Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(5 points)*

1/ Calculer A et B en écrivant les détails des calculs :

$A = \frac{4}{5} - 2 \div \frac{6}{5}$ et $B = (2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{9}$

2/ Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels, b étant le plus petit possible :
$C = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$

3/ Calculer l'expression suivante D et donner son écriture scientifique :
$D = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$

Exercice 2 *(4 points)*

On considère l'expression $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

1/ Développer et réduire E

2/ Factoriser E

3/ Résoudre l'équation $(2x + 5)(x + 2) = 0$

4/ Calculer l'expression E pour $x = -\frac{2}{3}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 3 *(3 points)*

Un objet coûtant x euros va augmenter de 13% : il coûtera y euros.

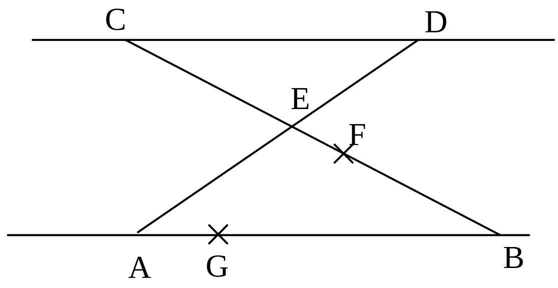
1/ Exprimer y sous la forme $y = ax$; en déduire combien coûtera un stylo de 9 euros ?

2/ Calculer le prix actuel d'un pantalon qui sera vendu 33,9 euros ?

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(3 points)*

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) se coupent en E. On donne DE = 6, AE = 10, AB = 20 et BE = 16.



La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.

1/ Calculer la distance CD.

2/ Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB].
Ils vérifient : BF = 12,8 et BG = 16. Montrer que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2 *(6 points)*

Réaliser la figure sur la feuille annexe (ex 2 activités géométriques) à rendre avec la copie.
Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1/ a/ Placer les points : A(3 ; -5) et B(-2 ; 5).
b/ Donner les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$. (Aucune justification n'est demandée.)
c/ Calculer la valeur exacte de la longueur AB.

2/ a/ Placer le point C(-2 ; -4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
b/ Quelles sont les coordonnées du point D ? (Aucune justification n'est demandée).
c/ Quelle est la nature du quadrilatère ABDC et quelles sont les coordonnées du point M, intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

Exercice 3 *(3 points)*

Sur la figure de la feuille annexe (à rendre avec la copie), sont représentés 8 hexagones réguliers. Les constructions demandées dans cet exercice doivent être effectuées directement sur cette feuille annexe.

1/ Construire le point M tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2/ Construire le point Q, symétrique de H par rapport à la droite (BE)

3/ Construire le point P, image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

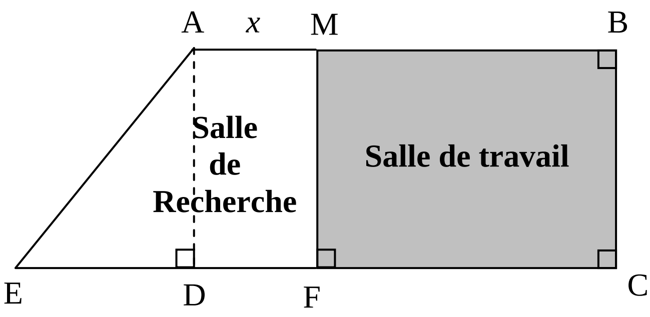
TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES *(12 points)*

Les parties 1 et 2 sont indépendantes

La figure ci-contre est une vue de la surface au sol du C.D.I. d'un collège. Ce C.D.I. doit être réaménagé en deux parties distinctes : une salle de recherche et une salle de travail.

ABCE est un trapèze rectangle tel que :
AB = 9 m, BC = 8 m et DE = 6 m.
M est un point du segment [AB].

On pose AM = x avec x désignant une distance **<u>exprimée en mètre</u>** : $0 \triangleleft x \triangleleft 9$.



