

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

1/ Calculer A et B en écrivant les détails des calculs :

$$A = \frac{4}{5} - 2 \div \frac{6}{5} \quad \text{et} \quad B = (2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{9}$$

2/ Écrire C sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des entiers naturels, b étant le plus petit possible :

$$C = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$$

3/ Calculer l'expression suivante D et donner son écriture scientifique :

$$D = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$$

Exercice 2

On considère l'expression $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$

1/ Développer et réduire E

2/ Factoriser E

3/ Résoudre l'équation $(2x + 5)(x + 2) = 0$

4/ Calculer l'expression E pour $x = -\frac{2}{3}$ (on donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible).

Exercice 3

Un objet coûtant x euros va augmenter de 13% : il coûtera y euros.

1/ Exprimer y sous la forme $y = ax$; en déduire combien coûtera un stylo de 9 euros.

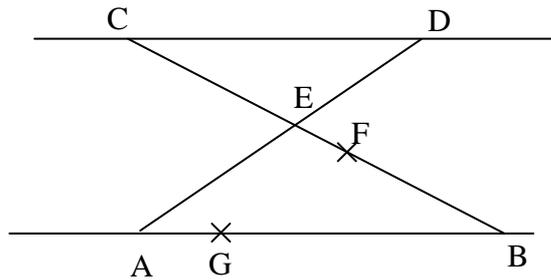
2/ Calculer le prix actuel d'un pantalon qui sera vendu 33,9 euros.

COLLÈGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : 2H	Coefficient : 2	BREVET BLANC
Épreuve : mathématiques		Date : mardi 15 mai 2007
Ce sujet comporte : 3 pages		Série collège : 1/3

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

Dans la figure ci-dessous, les droites (AB) et (CD) sont parallèles. Les droites (AD) et (BC) se coupent en E. On donne $DE = 6$, $AE = 10$, $AB = 20$ et $BE = 16$.



La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.

- 1/ Calculer la distance CD.
- 2/ Les points F et G appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB]. Ils vérifient : $BF = 12,8$ et $BG = 16$. Montrer que les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2

Réaliser la figure sur la feuille annexe (ex 2 activités géométriques) à rendre avec la copie.

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

- 1/ a/ Placer les points : A(3 ; -5) et B(-2 ; 5).
b/ Donner les coordonnées du vecteur \vec{AB} . (Aucune justification n'est demandée.)
c/ Calculer la valeur exacte de la longueur AB.
- 2/ a/ Placer le point C(-2 ; -4) et le point D, image du point C par la translation de vecteur \vec{AB} .
b/ Quelles sont les coordonnées du point D ? (Aucune justification n'est demandée.)
c/ Quelle est la nature du quadrilatère ABDC et quelles sont les coordonnées du point M, intersection des droites (AD) et (BC) ? (Justifier ces deux réponses).

Exercice 3

Sur la figure de la feuille annexe (à rendre avec la copie), sont représentés 8 hexagones réguliers. Les constructions demandées dans cet exercice doivent être effectuées directement sur cette feuille annexe.

- 1/ Construire le point M tel que $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$
- 2/ Construire le point Q, symétrique de H par rapport à la droite (BE)
- 3/ Construire le point P, image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES (12 points)

Un agriculteur propose de livrer aux habitants des communes environnantes son jus de fruits biologique (84 % de fruits et 16 % de légumes) aux tarifs suivants :

Tarif 1 : 7,5 euros le litre, transport compris.

Tarif 2 : 6 euros le litre, mais avec un forfait de transport de 18 euros.

Tarif 3 : 5 euros le litre, avec un forfait de transport de 33 euros.

1/ **Découper** et **coller sur votre feuille double**, le tableau suivant **bien complété** :

Nombre de litres	1	5			
Prix au <i>tarif 1</i> (en €)	7,5		75		
Prix au <i>tarif 2</i> (en €)				90	
Prix au <i>tarif 3</i> (en €)					113

2/ Exprimer le prix payé par le consommateur en fonction du nombre x de litres achetés.

Pour le *tarif 1*, le prix payé pour x litres sera noté $P_1(x)$.

Pour le *tarif 2*, le prix payé pour x litres sera noté $P_2(x)$.

Pour le *tarif 3*, le prix payé pour x litres sera noté $P_3(x)$.

3 / Tracer, sur la feuille de papier millimétré (annexe), les représentations graphiques des fonctions : $f : x \mapsto 7,5x$ $g : x \mapsto 6x + 18$ $h : x \mapsto 5x + 33$
pour des valeurs de x comprises entre 0 et 16.

