Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

Ecrire A sous la forme fractionnaire la plus simple possible :

$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}\left(1 - \frac{1}{5}\right)$

Ecrire B sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs et b le plus petit possible :

$B = \sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$

EXERCICE 2 :

1°/ Résoudre le système suivant : $\begin{cases} 2a + 3b = 66 \\ 4a + b = 82 \end{cases}$

2°/ Dans un grand magasin, Loïc et Tania achètent des compact disques (CD) et des bandes dessinées (BD). Les CD valent tous le même prix et les BD valent toutes un même autre prix. Sachant que Loïc achète 2 CD et 3 BD pour 66 euros et que Tania achète 4 CD et une BD pour 82 euros, donner le prix d'un CD et celui d'une BD.

EXERCICE 3 :

On donne l'expression suivante : $D = (1 - 4x)(2x - 3) - (2x - 3)^2$

1°/ Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée et réduite suivante :

$D = -12x^2 + 26x - 12$

2°/ Factoriser D

3°/ Calculer la valeur de D pour $x = \frac{3}{2}$

4°/ Résoudre l'équation : $(2x - 3)(-6x + 4) = 0$

EXERCICE 4 :

Résoudre les inéquations suivantes puis, pour chacune, représenter en rouge les solutions sur une droite graduée :

a/ $4x + 7 > 2 + 6x$ b/ $5(3x - 9{,}6) \lhd 3(2 - 4x)$

COLLEGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : **2h**	Coefficient : **2**	**BREVET BLANC**
Epreuve : **Mathématiques**		Date : **15 mai 2003**
Ce sujet comporte : **3 pages**		Série collège : **1/3**

DEUXIÈME PARTIE

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 :

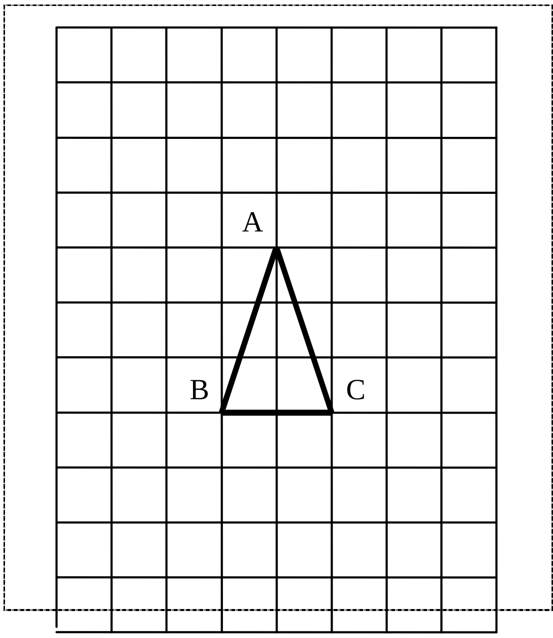
La figure ci-contre est à compléter au fur et à mesure de la résolution de l'exercice. Elle devra être découpée et collée sur la copie.

1°/ Tracer le point E image du point A par la translation de vecteur $\vec{CB}$.

Quelle est la nature du quadrilatère ACBE ? Justifier la réponse.

2°/ Tracer le point D symétrique du point A par rapport à la droite (BC), puis le point K symétrique du point A par rapport au point B.

Indiquer, sans justification, une transformation par laquelle l'image du triangle ABC est le triangle BKD.



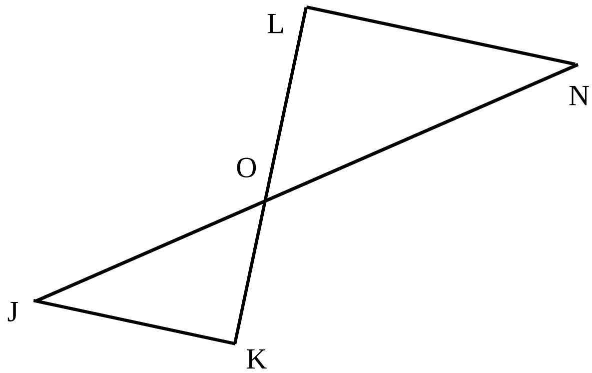
3°/ Construire le point F tel que : $\vec{BF} = \vec{BA} + \vec{BC}$. Préciser la nature du quadrilatère ABCF, puis déduire que A est le milieu du segment [EF]

EXERCICE 2 :

La figure ci-contre est donnée sans codage, à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.

