NOM : **Prénom :** **Classe :**_______

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(3 points)*

1/ Ecrire sous la forme a $\sqrt{5}$ avec *a* entier relatif :

$$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45} \qquad \text{et} \qquad B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$$

2/ En utilisant les résultats de la question 1, démontrer que $A \times B$ et $\frac{A}{B}$ sont des nombres entiers.

Exercice 2 *(2 points)*

Résoudre les équations suivantes :

1/ $(x + 7) - (2 - x) = 0$

2/ $(2x + 7)(2 - 5x) = 0$

Exercice 3 *(3,5 points)*

On considère l'expression E : $E = (2x + 1)^2 - 4$

1/ Développer et réduire l'expression E.

2/ Factoriser l'expression E sous forme d'un produit de facteurs du premier degré.

3/ Calculer E lorsque x vaut $(-\frac{3}{2})$ puis lorsque x vaut 0.

Exercice 4 *(3,5 points)*

Calculer en détaillant et en donnant le résultat sous la forme demandée :

$$A = \left(-4 + 3 \times \frac{2}{7}\right) \div \left(\frac{3}{14}\right) \qquad B = \frac{4{,}9 \times 10^{-3} \times 1{,}2 \times 10^{13}}{14 \times 10^{2} \times 3 \times 10^{5}}$$

Vous donnerez des résultats : pour A sous forme d'une fraction simplifiée ; pour B, en notation scientifique.

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(6 points)*

(C) est un cercle de centre O et de rayon 5 cm ; le segment [AB] est un diamètre du cercle (C).
M est un point du cercle (C) tel que AM = 4 cm ; P est le point du segment [AB] tel que AP = 7 cm et R est le point de la demi droite [AM) tel que AR = 5,6 cm.

1/ Construire une figure précise.

2/ a/ Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifier.

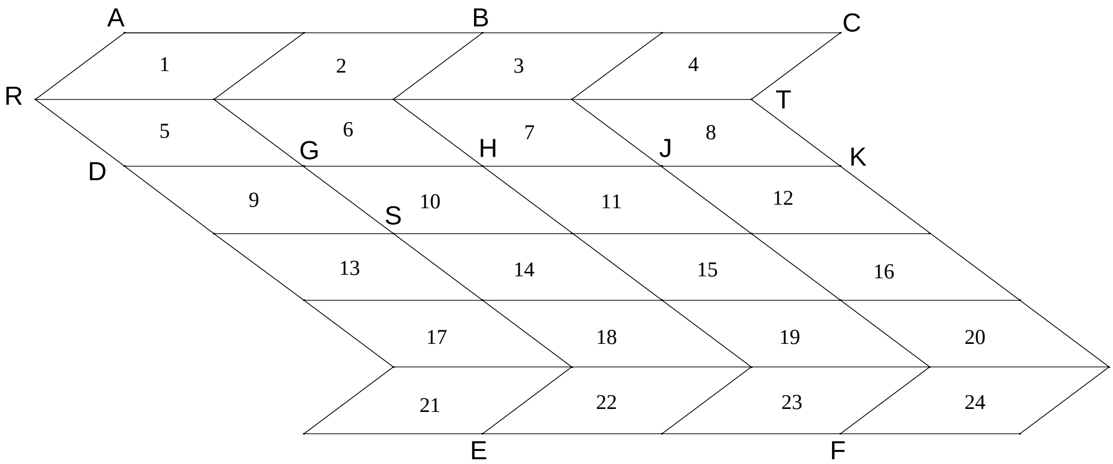
b/ Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{MAB}$.

En déduire la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{MBA}$.

3/ Les droites (OM) et (PR) sont-elles parallèles ? Justifier la réponse.

Exercice 2 *(6 points)*

On a représenté ci-dessous des parallélogrammes tous superposables numérotés de 1 à 24.



*Quelle est la réponse correcte (**a**, **b**, **c** ou **d**) pour chacune des six **questions** ci-dessous ? On ne demande pas de justifier.*
Barème particulier pour cet exercice : réponse juste : 1 point ; réponse fausse : - 0,5 point ; aucune réponse : 0 point.
La note attribuée à cet exercice sera égale au total des points ainsi obtenus s'il est positif et à zéro sinon.