On placera l'origine dans le coin inférieur gauche de la feuille et on prendra les unités suivantes :

Sur l'axe des abscisses, 1 cm représente 1 L ;

Sur l'axe des ordonnées, 1 cm représente 5 €

4/ Recopier **sur la feuille double** en les complétant chacune des réponses suivantes par des lectures réalisées sur le graphique (**ne pas oublier de dessiner les pointillés et flèches utiles**) :

a/ Les tarifs 1 et 2 conduisent au même prix pour L ; à ces deux tarifs, ce prix est de ... €

b/ Pour 13 L achetés, le tarif le plus avantageux est le tarif ... avec le prix de ... €

c/ Si on dispose de 45 euros, c'est le tarif ... qui permet d'acheter le plus grand nombre de litres ; à ce tarif, ce nombre est de ... L.

d/ Le tarif 3 reste toujours le plus avantageux dès qu'on achète plus de ... L.

5/ Trouver, par le calcul, pour combien de litres les tarifs 2 et 3 conduisent au même prix et calculer ce prix.

6/ L'agriculteur passe livrer un ami. Il ne lui facture pas le transport et lui applique pour chaque litre 40 % de remise par rapport au tarif 1. Exprimer, en fonction de x litres achetés, ce prix $P_4(x)$.

Ce prix est-il plus avantageux que chacun des trois précédents quelle que soit la quantité achetée ? Pourquoi ?

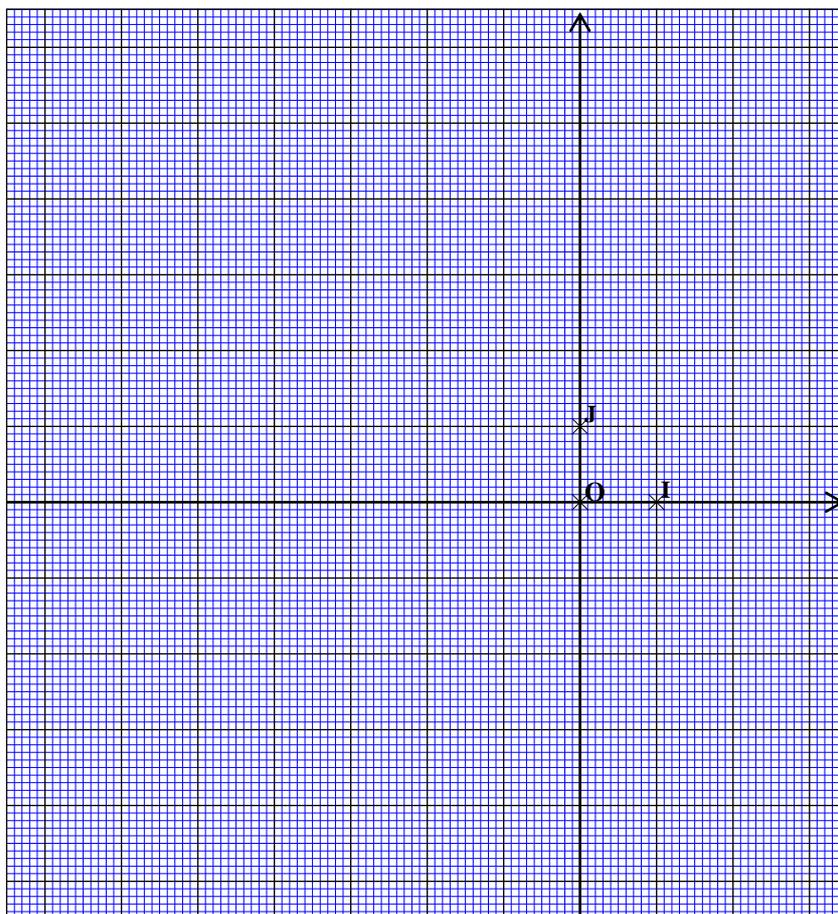
Feuille annexe à remettre complétée recto verso avec la copie

Nom :

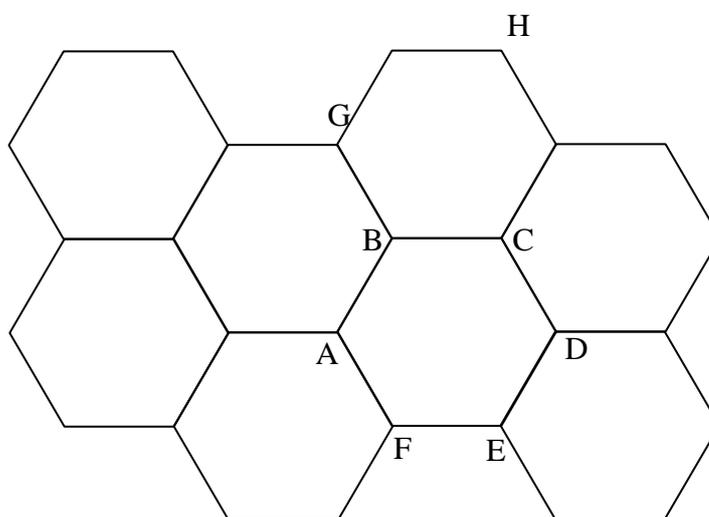
Prénom :