Rappel : L'aire A d'un trapèze de hauteur h, de bases B et b, est donnée par $A = \frac{(B + b) \times h}{2}$

Partie 1 (7 pts)

La documentaliste souhaite que l'aire de la salle de travail soit égale à celle de la salle de recherche.

1/ <u>Dans cette question, uniquement</u>, on suppose : $x = 1$. Calculer l'aire T(1) du trapèze AMFE (salle de recherche), et l'aire R(1) du rectangle MBCF (salle de travail).

2/ a/ Exprimer, en fonction de x, l'aire T(x) du trapèze AMFE.
b/ Exprimer, en fonction de x, l'aire R(x) du rectangle MBCF.

3/ On se propose de représenter graphiquement cette situation à l'aide de deux fonctions affines f et g **<u>sur une feuille de papier millimétré qu'il faut remettre avec la copie</u>**.

F est définie par $f(x) = -8x + 72$ et g est définie par $g(x) = 8x + 24$
Sur la feuille de papier millimétrée, construire un repère orthogonal :
- l'origine sera placée en bas à gauche,
- en abscisse, on prendra 2 cm pour 1 unité (2 cm pour 1 m),
- en ordonnée, on prendra 1 cm pour 8 unités (1 cm pour 8 m^2).

Représenter les fonctions affines f et g, pour $0 \triangleleft x \triangleleft 9$.

4/ a/ En utilisant le graphique, indiquer la valeur de x pour laquelle $f(x) = g(x)$, ainsi que l'aire correspondante. Mettre en évidence ces valeurs sur le graphique (pointillés, flèches couleurs…).
b/ Retrouver les résultats précédents par le calcul.

Partie 2 (5 pts)

Dans cette partie, on pose $x = 3,5$.

1/ Donner en cm, les dimensions de la salle de travail MBCF.

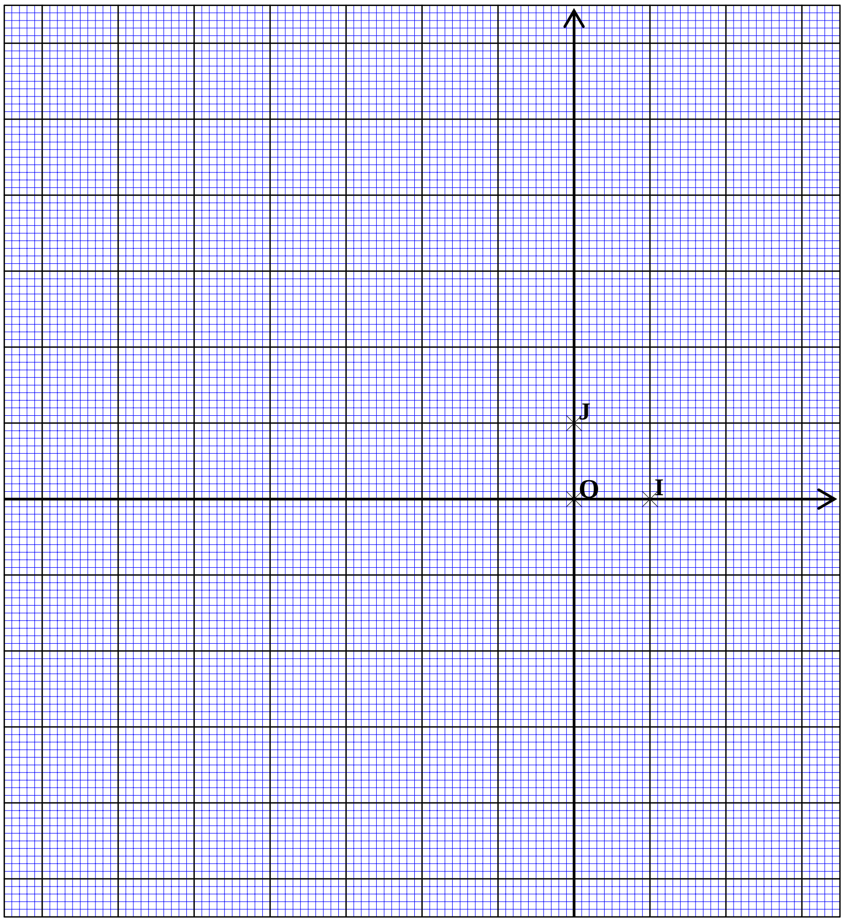
2/ On souhaite recouvrir tout le sol de la salle de travail à l'aide <u>d'un nombre entier</u> de dalles carrées identiques, de côté C, entier et le plus grand possible.
a/ Expliquer pourquoi C doit être le PGCD de 800 et 550.
b/ Calculer la valeur de C, en indiquant la méthode utilisée.
c/ Combien de dalles sont nécessaires pour recouvrir le sol de la salle de travail ?

