 5 - 3x + 7)$ $A = (2x + 5)(-x + 2)$	3/ Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul : $2x + 5 = 0$ ou $-x + 2 = 0$ $x = (-\frac{5}{2})$ ou $x = 2$ Les solutions de cette équation sont $(-\frac{5}{2})$ et 2.

EXERCICE 4 :

1/ $ST = 16 + 4\sqrt{2}$ $\qquad$ $TU = 16 - 4\sqrt{2}$

$ST = 21,656\,854\,25\ldots$ $\qquad$ $TU = 10,343\,145\,75\ldots$

ST = 22 (cm à 1près) $\qquad$ TU = 10 (cm à 1 près)

$S'T' = 22 \times \frac{1}{2} = 11$(cm) $\qquad$ $T'U' = 10 \times \frac{1}{2} = 5$(cm)

2/a/ $P = 2 \times [(16 + 4\sqrt{2}) + (16 - 4\sqrt{2})]$

$P = 2 \times [16 + 4\sqrt{2} + 16 - 4\sqrt{2}]$

$P = 64$ (cm)

2/b/ $A = (16 + 4\sqrt{2}) \times (16 - 4\sqrt{2})$

$A = 16^2 - (4\sqrt{2})^2$

$A = 256 - 16 \times 2$

$A = 224$ (cm^2)

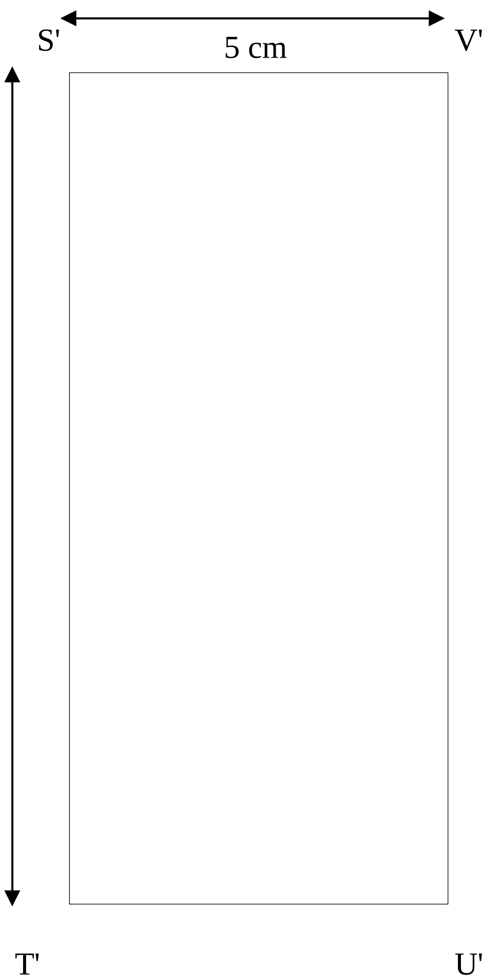
2/c/ Le triangle STU est rectangle en T, le théorème de Pythagore donne : $SU^2 = TS^2 + TU^2$

$d^2 = (16 + 4\sqrt{2})^2 + (16 - 4\sqrt{2})^2$

$d^2 = [16^2 + 2\times16\times4\sqrt{2} + (4\sqrt{2})^2] + [16^2 - 2\times16\times4\sqrt{2} + (4\sqrt{2})^2]$

$d^2 = 256 + \cancel{2\times16\times4\sqrt{2}} + 16\times2 + 256 - \cancel{2\times16\times4\sqrt{2}} + 16\times2 = 576$

Et finalement, $d = \sqrt{576} = 24$ (cm)



SOLUTION DE LA DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

1/a/ Voir figure.

1/b/ Puisque le triangle AEN est rectangle A :

Cos $\widehat{ENA} = \dfrac{AN}{EN}$ soit $\dfrac{\cos 60°}{1} = \dfrac{AN}{9}$

AN = $\dfrac{9 \times \cos 60°}{1}$ = 4,5 (cm)

1/c/ De la même façon :

Sin $\widehat{ENA} = \dfrac{AE}{EN}$ soit $\dfrac{\sin 60°}{1} = \dfrac{AE}{9}$

AE = $\dfrac{9 \times \sin 60°}{1}$

AE = 9 sin 60° (cm) (exacte)
AE = 7,794 228 634… (cm) (approchée)
AE = 7,8 (cm) (arrondie à 1/10)

