Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1 :

Ecrire A sous la forme fractionnaire la plus simple possible :

$A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$

Ecrire B sous la forme a $\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers positifs et b le plus petit possible :

$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$

Calculer l'expression suivante C et donner son écriture scientifique :

$C = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$

Exercice 2 :

a/ Résoudre l'inéquation suivante $3x + 6 \triangleright 7x - 2$

b/ Représenter les solutions sur une droite graduée en hachurant la partie de la droite qui ne représente pas les solutions.

Exercice 3 :

On donne l'expression suivante : $D = (3x - 5)(x - 1) - (3x - 5)^2$

1/ Montrer que D peut s'écrire sous la forme développée et réduite : $D = -6x^2 + 22x - 20$
2/ Calculer la valeur de D pour $x = -1$
3/ Factoriser D

4/ Résoudre l'équation : $(3x - 5)(-2x + 4) = 0$

Exercice 4 :

Un commerçant réalise un bénéfice de 35 % sur ses achats.

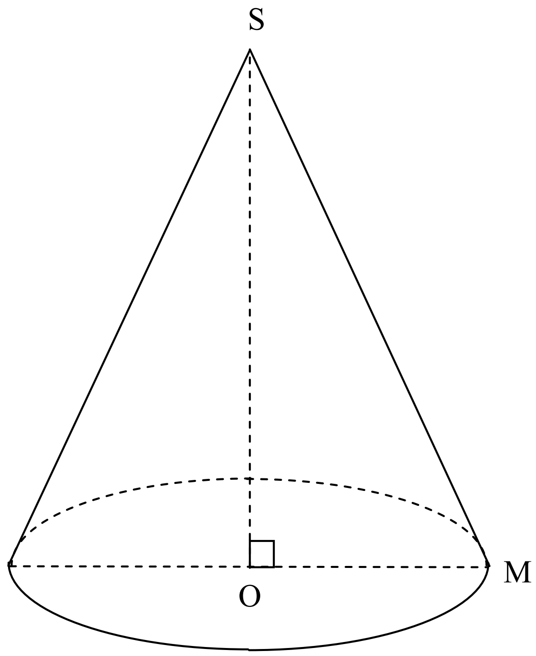
a/ Quel est le prix de vente d'un article qu'il a acheté 28 euros ?
b/ Quel est le prix d'achat d'un article vendu 40,50 euros ?

DEUXIÈME PARTIE

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1 :

L'unité est le centimètre. La figure ci-contre n'est pas à l'échelle.
On ne demande pas de refaire cette figure.



On considère un cône de sommet S, de rayon de base OM = 3 cm et de hauteur SO = 8 cm.
1/ Calculer la longueur SM (on donnera la valeur exacte).

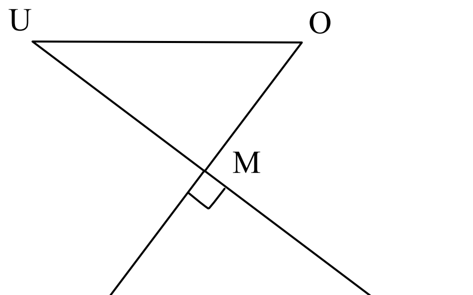
2/ Calculer le volume V du cône :
On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.

3/ On considère un point O' du segment [SO] tel que SO' = 4 cm.
On coupe le cône par un plan parallèle à sa base passant par O'.

On obtient ainsi un petit cône.
a/ Quel est le coefficient *k* de réduction ?
b/ En déduire le volume V' du petit cône. On donnera la valeur exacte, puis la valeur arrondie au cm^3 près.

Exercice 2 :

La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points.
Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.



Les segments [OA] et [UI] se coupent en M.
Le triangle AMI est rectangle en M.
On a : MO = 21 mm ; MA = 27 mm ;
MU = 28 mm ; MI = 36 mm.

1/ Démontrer que les droites (OU) et (AI) sont parallèles.

2/ Calculer l'angle $\widehat{MAI}$ (on donnera l'arrondi au degré près).

3/ Déduire, sans effectuer de calcul mais en justifiant, la valeur de l'angle $\widehat{MOU}$.

TROISIÈME PARTIE

QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O , I , J).

L'unité de longueur est le centimètre.

1/ Placer les points M (-3 ; -1) ; N (3 ; 1) et P (1 ; 7).

2/ a/ Montrer que MN = $\sqrt{40}$ et NP = 2 $\sqrt{10}$.

3/ On donne PM = 4 $\sqrt{5}$; démontrer que le triangle MNP est isocèle et rectangle en N.

4/ Calculer les coordonnées du milieu du segment [MN]. Quel est ce point ?

5/ La parallèle à la droite (NP) passant par O coupe la droite (MP) en K.

a/ Que représente le point K pour le segment [MP] ? Justifier la réponse.

b/ En déduire les coordonnées de K.