On donne :

Les droites (JN) et (KL) sont sécantes en O :
OK = 2 cm ; OL = 3,6 cm
OJ = 3 cm ; ON = 5,4 cm
Le triangle OKJ est rectangle en K.



1°/ Calculer l'angle $\widehat{OJK}$ (on donnera l'arrondi au degré près).

2°/ Démontrer que les droites (JK) et (LN) sont parallèles.

3°/ Déduire de la question 2/ sans effectuer de calculs, que les angles $\widehat{OJK}$ et $\widehat{ONL}$ sont égaux.

TROISIÈME PARTIE

QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J).

L'unité de longueur est le centimètre.

1°/ Placer les points M (-3 ; -1) ; N (3 ; 1) et P (1 ; 7).

2°/ Montrer que MN = $\sqrt{40}$, NP = 2 $\sqrt{10}$ et PM = 4 $\sqrt{5}$.

3°/ Démontrer que le triangle MNP est isocèle et rectangle en N.

4°/ Calculer les coordonnées du milieu du segment [MN]. Quel est ce point ?

5°/ La parallèle à la droite (NP) passant par O coupe la droite (MP) en K.

Que représente le point K pour le segment [MP] ? Justifier la réponse.

En déduire les coordonnées de K.

6°/ Construire le point Q image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$.

Calculer les coordonnées du point Q.

7°/ Démontrer que le quadrilatère MNPQ est un carré.

Calculer l'aire du carré MNPQ.

EXERCICE 1 : (2,5 PTS) **SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)**

$A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}(1 - \frac{1}{5})$ $A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3}(\frac{5}{5} - \frac{1}{5})$ $A = \frac{2}{3} - \frac{5}{3} \times \frac{4}{5}$	$A = \frac{2}{3} - \frac{4}{3}$ $A = -\frac{2}{3}$ (1)	$B = \sqrt{98} - 2\sqrt{50} + 3\sqrt{8}$ $B = \sqrt{49 \times 2} \quad - 2\sqrt{25 \times 2} \quad + 3\sqrt{4 \times 2}$ $B = \sqrt{49} \times \sqrt{2} - 2 \times \sqrt{25} \times \sqrt{2} + 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{2}$ $B = \quad 7 \times \sqrt{2} \quad - 2 \times 5 \times \sqrt{2} \quad + 3 \times 2 \times \sqrt{2}$ $B = (7 - 10 + 6) \times \sqrt{2}$ $B = 3\sqrt{2}$ (1,5)

EXERCICE 2 (3 POINTS)

1° / $\begin{cases} 2a + 3b = 66 \\ 4a + b = 82 \end{cases}$ D'après la deuxième équation : b = 82 – 4a (3) En substituant b dans la première on déduit : 2a + 3(82 – 4a) = 66 2a + 246 – 12a = 66 246 – 66 = 12a – 2a 180 = 10a 18 = a	En substituant a dans l'équation (3) on déduit : b = 82 – 4 × 18 b = 82 – 72 b = 10 Vérification : 2 × 18 + 3 × 10 = 36 + 30 = 66 4 × 18 + 10 = 72 + 10 = 82 La solution de ce système est (18 ; 10) (2)

2° / On peut appeler « a » le prix en euros d'un compact disque et « b » celui d'une bande dessinée.

On obtient le système : $\begin{cases} 2a + 3b = 66 \\ 4a + b = 82 \end{cases}$ qui a été résolu à la question précédente.