Sur la copie, il suffira de reproduire et compléter le tableau suivant :

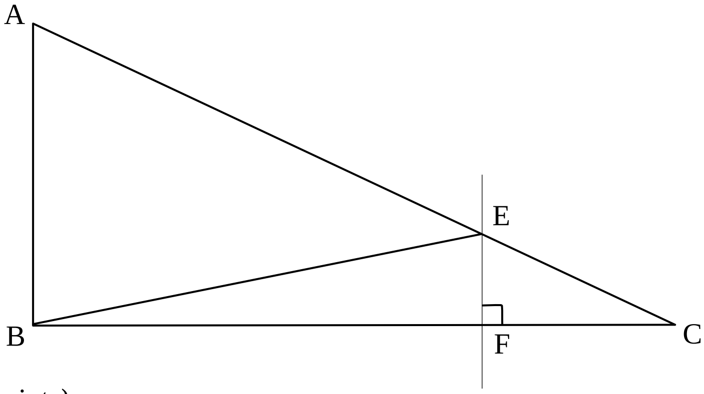
Question	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse choisie						

N°	***Question***	***a***	***b***	***c***	***d***
1	$\overrightarrow{AB}$ est égal à …	$\overrightarrow{CB}$	$\overrightarrow{DG}$	$\overrightarrow{EF}$	$\overrightarrow{DB}$
2	L'image du parallélogramme n°1 par la symétrie de centre S est …	n°21	n°3	n°24	n°22
3	L'image du parallélogramme n°10 par la translation de vecteur $\overrightarrow{GS}$ est …	n°15	n°14	n°18	n°6
4	Le parallélogramme n°2 a pour image le n°6 par …	la translation de vecteur $\overrightarrow{AD}$	la symétrie d'axe (RT)	la translation de vecteur $\overrightarrow{DG}$	la translation de vecteur $\overrightarrow{RD}$
5	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BH}$ est égal à …	$\overrightarrow{AH}$	$\overrightarrow{AD}$	$\overrightarrow{BD}$	$\overrightarrow{HA}$
6	$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AG}$ est égal à …	$\overrightarrow{AH}$	$\overrightarrow{AG}$	$\overrightarrow{AJ}$	$\overrightarrow{AK}$

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES *(12 points)*

La figure ci-dessous est donnée à titre indicatif pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur. On ***<u>demande de la compléter</u>*** *pour la partie A seulement.*

ABC est un triangle tel que AC = 20 cm, BC = 16 cm et AB = 12 cm.
F est un point du segment [BC].
La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [AC] en E.
On a représenté sur la figure le segment [BE].



Partie A *(5 points)*

1/ Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.

2/ a/ Construire, sur la figure ci-dessus, le point G image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BE}$.

b/ Compléter, sur cette feuille, l'égalité suivante : $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC} = \ldots\ldots$

3/ Montrer que les droites (AB) et (EF) sont parallèles.

Partie B *(5 points)*

On se place dans le cas où CF = 4 cm. *(On ne demande pas de refaire une nouvelle figure).*

1/ Démontrer que EF = 3 cm, puis calculer CE.

2/ Calculer l'aire A(EBC) du triangle EBC.

3/ Calculer le périmètre P(CFE) du triangle CFE.

Partie C *(2 points)*

On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment [BC], distinct de B et de C.
Dans cette partie, on remplace CF = 4 cm par CF = x cm (x étant un nombre tel que $0 < x < 16$).
On admettra que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.

1/ Montrer que l'aire A(EBC) du triangle EBC, exprimée en cm², est égale à $6x$.

2/ Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC est-elle égale à 33 cm² ?

SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(3 points)*

1/ (1 pt)

$A = 3\sqrt{20} + \sqrt{45}$

$A = 3\sqrt{4 \times 5} + \sqrt{9 \times 5}$

$A = 3 \times \sqrt{4} \times \sqrt{5} + \sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$A = 3 \times 2 \times \sqrt{5} + 3 \times \sqrt{5}$

$A = (6 + 3) \times \sqrt{5}$

$A = 9\sqrt{5}$

(1 pt)

$B = \sqrt{180} - 3\sqrt{5}$

$B = \sqrt{36 \times 5} - 3\sqrt{5}$

$B = \sqrt{36} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$B = 6 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5}$

$B = (6 - 3) \times \sqrt{5}$

$B = 3\sqrt{5}$

2/ (0,5 + 0,5 pt)

$A \times B = 9\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}$

$A \times B = 9 \times 3 \times \sqrt{5} \times \sqrt{5}$

$A \times B = 27 \times 5$

$A \times B = 135$

$\dfrac{A}{B} = \dfrac{9\sqrt{5}}{3\sqrt{5}} = \dfrac{9}{3} = 3$

Exercice 2 *(2 points)*

1/ $(x + 7) - (2 - x) = 0$

$x + 7 - 2 + x = 0$

$2x + 5 = 0$

$2x = -5$

$x = (-\dfrac{5}{2})$

Cette équation admet une solution $\left(-\dfrac{5}{2}\right)$

(1 pt)

2/ $(2x + 7)(2 - 5x) = 0$

Un produit de facteur est nul si et seulement si l'un, au moins, de ses facteurs est nul.

$2x + 7 = 0$ ou $2 - 5x = 0$

$2x = -7$ ou $2 = 5x$

$x = -\dfrac{7}{2}$ ou $\dfrac{2}{5} = x$

Cette équation admet deux solutions $(-\dfrac{7}{2})$ et $(\dfrac{2}{5})$.

(1 pt)

Exercice 3 *(3,5 points)*

1/ $E = (2x + 1)^2 - 4$

$E = (4x^2 + 4x + 1) - 4$

$E = 4x^2 + 4x + 1 - 4$

$E = 4x^2 + 4x - 3$ (1 pt)

2/ $(2x + 1)^2 - 2^2$

$E = [(2x + 1) + 2][(2x + 1) - 2]$

$E = (2x + 1 + 2)(2x + 1 - 2)$

$E = (2x + 3)(2x - 1)$ (1 pt)

3/ D'après la réponse 2/ si $x = -\dfrac{3}{2}$ on obtient :

$E = [2 \times \left(-\dfrac{3}{2}\right) + 3] \times [(2 \times \left(-\dfrac{3}{2}\right) - 1] = (-3 + 3) \times (-3 - 1)$

$E = 0 \times (-4)$

$E = 0$ (1 pt)

D'après la réponse 1/ si $x = 0$ on obtient :

$E = 4 \times 0^2 + 4 \times 0 - 3 = 0 + 0 - 3$

$E = -3$ (0,5 pt)

Exercice 4 *(3,5 points)*

$A = \left(-4 + 3 \times \dfrac{2}{7}\right) \div \left(\dfrac{3}{14}\right)$

$A = (-\dfrac{28}{7} + \dfrac{6}{7}) \times \dfrac{14}{3}$

$A = -\dfrac{22}{7} \times \dfrac{14}{3}$

$A = -\dfrac{22 \times 2 \times 7}{7 \times 3}$

$\boxed{A = -\dfrac{44}{3}}$ (2 pts)

$B = \dfrac{4{,}9 \times 10^{-3} \times 1{,}2 \times 10^{13}}{14 \times 10^{2} \times 3 \times 10^{5}}$