6/ a/ Construire le point Q image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$.

b/ Calculer les coordonnées du point Q.

7/ a/ Démontrer que le quadrilatère MNPQ est un carré

b/ Calculer l'aire A(MNPQ) du carré MNPQ.

SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1 : (4 pts)

$A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{24}{5}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 5 \times 24}{7 \times 5}$

$A = \frac{3}{7} - \frac{72}{7}$

$A = -\frac{69}{7}$ (1 pt)

$B = \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3}$

$B = \sqrt{100 \times 3} - 4\sqrt{9 \times 3} + 6\sqrt{3}$

$B = \sqrt{100} \times \sqrt{3} - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 6 \times \sqrt{3}$

$B = 10 \times \sqrt{3} - 4 \times 3 \times \sqrt{3} + 6 \times \sqrt{3}$

$B = (10 - 12 + 6) \times \sqrt{3}$

$B = 4\sqrt{3}$ (1,5 pt)

$C = \frac{150 \times 10^{3} \times 8 \times 10^{5}}{6 \times 10^{7}}$

$C = \frac{150 \times 8}{6} \times \frac{10^{3+5}}{10^{7}}$

$C = 200 \times \frac{10^{8}}{10^{7}}$

$C = 2 \times 10^{2} \times 10^{1}$

$C = 2\ 000$

$C = 2 \times 10^{3}$ (écriture scientifique)

(1,5 pt)

Exercice 2 : (2 pts)

a/ $3x + 6 \triangleright 7x - 2$

$3x - 7x \triangleright -2 - 6$

$-4x \triangleright -8$ soit $x \triangleleft 2$

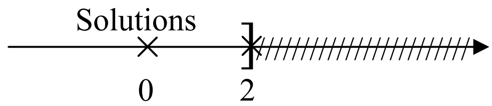
ou : $3x + 6 \triangleright 7x - 2$

$6 + 2 \triangleright 7x - 3x$

$8 \triangleright 4x$ soit $2 \triangleright x$

Les solutions de cette inéquation sont toutes les valeurs inférieures ou égales à 2. (1 pt)

b/ Représentation graphique des solutions en hachurant les valeurs qui ne conviennent pas. (1 pt)



Exercice 3 : (3,5 pts)

1/ $D = (3x - 5)(x - 1) - (3x - 5)^2$

$D = (3x^2 - 3x - 5x + 5) - (9x^2 - 30x + 25)$

$D = 3x^2 - 3x - 5x + 5 - 9x^2 + 30x - 25$

$D = -6x^2 + 22x - 20$ (1 pt)

2/ $D = -6 \times (-1)^2 + 22 \times (-1) - 20$

$D = -6 \times 1 - 22 - 20$

$D = -6 - 22 - 20$

$D = -48$ (0,5 pt)

3/ $D = (3x - 5)(x - 1) - (3x - 5)^2$

$D = (3x - 5)[(x - 1) - (3x - 5)]$

$D = (3x - 5)(x - 1 - 3x + 5)$

$D = (3x - 5)(-2x + 4)$ (1 pt)

4/ Un produit est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$3x - 5 = 0$ ou $-2x + 4 = 0$

$3x = 5$ ou $-2x = -4$

$x = \frac{5}{3}$ ou $x = \frac{-4}{-2} = 2$

Cette équation admet deux solutions $\frac{5}{3}$ et 2 (1 pt)

Exercice 4 : (2,5 pts)

a/ Pour réaliser un bénéficie de 35 %, le commerçant doit vendre son article 135 % du prix acheté :

$28 \times \frac{135}{100} = 28 \times 1,35 = 37,8$

Le prix de vente (avec bénéfice de 35 %) d'un article acheté 28 euros doit être 37,8 euros.

b/ De la même façon, en appelant x le prix d'achat de l'article vendu 40,50 euros on a :

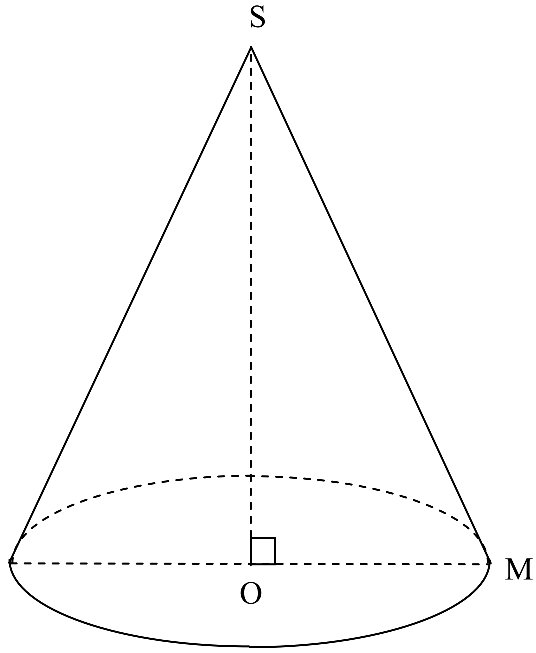
$x \times \frac{135}{100} = x \times 1,35 = 40,50$

$x = 40,50 \div 1,35 = 30$

Le prix d'achat d'un article vendu (avec bénéfice de 35 %) 40,50 euros est de 30 euros.