Alors le prix d'un compact disque est 18 € et une bande dessinée coûte 10 €. (1 pt)

EXERCICE 3 : (3,5)

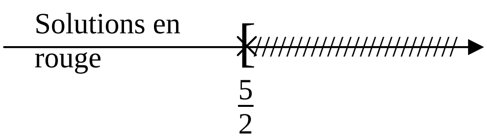
1°/ $D = (1 - 4x)(2x - 3) - (2x - 3)^2$ $D = (2x - 3 - 8x^2 + 12x) - (4x^2 - 12x + 9)$ $D = -8x^2 + 14x - 3 - 4x^2 + 12x - 9$ $D = -12x^2 + 26x - 12$ (1) 2°/ $D = (1 - 4x)(2x - 3) - (2x - 3)(2x - 3)$ $D = (2x - 3)[(1 - 4x) - (2x - 3)]$ $D = (2x - 3)(1 - 4x - 2x + 3)$ $D = (2x - 3)(4 - 6x)$ (1) 3°/ $D = (2 \times \frac{3}{2} - 3)(4 - 6 \times \frac{3}{2})$ $D = (3 - 3)(4 - 6 \times \frac{3}{2})$	$D = 0 \times (4 - 6 \times \frac{3}{2})$ $D = 0$ (0,5) 4°/ Le produit $(2x - 3)(-6x + 4)$ est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul. $2x - 3 = 0$ ou $-6x + 4 = 0$ $2x = 3$ ou $4 = 6x$ $x = \frac{3}{2}$ ou $x = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ Cette équation admet deux solutions $\frac{3}{2}$ et $\frac{2}{3}$ (1)

EXERCICE 4 : (3 pts)

a/ $4x + 7 > 2 + 6x$ $4x - 6x > 2 - 7$ $-2x > -5$ soit $x < \frac{5}{2}$	ou : $4x + 7 > 2 + 6x$ $7 - 2 > + 6x - 4x$ $5 > 2x$ soit $\frac{5}{2} > x$	b/ $5(3x - 9{,}6) \lhd 3(2 - 4x)$ $15x - 48 \lhd 6 - 12x$ $15x + 12x \lhd 6 + 48$ $27x \lhd 54$ $x \lhd \frac{54}{27}$ c'est-à-dire $x \lhd 2$

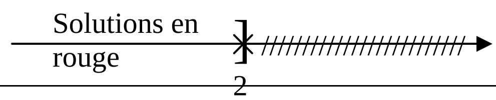
Les solutions de cette inéquation sont les valeurs <u>strictement inférieures</u> à $\left(\frac{5}{2}\right)$ (non hachurées) :

(1,5)



Les solutions de cette inéquation sont les valeurs <u>inférieures ou égales</u> à 2 (non hachurées) :

(1,5)



SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

EXERCICE 1 : (7,5 pts)

1°/ E est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$

donc E est construit (1) tel que $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AE}$.

ACBE est un parallélogramme. (1)

2°/ D et K sont construits sur la figure. (1)

Le triangle BKD est l'image du triangle ABC par la translation

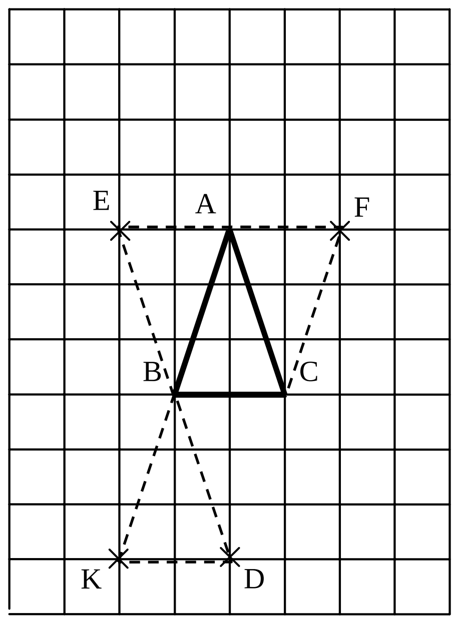
de vecteur $\overrightarrow{AB}$. (1)