$B = \dfrac{4{,}9 \times 1{,}2 \times 10^{-3+13}}{14 \times 3 \times 10^{2+5}}$

$B = \dfrac{5{,}88}{42} \times \dfrac{10^{10}}{10^{7}}$

$B = 0{,}14 \times 10^{10-7}$

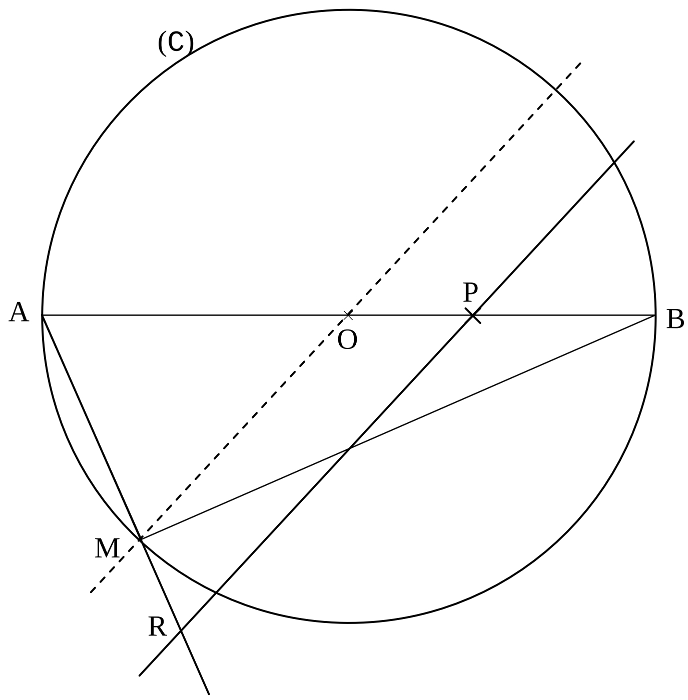
$B = 0{,}14 \times 10^{3}$

$\boxed{B = 1{,}4 \times 10^{2}}$ (1,5 pt)

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(6 points)*

1/ La figure est réalisée ci-contre en vraie grandeur avec P situé sur le segment [AB] à 7 cm de A et R situé sur la demi droite [AM) à 5,6 cm de A. (0,5 pt)



2/ a/ Puisque le triangle AMB est inscrit dans le cercle (C) de diamètre [AB], il est rectangle en M. (1 pt)

2/ b/ Puisque le triangle AMB est rectangle en M, on peut utiliser la relation $\cos \widehat{MAB} = \frac{AM}{AB} = \frac{4}{10}$ et à la calculatrice $\cos^{-1}\left(\frac{4}{10}\right) = 66{,}42\ \ldots$

La mesure de $\widehat{MAB}$ arrondie au degré est 66°. (1,5 pts)

Puisque $\widehat{MBA}$ est l'angle complémentaire de $\widehat{MAB}$ dans le triangle rectangle ABC, on a

$\widehat{MBA} = 90° - 66° = 24°$

La mesure de $\widehat{MBA}$ arrondie au degré est 24°. (1 pt)

3/ D'une part : $\frac{AM}{AR} = \frac{4}{5{,}6}$ et d'autre part : $\frac{AO}{AP} = \frac{5}{7}$; puisque $4 \times 7 = 5{,}6 \times 5 = 28$, on a $\frac{4}{5{,}6} = \frac{5}{7}$ c'est-à-dire $\frac{AM}{AR} = \frac{AO}{AP}$; ainsi $\frac{AM}{AR} = \frac{AO}{AP}$ avec les points A, M et R alignés dans <u>le même ordre</u> que les points A, O et P alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (OM) et (PR) sont parallèles. (2 pts)

Exercice 2 *(6 points)*

Déterminer quelle est <u>la</u> réponse correcte (a, b, c ou d) pour chacune des six questions. <u>Ici, on ne demande pas de justifier.</u>

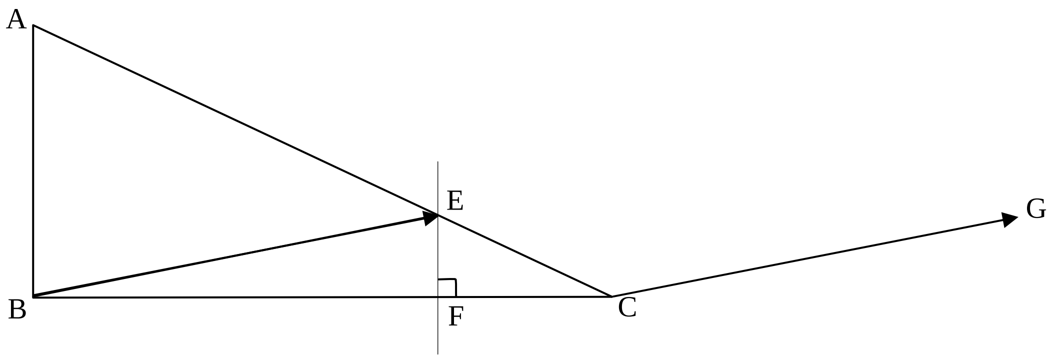
Barème particulier pour cet exercice : réponse juste : 1 point ; réponse fausse : - 0,5 point ; aucune réponse : 0 point.