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 POINTS)

Exercice 1 : (7 pts)



On considère un cône de sommet S, de rayon de base OM = 3 cm et de hauteur SO = 8 cm.
1/ Puisque le triangle SOM est rectangle en O, on peut appliquer le théorème de Pythagore :
$SM^2 = SO^2 + OM^2 = 64 + 9 = 73$
$SM = \sqrt{73}$ cm (valeur exacte) (2 pts)

2/ $V = \dfrac{\pi \times 3^2 \times 8}{3} = 3 \times 8 \times \pi = 24\,\pi$
$V = 24\,\pi\ \text{cm}^3$ (valeur exacte)
$V \approx 75{,}39\ldots\ \text{cm}^3 \approx 75\ \text{cm}^3$ (valeur arrondie au cm^3) (2 pts)

3/ a/ $k = \dfrac{SO'}{SO} = \dfrac{4}{8} = \dfrac{1}{2}$
Le coefficient de réduction k est égal à $\dfrac{1}{2} = 0{,}5$ (1 pt)
b/ $V' = 0{,}5^3 \times V = 0{,}125 \times 24\,\pi\ \text{cm}^3$
$V' = 3\,\pi\ \text{cm}^3$ (valeur exacte)
$V' \approx 9{,}42\ldots\text{cm}^3 \approx 9\ \text{cm}^3$ (valeur arrondie au cm^3) (2 pts)

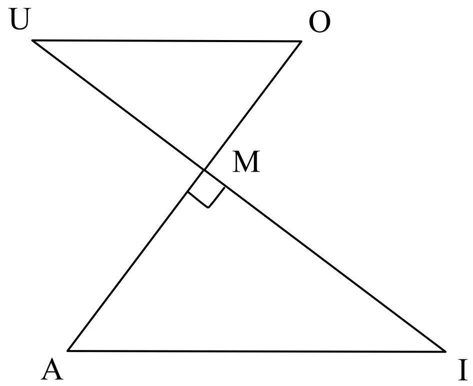
Exercice 2 : (5 pts)

Les droites (AO) et (UI) sont sécantes en M.
Le triangle AMI est rectangle en M.
MO = 21 mm ; MA = 27 mm ; MU = 28 mm ; MI = 36 mm

1°/ D'une part $\dfrac{MO}{MA} = \dfrac{21}{27}$ et d'autre part $\dfrac{MU}{MI} = \dfrac{28}{36}$
$21 \times 36 = 756$ et $27 \times 28 = 756$ donc $\dfrac{MO}{MA} = \dfrac{MU}{MI}$
De plus, les points U, M et I sont alignés dans le même ordre que les points O, M et A.
D'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (OU) et (AI) sont donc parallèles. (2 pts)

2°/ Le triangle AMI est rectangle en M alors on a :
$\tan \widehat{MAI} = \dfrac{MI}{MA} = \dfrac{36}{27}$
avec la machine, on tape $\tan^{-1}\left(\dfrac{36}{27}\right) = 53{,}130\ 102\ 35\ldots$

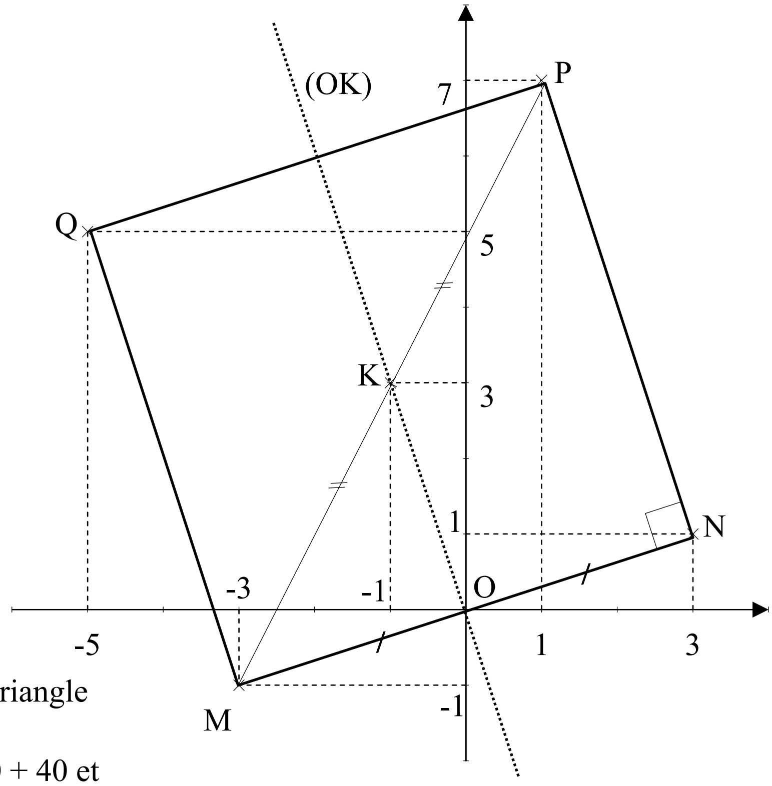
donc $\widehat{MAI} \approx 53°$ arrondi à 1° près. (2 pts)