3/ Les dalles coûtent 13,50 € le mètre carré.
Quelle somme devra-t-on payer pour acheter les dalles nécessaires ?

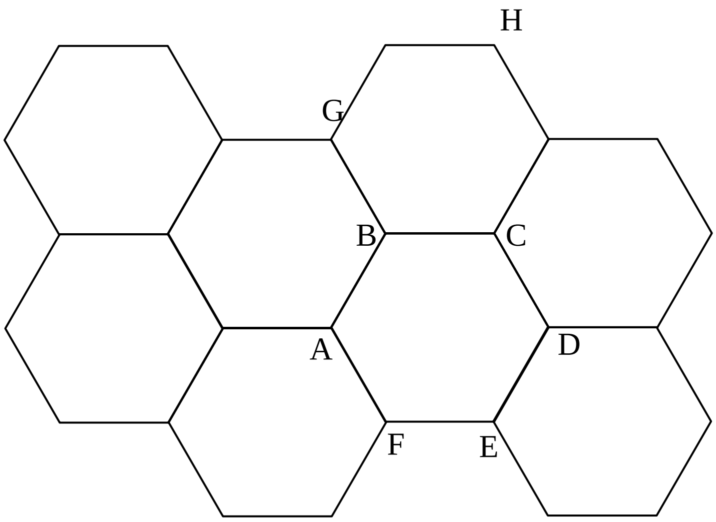
<u>Feuille annexe à remettre complétée recto verso avec la copie</u>

<u>Nom</u> : **<u>Prénom</u>** : **<u>Classe</u>** :