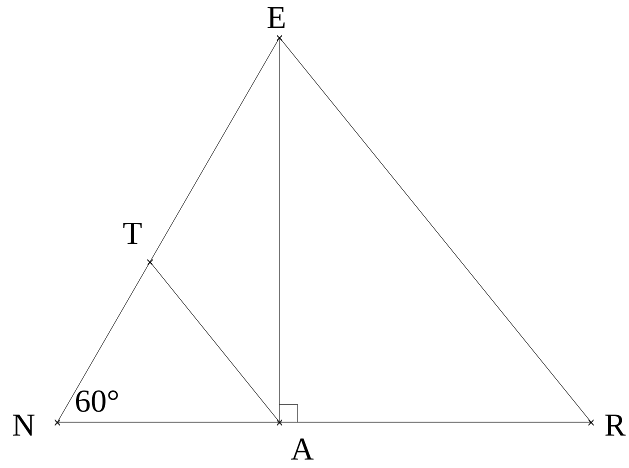
(Avec Pythagore on obtiendrait également :
AE = $\sqrt{60,75}$ (cm) qui conduit aux mêmes valeurs approchée et arrondie)

2/ $\dfrac{NA}{NR} = \dfrac{4,5}{10,8}$ et $\dfrac{NT}{NE} = \dfrac{3,75}{9}$

$9 \times 4,5 = 10,8 \times 3,75 = 40,5$

Donc $\dfrac{NA}{NR} = \dfrac{NT}{NE}$ et alors :

Les points N, A , R et N, T, E sont alignés dans le même ordre avec $\dfrac{NA}{NR} = \dfrac{NT}{NE}$ donc par la réciproque du théorème de Thalès (AT) // (ER).



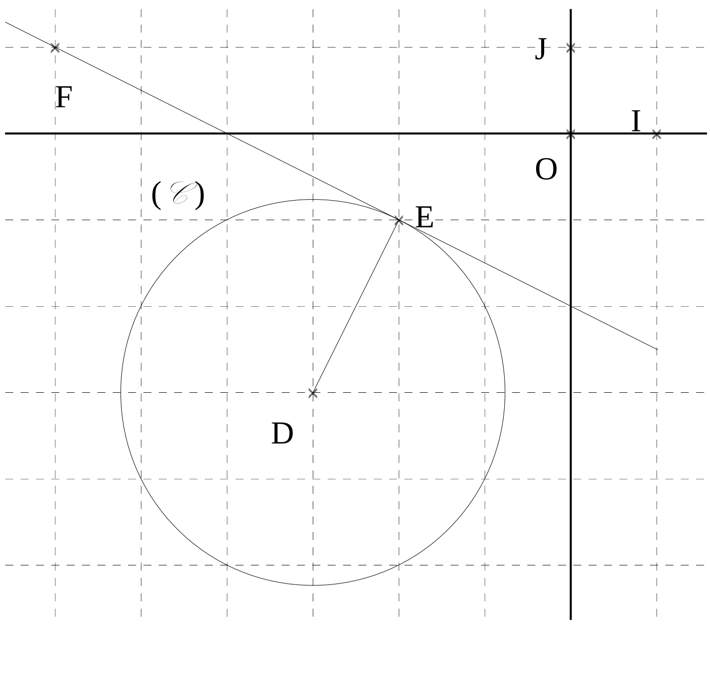
EXERCICE 2 :

1/ F a pour coordonnées (-6 ; 1).
E a pour coordonnées (-2 ; -1).
D a pour coordonnées (-3 ; -3).

2/ EF = $\sqrt{(-6-(-2))^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{16+4}$.
EF = $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$.
DE = $\sqrt{(-2-(-3))^2 + (-1-(-3))^2} = \sqrt{1+4}$.
DE = $\sqrt{5}$.
DF = $\sqrt{(-6-(-3))^2 + (1-(-3))^2} = \sqrt{9+16}$.
DF = $\sqrt{25} = 5$.

3/a/ Le rayon du cercle ($\mathscr{C}$) vaut $\sqrt{5}$ cm donc tous les points situés à $\sqrt{5}$ cm de D sont sur ce cercle ; or d'après 2/ DE = $\sqrt{5}$ cela signifie que le point E est situé sur le cercle ($\mathscr{C}$) de centre D et de rayon $\sqrt{5}$.

3/b/ Le côté [DF] est le plus long.
D'une part on a $DF^2 = 25$.
D'autre part on a $EF^2 + DE^2 = 20 + 5 = 25$.
Ainsi $DF^2 = EF^2 + DE^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle DEF est rectangle en E. Donc (EF) $\perp$ (DE) et la droite (EF) est tangente (en E) au cercle ($\mathscr{C}$) de centre D et de rayon [DE].



SOLUTION DE LA TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)

Partie A :

1/ AD = $\frac{2}{3}$ AB = $\frac{2}{3} \times 18 = 12$ (dm)

2/ Dans le triangle ABC rectangle en A le théorème de Pythagore donne : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 18^2 + 9^2 = 324 + 81 = 405$ $BC = \sqrt{405}$

BC = $\sqrt{405}$ (valeur exacte en dm)

BC = $\sqrt{81 \times 5} = \sqrt{81} \times \sqrt{5}$

BC = $9\sqrt{5}$ (dm).