3°/ F est construit (1) tel que $\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$. Alors ABCF est un

parallélogramme et $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{FA}$. (0,5)

D'après 1/ $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AE}$ et d'après 3/ $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{FA}$ donc on a

$\overrightarrow{FA} = \overrightarrow{AE}$ ce qui signifie que A est le milieu
du segment [EF] (2)



EXERCICE 2 : (4,5 pts)

Les droites (JN) et (KL) sont sécantes en O :
OK = 2 cm ; OL = 3,6 cm ; OJ = 3 cm ; ON = 5,4 cm
Le triangle OKJ est rectangle en K.

1°/ Le triangle OKJ est rectangle en K alors on a :

Sin $\widehat{OJK} = \dfrac{OK}{OJ} = \dfrac{2}{3}$ donc avec la machine :

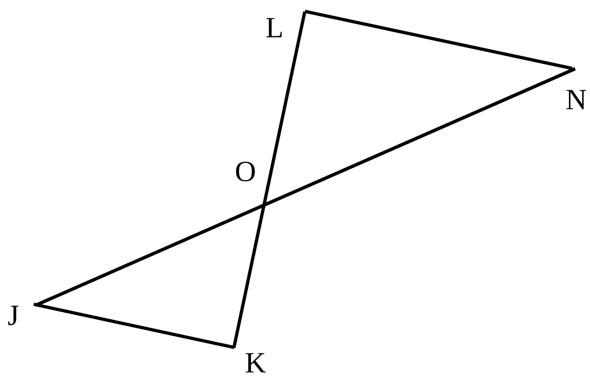
$\text{Sin}^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right) = 41{,}810\ 314\ 89\ldots$ donc

$\widehat{OJK} = 42°$ arrondi à 1° près. (1,5)

2°/ D'une part $\dfrac{OJ}{ON} = \dfrac{3}{5{,}4}$ et d'autre part $\dfrac{OK}{OL} = \dfrac{2}{3{,}6}$

$3 \times 3{,}6 = 2 \times 5{,}4 = 10{,}8$ donc $\dfrac{OJ}{ON} = \dfrac{OK}{OL}$

Les points J,O et N sont alignés dans le même ordre que les points K, O et L.
D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (JK) et (LN) sont parallèles. (2)



3°/ Les angles $\widehat{OJK}$ et $\widehat{ONL}$ sont alternes internes et déterminés par la sécante (LK) et deux droites <u>parallèles</u> (JK) et (LN) : ils ont la même mesure et

$\widehat{ONL} = 42°$ arrondi à 1° près. (1)

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)

1°/ Les points M, N et P sont construits. (0,5)

2°/ $MN^2 = (3 - (-3))^2 + (1 - (-1))^2$

$MN^2 = 36 + 4 = 40$

$MN = \sqrt{40}$ (cm) (0,5)

$NP^2 = (3 - 1)^2 + (1 - 7)^2$

$NP^2 = 4 + 36 = 40$

$NP = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10}$

$NP = 2\sqrt{10}$ (cm) (0,75)

$PM^2 = (-3 - 1)^2 + (-1 - 7)^2$

$PM^2 = 16 + 64 = 80$

$PM = \sqrt{80} = \sqrt{16} \times \sqrt{5}$

$PM = 4\sqrt{5}$ (cm) (0,75)

3°/ D'après 2/ on a $MN = NP = \sqrt{40}$ (cm) donc le triangle MNP est isocèle en N.
D'après 2/ on a $MN^2 + NP^2 = 40 + 40$ et $PM^2 = 80$ donc $MN^2 + NP^2 = PM^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle MNP est rectangle en N.
Ainsi le triangle MNP est isocèle rectangle en N. (0,5 + 1)

4°/ Les coordonnées du milieu du segment [MN] sont données par les égalités : $\dfrac{x_M + x_N}{2} = \dfrac{-3 + 3}{2} = 0$ et