Partie géométrique : papier millimétré pour la figure de l'exercice 2

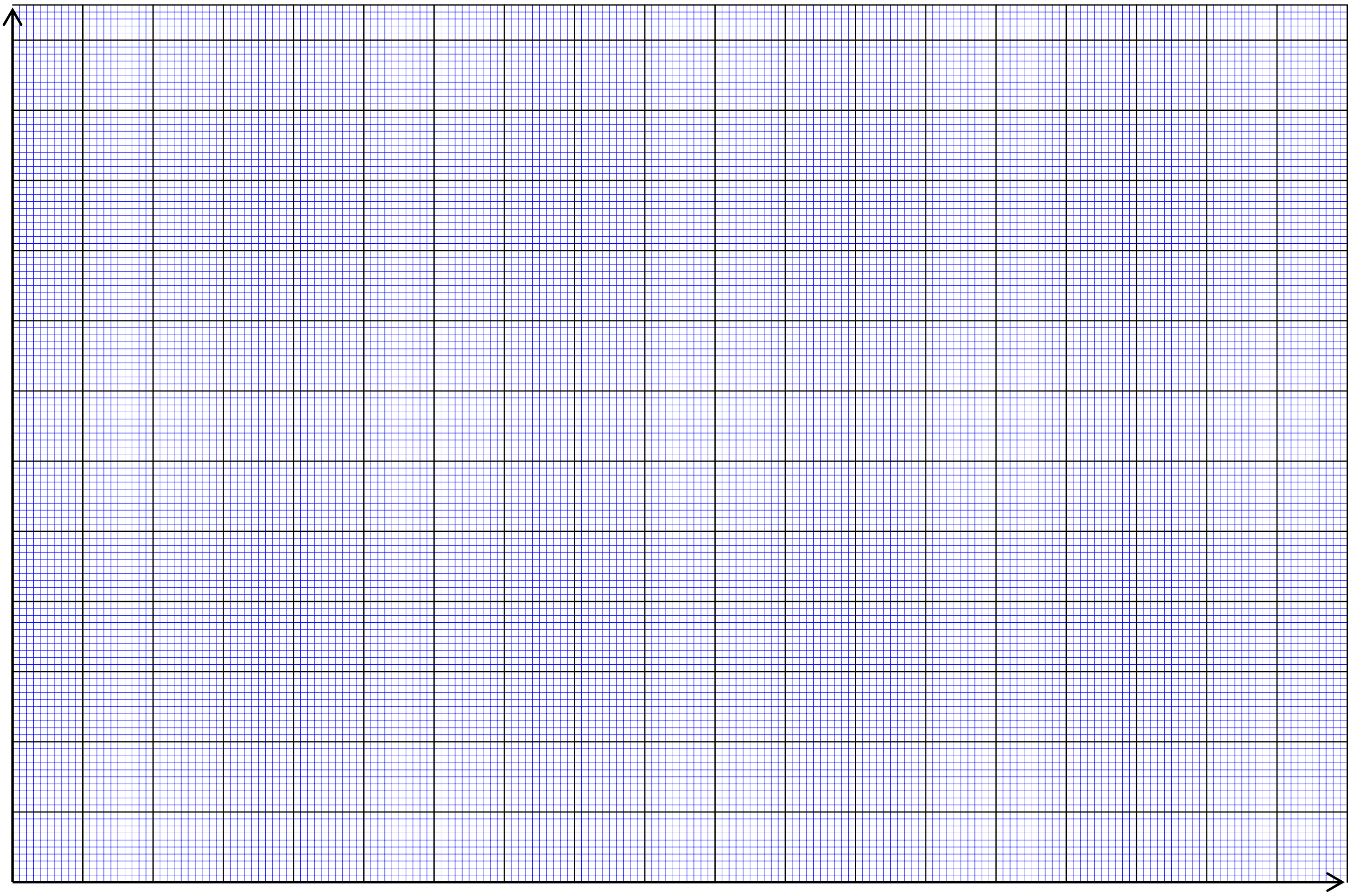


Partie géométrique : figure de l'exercice 3



Tourner la feuille pour la figure du problème

Partie problème : graphique à compléter



SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 (5 pts = 1 + 1 + 1,5 + 1,5 pts)

1/ $A = \frac{4}{5} - 2 \div \frac{6}{5}$

$A = \frac{4}{5} - 2 \times \frac{5}{6}$

$A = \frac{4}{5} - \frac{5}{3}$

$A = \frac{12 - 25}{15}$

$\boxed{A = -\frac{13}{15}}$

$B = \left(2\sqrt{2}\right)^2 - 2\sqrt{9}$

$B = 4 \times 2 - 2 \times 3$

$\boxed{B = 2}$

2/ $C = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$

$C = 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5}$

$C = 2 \times 3 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$

$\boxed{C = 5\sqrt{5}}$

3/ $D = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$

$D = \frac{150 \times 8}{6} \times \frac{10^{3+5}}{10^7}$

$D = 200 \times \frac{10^8}{10^7}$

$D = 2 \times 10^2 \times 10^1$

$\boxed{D = 2 \times 10^3}$

Exercice 2 (4 pts = 1 + 1 + 1 + 1 pts)

1/ $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

$E = 4x^2 + 20x + 25 - (2x^2 + 5x + 6x + 15)$

$E = 4x^2 + 20x + 25 - 2x^2 - 5x - 6x - 15$

$\boxed{E = 2x^2 + 9x + 10}$

2/ $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

$E = (2x + 5)(2x + 5) - (x + 3)(2x + 5)$

$E = (2x + 5)[(2x + 5) - (x + 3)]$

$E = (2x + 5)(2x + 5 - x - 3)$

$\boxed{E = (2x + 5)(x + 2)}$

3/ Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.