La note attribuée à cet exercice sera égale au total des points ainsi obtenus s'il est positif et à zéro sinon.

<u>Sur la copie, reproduire et compléter le tableau suivant :</u>

Question	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
Réponse choisie	**c**	**d**	**b**	**b**	**a**	**c**

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*



Partie A (2 + 1 + 1 + 1 pts)

1/ $20^2 = 400$; $16^2 = 256$; $12^2 = 144$

$400 = 256 + 144$ donc $AC^2 = BC^2 + AB^2$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B.

2/ a/ G est construit **ci-dessus** tel que $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{CG}$

b/ $\overrightarrow{BE} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BG}$

3/ Puisque le triangle ABC est rectangle en B, les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.
Puisque la perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E, les droites (EF) et (BC) sont perpendiculaires.
Deux droites perpendiculaires à la même droite sont parallèles donc (EF) // (AB).

Partie B (2,5 + 1,5 + 1 pts)

1/ Les droites (AE) et (BF) sont sécantes en C avec (AB) // (EF) ; d'après le théorème de Thalès, $\frac{CF}{BC} = \frac{CE}{AC} = \frac{EF}{AB}$ c'est-à-dire :

$\frac{4}{16} = \frac{EF}{12}$ et $EF = \frac{4 \times 12}{16} = 3$

Ainsi EF = 3 cm.

$\frac{4}{16} = \frac{CE}{20}$ et $CE = \frac{20 \times 4}{16} = 5$

Ainsi CE = 5 cm.

2/ $\mathcal{A}(EBC) = \frac{BC \times EF}{2} = \frac{16 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}}{2}$

$\mathcal{A}(EBC) = 24 \text{ cm}^2$

3/ $\mathcal{P}(CFE) = CF + FE + CE$

$\mathcal{P}(CFE) = 4 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$

$\mathcal{P}(CFE) = 12$ cm.

Partie C (1 + 1 pts)

1/ D'après la **Partie B**, en remplaçant la valeur 3 de EF par $\frac{3}{4}x$, on obtient $\mathcal{A}(EBC) = \frac{\frac{3}{4}x \times 16}{2} = \frac{3}{4}x \times 8 = 6x$.

L'aire du triangle EBC, exprimée en cm^2, est égale à $6x$.

2/ D'après la question 1/ de cette partie, l'aire du triangle EBC vaut $6x$; elle doit être égale à 33 cm^2 :

$6x = 33$, c'est-à-dire

$x = \frac{33}{6} = 5{,}5$

L'aire du triangle EBC est égale à 33 cm^2 lorsque la valeur de x est 5,5.

Autre solution pour la question 1/ de la **Partie B** en utilisant la <u>trigonométrie</u> :

Puisque F est un point du segment [BC] et la perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe [CA] en E, le triangle EFC est rectangle en F et l'angle $\widehat{ECF}$ vaut l'angle $\widehat{ACB}$.

Puisque les deux triangles EFC et ABC sont rectangles, $\tan \widehat{ECF} = \frac{EF}{CF} = \frac{EF}{4}$ et $\tan \widehat{ACB} = \frac{AB}{BC} = \frac{12}{16}$.

Ainsi $\frac{EF}{4} = \frac{12}{16}$ et $EF = \frac{4 \times 12}{16} = 3$ et la valeur de EF = 3 cm ; même idée pour CE avec $\cos \widehat{ECF} = \frac{CF}{CE} = \frac{4}{CE}$ et $\cos \widehat{ECF} = \frac{CB}{CA} = \frac{16}{20}$; alors $CE = \frac{4 \times 20}{16} = 5$ et la valeur de CE = 5 cm.