3°/ Les angles $\widehat{MAI}$ et $\widehat{MOU}$ sont alternes internes et déterminés par la sécante (AO) et deux droites parallèles (OU) et (AI) : ils ont la même mesure.

$\widehat{MOU} = 53°$ arrondi à 1° près. (1 pt)

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 POINTS)



1°/ Les points M, N et P sont construits. (0,5 pt)

2°/ $x_N - x_M = 3 - (-3) = 6$; et $y_N - y_M = 1 - (-1) = 2$

$\overrightarrow{MN}$ a pour coordonnées (6 ; 2).

MN = $\sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{40}$ (cm) (0,5 pt)

$x_P - x_N = 1 - 3 = -2$; et $y_P - y_N = 7 - 1 = 6$

$\overrightarrow{NP}$ a pour coordonnées (-2 ; 6)

NP = $\sqrt{(-2)^2 + 6^2} = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10}$

NP = $2\sqrt{10}$ (cm) (1 pt)

3°/ D'après 2/ on a MN = NP = $\sqrt{40}$ (cm) donc le triangle MNP est isocèle en N.

D'après 2/ on a $MN^2 + NP^2 = (\sqrt{40})^2 + (\sqrt{40})^2 = 40 + 40$ et d'après l'énoncé $PM^2 = (4\sqrt{5})^2 = 16 \times 5 = 80$ donc $MN^2 + NP^2 = PM^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle MNP est rectangle en N.

Ainsi le triangle MNP est isocèle rectangle en N. (0,5 + 1 pts)

4°/ Les coordonnées du milieu du segment [MN] sont :

$\dfrac{x_M + x_N}{2} = \dfrac{-3 + 3}{2} = 0$ et $\dfrac{y_M + y_N}{2} = \dfrac{-1 + 1}{2} = 0$

Ces coordonnées sont (0 ; 0). (1 pt)

Ce sont les coordonnées du point O origine du repère. (0,5 pt)

5°/ Dans le triangle MNP, la droite (OK) passe par le milieu du côté [MN] et elle est parallèle au côté [NP] : alors elle coupe le côté [MP] en son milieu ; le point K est le milieu du segment [MP] :

$\dfrac{x_M + x_P}{2} = \dfrac{-3 + 1}{2} = -1$ et $\dfrac{y_M + y_P}{2} = \dfrac{-1 + 7}{2} = 3$ (lecture possible)

Les coordonnées du point K sont (-1 ; 3) (1 + 1 pts)

6°/ a/ Le point Q est l'image du point P par la translation de vecteur $\vec{NM}$ donc il est construit tel que $\vec{NM} = \vec{PQ}$ (1 pt)

b/ Puisque $\vec{NM} = \vec{PQ}$ les cordonnées de ces vecteurs sont égales :

$x_M - x_N = x_Q - x_P$	$y_M - y_N = y_Q - y_P$
$-3 - 3 = x_Q - 1$	$-1 - 1 = y_Q - 7$
$-6 + 1 = x_Q$ d'où $x_Q = -5$	$-2 + 7 = y_Q$ d'où $y_Q = 5$

Ainsi les coordonnées du point Q sont (-5 ; 5) (2 pts)

7°/ a/ Puisque $\vec{NM} = \vec{PQ}$, le quadrilatère MNPQ est un parallélogramme.

D'après la question 3/ MN = NP donc MNPQ est un parallélogramme ayant deux côtés consécutifs de même mesure : c'est un losange.

D'après 3/ le triangle MNP est rectangle en N donc MNPQ est un losange ayant un angle droit : c'est un carré. (1,5 pt)

b/ MNPQ est un carré donc

A(MNPQ) = MN × MN = MN^2

D'après la question 2/ $MN^2 = 40$ donc

A(MNPQ) = 40 (cm^2) (0,5 pt) et …

ne pas oublier la présentation de 0 à 4 pts !