On a donc $2x + 5 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$x = -\frac{5}{2}$ ou $x = -2$

Les solutions de cette équation sont $-\frac{5}{2}$ et -2.

4/ $E = 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 10$

$E = 2 \times \frac{4}{9} - \frac{18}{3} + 10$

$E = \frac{8}{9} - \frac{54}{9} + \frac{90}{9}$

$\boxed{E = \frac{44}{9}}$

Exercice 3 (3 pts = 1 + 1 + 1 pts)

1/ $y = x + \frac{13}{100}x$

$y = \frac{100}{100}x + \frac{13}{100}x$

$y = \frac{113}{100}x$

$\boxed{y = 1{,}13\,x}$ ($y = ax$ avec $a = 1{,}13$)

Si $x = 9$ on obtient $y = 1{,}13 \times 9 = 10{,}17$

$\boxed{\text{Le stylo coûtera 10,17 euros}}$

2/ Si $y = 33{,}9$ alors l'expression obtenue

à la question précédente donne :

$33{,}9 = 1{,}13\,x$

$\frac{33{,}9}{1{,}13} = x$

$30 = x$

Si $y = 33{,}9$ alors $x = 30$

$\boxed{\text{Le prix actuel du pantalon est 30 euros}}$

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 (3 pts = 1 + 2 pts)

1/ Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E et les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a $\dfrac{EB}{EC} = \dfrac{EA}{ED} = \dfrac{AB}{CD}$

$\dfrac{EA}{ED} = \dfrac{AB}{CD}$ donne $\dfrac{10}{6} = \dfrac{20}{CD}$ et $CD = \dfrac{6 \times 20}{10}$

$\boxed{CD = 12}$

2/ Les droites (EF) et (AG) sont sécantes en B.

Les points A, G et B sont alignés dans le même ordre que les points E, F et B.

D'une part $\dfrac{BG}{BA} = \dfrac{16}{20}$ et d'autre part $\dfrac{BF}{BE} = \dfrac{12{,}8}{16}$

Puisque $16 \times 16 = 20 \times 12{,}8 = 256$ on a l'égalité $\dfrac{BG}{BA} = \dfrac{BF}{BE}$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2 (6 pts = 1 + 0,5 + 1 + 1 + 0,5 + 2 pts)

1/ a/ Voir la figure sur la feuille annexe.

b/ Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées (-5 ; 10)

c/ $AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (5 - (-5))^2}$

$AB = \sqrt{(-5)^2 + 10^2}$

$AB = \sqrt{125}$

$AB = 5\sqrt{5}$ (en centimètre)

2/ a/ Voir la figure ci-dessous

b/ Le point D a pour coordonnées (–7 ; 6)

c/ Puisque D est image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ on a $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ et le quadrilatère ABDC est un parallélogramme.

Les diagonales du parallélogramme ABDC se coupent en leur milieu M. Les coordonnées de M sont celles du milieu du segment [BC]

$x_M = \dfrac{-2 + (-2)}{2}$ et $y_M = \dfrac{5 + (-4)}{2}$

$x_M = -2$ et $y_M = 0{,}5$

Les coordonnées de M sont (-2 ; 0,5)

Exercice 3 (3 pts = 1 + 1 + 1 pts)

Sur la feuille annexe corrigée.