3/ Puisque les droites (BD) et (CE) sont sécantes en A avec (BC) // (DE) le théorème de Thalès donne :

$\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$ et nous avons $\frac{AD}{AB} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

donc $\frac{AE}{AC} = \frac{2}{3}$ et AE = $\frac{2}{3}$ AC = 6 (dm).

4/ D'après 2/ nous avons $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{3}$ qui donne :

DE = $\frac{2 \times BC}{3} = \frac{2 \times 9\sqrt{5}}{3}$ c'est-à-dire :

DE = $6\sqrt{5}$ (dm).

5/ Dans le triangle ADE rectangle en A on a :

$\tan \widehat{ADE} = \frac{AE}{AD} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ donc à la machine

$\widehat{ADE} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 26{,}565\ 051\ 18\ldots°$ (approchée)

$\widehat{ADE} = 27°$ (arrondi à 1° près)

6/ L(CBDEC) = CB + BD + DE + EC

L(CBDEC) = $9\sqrt{5}$ + BD + $6\sqrt{5}$ + EC

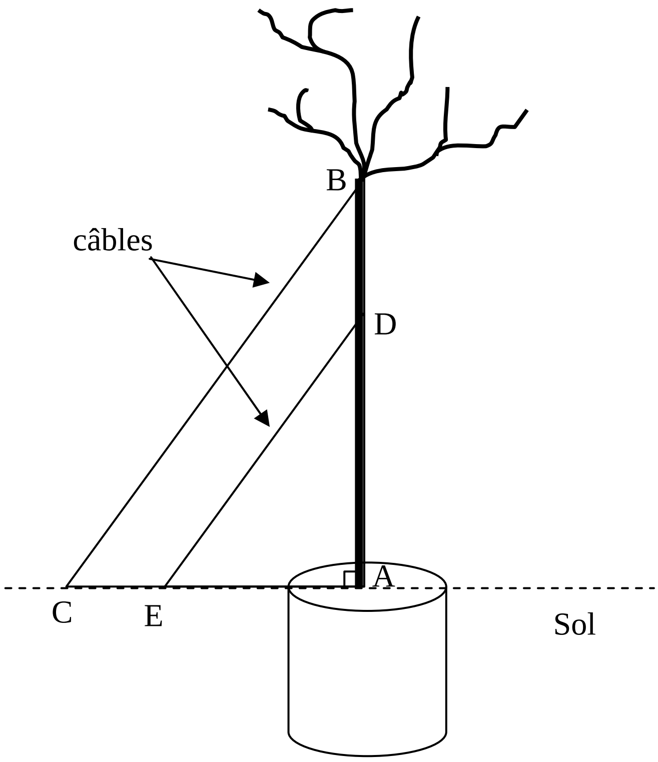
BD = (AB – AD) = (18 – 12) = 6

EC = AC – AE = (9 – 6) = 3

L(CBDEC) = 9 + $15\sqrt{5}$ (dm)

L(CBDEC) = 4 254 mm (arrondi à 1 près)

Le trajet mesure 4 254 mm.



Partie B :

1/ V_1 est le volume d'un cylindre de révolution ayant un rayon de 4 dm et une hauteur de 7 dm donc

$V_1 = \pi \times 4^2 \times 7$ (dm^3) c'est-à-dire $V_1 = 112 \times \pi = 112\pi$ (dm^3).

2/ En appelant h la hauteur de ce cône, on obtient : $V_2 = \frac{\pi \times 6^2 \times h}{3} = 12\pi \times h$. Or $V_2 = 140 \times \pi$ et alors :

$140 \times \pi = 12\pi \times h$ donne

$h = \frac{140 \times \pi}{12 \times \pi}$ d'où

$h = \frac{35}{3}$ dm (valeur exacte)

h = 11,666 666 67… dm (valeur approchée)

<u>h = 12 dm (valeur arrondie à 1 près).</u>

<u>Fin</u>

BAREME

A rediscuter pour ce sujet … et à préciser … éventuellement …

I		II		III	
Ex 1 :	A (1,5 pts)	Ex 1 :	1/a/ (0,5 pt)	Partie A :	1/ (1 pt)
	B (1,5 pts)		1/b/ (1 pt)		2/ (2 pts)
Ex 2 :	1/ (1 pt)		1/c/ (1,5 pts)		3/ (2,5 pts)
	2/ (1 pt)		2/ (3 pts)		4/ (1 pt)
	3/ (1 pt)	Ex 2 :	1/ (1 pt)		5/ (1,5 pts)
Ex 3 :	1/ (1 pt)		2/ (2 pts)		6/ (1 pt)
	2/ (1 pt)		3/a/ (1 pt)	Partie B :	1/ (1 pt)
	3/ (1 pt)		3/b/ (2 pts)		2/ (2 pts)
Ex 4 :	1/ (0,5 pt)				**+ présentation = 4 pts**
	2/a/ (0,5 pt)				
	2/b/ (1 pt)				
	2/c/ (1 pt)				