$\dfrac{y_M + y_N}{2} = \dfrac{-1 + 1}{2} = 0$

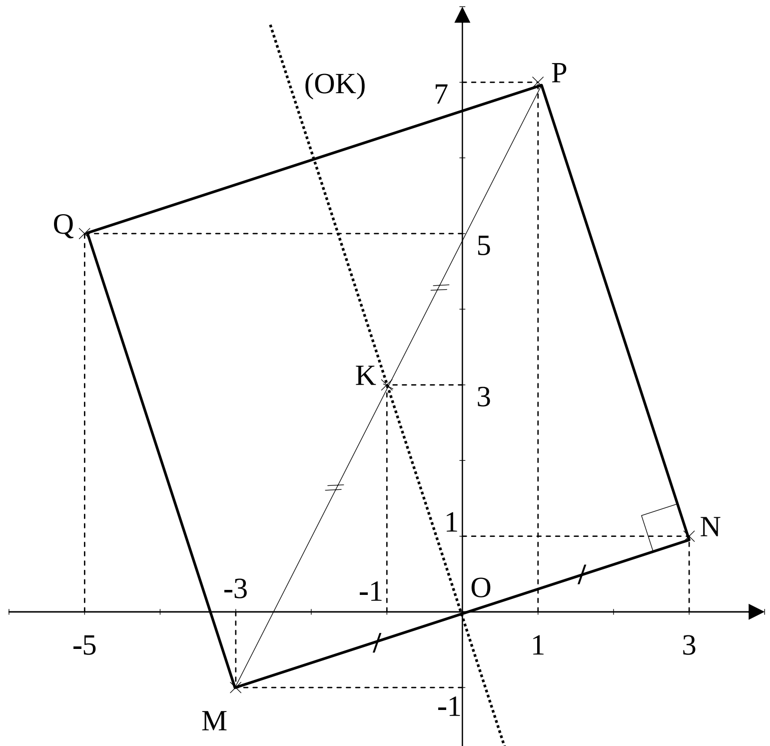
Les coordonnées du milieu du segment [MN] sont (0 ; 0). (1)
Ce sont les coordonnées du point O origine du repère. (0,5)

5°/ Dans le triangle MNP, la droite (OK) passe par le milieu du côté [MN] et elle est parallèle au côté [NP] : alors elle coupe le côté [MP] en son milieu ; le point K est le milieu du segment [MP] :

$\dfrac{x_M + x_P}{2} = \dfrac{-3 + 1}{2} = -1$ et

$\dfrac{y_M + y_P}{2} = \dfrac{-1 + 7}{2} = 3$

Les coordonnées du point K sont (-1 ; 3)



6°/ Le point Q est l'image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$ donc il est construit tel que $\vec{NM} = \vec{PQ}$. (0,5)

Puisque $\vec{NM} = \vec{PQ}$ les cordonnées de ces vecteurs sont égales :

$x_M - x_N = x_Q - x_P$ $-3 - 3 = x_Q - 1$ $-6 + 1 = x_Q$ d'où $x_Q = -5$	$y_M - y_N = y_Q - y_P$ $-1 - 1 = y_Q - 7$ $-2 + 7 = y_Q$ d'où $y_Q = 5$

Ainsi les coordonnées du point Q sont (-5 ; 5). (2)

7°/ Puisque $\vec{NM} = \vec{PQ}$, le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.
D'après la question 3/ MN = NP donc MNPQ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même mesure : c'est un losange.
D'après 3/ le triangle MNP est rectangle en N donc MNPQ est un losange ayant un angle droit : c'est un carré. (1)

MNPQ est un carré donc $\mathcal{A}(MNPQ) = MN \times MN = MN^2$
D'après la question 2/ $MN^2 = 40$ donc

$\mathcal{A}(MNPQ) = 40$ (cm^2) (0,5) et présentation = 0 à 4 pts !