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie 1 (7 pts = 1 + 2 + 2 + 2 pts)

1/ $T(1) = \dfrac{(1+7)\times 8}{2}$

$\boxed{T(1) = 32}$

L'aire de la salle de recherche est 32 m².

$R(1) = 8 \times 8$

$\boxed{R(1) = 64}$

L'aire de la salle de travail est 64 m².

2/ a/ $T(x) = \dfrac{(x+6+x)\times 8}{2}$

$T(x) = (2x + 6) \times 4$

$\boxed{T(x) = 8x + 24}$

b/ $R(x) = (9 - x) \times 8$ donc $\boxed{R(x) = -8x + 72}$

3/ Les représentations des fonctions affines f et g sont des droites tracées sur le graphique de la feuille annexe à partir des tableaux de valeurs suivants :

Tableau pour f

x	0	2	4
$y = -8x + 72$	72	56	40
Points à placer	(0 ; 72)	(2 ; 56)	(4 ; 40)

Tableau pour g

x	0	2	4
$y = 8x + 24$	24	40	56
Points à placer	(0 ; 24)	(2 ; 40)	(4 ; 56)

4/ a/ Par lecture du graphique, les deux droites représentant f et g sont sécantes au point de coordonnées : $x = 3$ et $y = 48$; $f(x) = g(x)$ pour une longueur x de 3 m et l'aire correspondante vaut 48 m².

b/ Par le calcul, il faut résoudre l'équation suivante : $f(x) = g(x)$

$8x + 24 = -8x + 72$

$16x = 48$

$\boxed{x = 3}$ (Lorsque x est égal à 3 l'aire de la salle de recherche est égale à celle de la salle de travail)

On vérifie aussi que :
$f(3) = 8 \times 3 + 24 = 24 + 24 = 48$ et
$g(3) = -8 \times 3 + 72 = -24 + 72 = 48$
(Lorsque $x = 3$ la salle de recherche et la salle de travail ont la même aire de 48 m²)

Partie 2 (5 pts = 1 + 2 + 2 pts)

1/ Si $x = 3{,}5$ alors $MB = 9 - 3{,}5$ soit $MB = 5{,}5$ m et $\boxed{MB = 550 \text{ cm}}$

On a toujours $BC = 8$ m c'est-à-dire $\boxed{BC = 800 \text{ cm}}$

2/ a/ Puisque tout le sol de la salle de travail doit être recouvert par un nombre **entier** de dalles, il faut que la mesure C du côté de chaque dalle divise la longueur **et** la largeur de celle-ci ; ainsi C est un <u>diviseur</u> de 800 et de 550. Or C doit être le plus grand possible ; ainsi C doit être le PGCD de 800 et 550.

b/ Calculons ce PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide.

$$800 = 550 \times 1 + 250$$
$$550 = 250 \times 2 + 50$$
$$250 = 50 \times 5 + 0$$

Donc PGCD (800 ; 550) = 50 (dernier reste non nul)

c/ Nombre de dalles $= (800 \div 50) \times (550 \div 50)$
$= 16 \times 11$

$\boxed{\text{Nombre de dalles} = 176}$

3/ $50^2 \times 176 = 440\,000$; l'aire des 176 dalles est de 440 000 cm² soit 4 400 dm² soit 44 m².

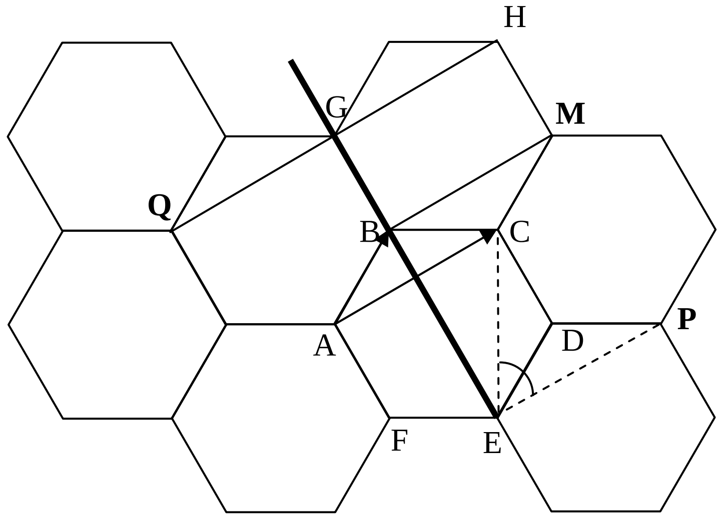
$44 \times 13{,}50 = 594$

$\boxed{\text{On devra payer la somme de 594 €.}}$

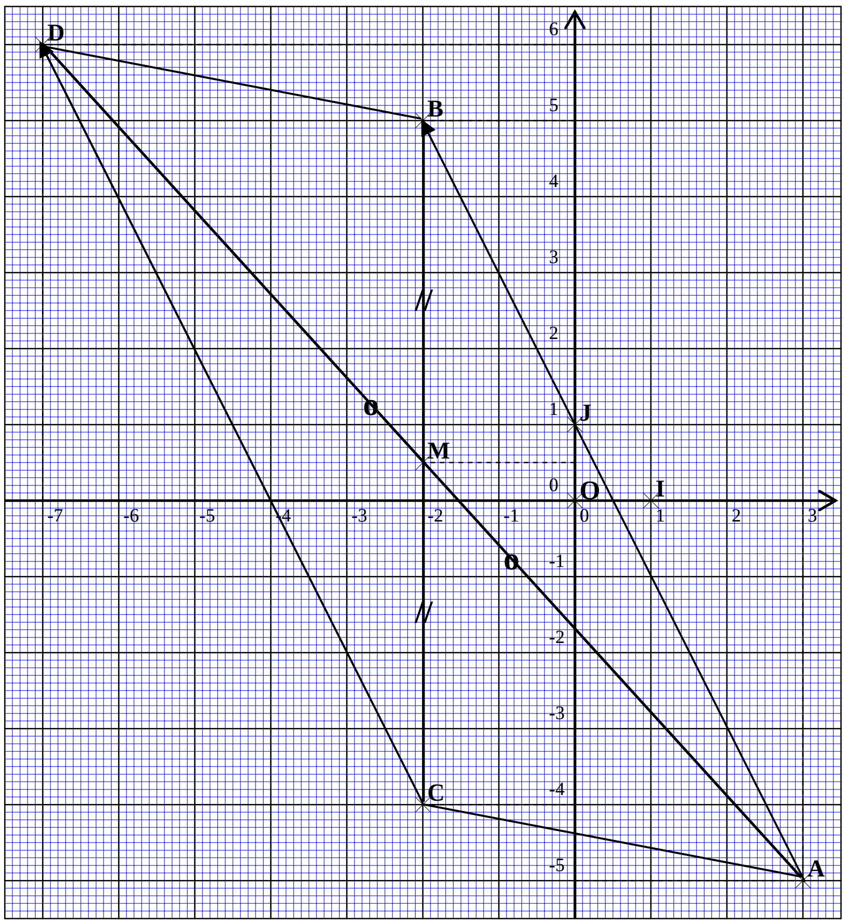
<u>Feuille annexe à remettre complétée avec la copie</u>

Partie géométrique : figure de l'exercice 3

M est tel que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
Q est le symétrique de H par rapport à la droite (BE)
P est l'image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre



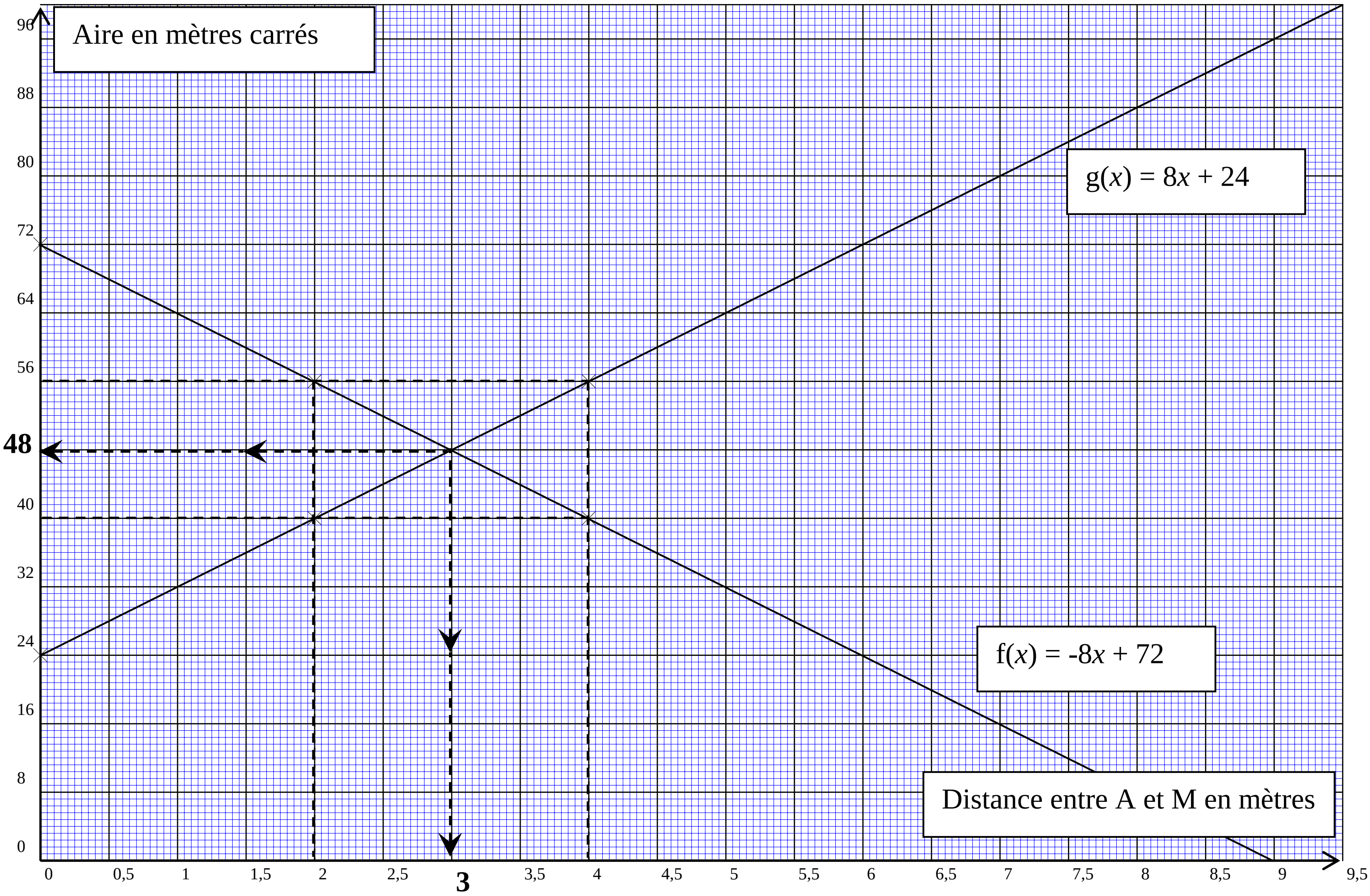
Partie géométrique : papier millimétré pour la figure de l'exercice 2



Tourner la feuille pour la figure du problème

Partie problème : graphique à compléter

Les pointillés sans flèches indiquent les points utiles aux constructions de f et g.
Les pointillés avec les flèches montrent que f(x) = g(x) pour x = 3 et f(3) = g(3) = 48



Présentation de la copie : 4 pts