Classe :

Activités géométriques : papier millimétré pour la figure de l'exercice 2



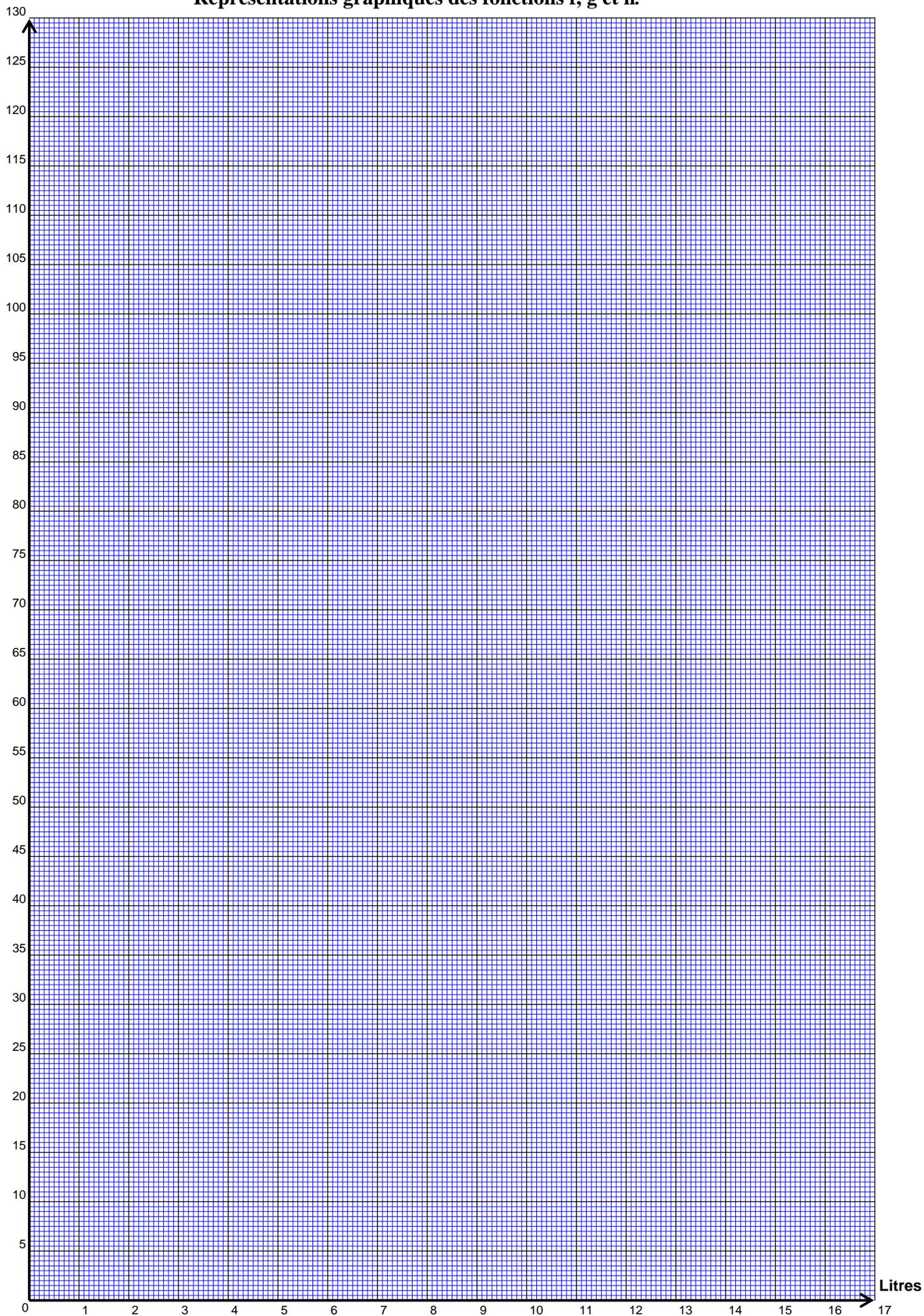
Activités géométriques : figure de l'exercice 3



Tourner la feuille pour la figure du problème

Prix (€)

Représentations graphiques des fonctions f, g et h.



SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1 (5 pts = 1 + 1 + 1,5 + 1,5 pts)

$1/ A = \frac{4}{5} - 2 \div \frac{6}{5}$	$B = (2\sqrt{2})^2 - 2\sqrt{9}$	$2/ C = 2\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + \sqrt{20}$	$3/ D = \frac{150 \times 10^3 \times 8 \times 10^5}{6 \times 10^7}$
$A = \frac{4}{5} - 2 \times \frac{5}{6}$	$B = 4 \times 2 - 2 \times 3$	$C = 2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{4} \times \sqrt{5}$	$D = \frac{150 \times 8}{6} \times \frac{10^{3+5}}{10^7}$
$A = \frac{4}{5} - \frac{5}{3}$	$B = 2$	$C = 2 \times 3 \times \sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 2\sqrt{5}$	$D = 200 \times \frac{10^8}{10^7}$
$A = \frac{12 - 25}{15}$		$C = 5\sqrt{5}$	$D = 2 \times 10^2 \times 10^1$
$A = -\frac{13}{15}$			$D = 2 \times 10^3$

Exercice 2 (4,5 pts = 1,5 + 1 + 1 + 1 pts)

1/ $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$
 $E = 4x^2 + 20x + 25 - (2x^2 + 5x + 6x + 15)$
 $E = 4x^2 + 20x + 25 - 2x^2 - 5x - 6x - 15$
 $E = 2x^2 + 9x + 10$

2/ $E = (2x + 5)^2 - (x + 3)(2x + 5)$
 $E = (2x + 5)(2x + 5) - (x + 3)(2x + 5)$
 $E = (2x + 5)[(2x + 5) - (x + 3)]$
 $E = (2x + 5)(2x + 5 - x - 3)$
 $E = (2x + 5)(x + 2)$

3/ Un produit de facteurs est nul si (et seulement si) l'un au moins de ses facteurs est nul.
On a donc $2x + 5 = 0$ ou $x + 2 = 0$
 $x = -\frac{5}{2}$ ou $x = -2$

Les solutions de cette équation sont $-\frac{5}{2}$ et -2 .

4/ $E = 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 + 9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) + 10$
 $E = 2 \times \frac{4}{9} - \frac{18}{3} + 10$
 $E = \frac{8}{9} - \frac{54}{9} + \frac{90}{9}$
 $E = \frac{44}{9}$

Exercice 3 (2,5 pts = 1 + 0,5 + 1 pts)

1/ $y = x + \frac{13}{100}x$
 $y = \frac{100}{100}x + \frac{13}{100}x$
 $y = \frac{113}{100}x$
 $y = 1,13x$ ($y = ax$ avec $a = 1,13$)

Si $x = 9$ on obtient $y = 1,13 \times 9 = 10,17$

Le stylo coûtera 10,17 euros.

2/ Si $y = 33,9$ alors l'expression obtenue

à la question précédente donne :

$33,9 = 1,13x$
 $\frac{33,9}{1,13} = x$
 $30 = x$

Si $y = 33,9$ alors $x = 30$

Le prix actuel du pantalon est 30 euros.

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1 (3,5 pts = 1,5 + 2 pts)

1/ Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E et les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Alors, d'après le théorème de Thalès, on a $\frac{EB}{EC} = \frac{EA}{ED} = \frac{AB}{CD}$

$$\frac{EA}{ED} = \frac{AB}{CD} \quad \text{donne} \quad \frac{10}{6} = \frac{20}{CD} \quad \text{et} \quad CD = \frac{6 \times 20}{10}$$

$$CD = 12$$

2/ Les droites (EF) et (AG) sont sécantes en B.

Les points A, G et B sont alignés dans le même ordre que les points E, F et B.

$$\text{D'une part } \frac{BG}{BA} = \frac{16}{20} \quad \text{et d'autre part } \frac{BF}{BE} = \frac{12,8}{16}$$

$$\text{Puisque } 16 \times 16 = 20 \times 12,8 = 256 \text{ on a l'égalité } \frac{BG}{BA} = \frac{BF}{BE}$$

Alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (AE) sont parallèles.

Exercice 2 (5,5 pts = 0,5 + 0,5 + 1 + 1 + 0,5 + 2 pts)

1/ a/ Voir la figure sur la feuille annexe.

b/ Le vecteur \vec{AB} a pour coordonnées (-5 ; 10)

$$c/ \quad AB = \sqrt{(-2 - 3)^2 + (5 - (-5))^2}$$

$$AB = \sqrt{(-5)^2 + 10^2}$$

$$AB = \sqrt{125}$$

$$AB = 5\sqrt{5} \text{ (en centimètre)}$$

2/ a/ Voir la figure ci-dessous

b/ Le point D a pour coordonnées (-7 ; 6)

c/ Puisque D est image du point C par la translation

de vecteur \vec{AB} on a $\vec{AB} = \vec{CD}$ et le quadrilatère

ABDC est un parallélogramme.

Les diagonales du parallélogramme ABDC se

coupent en leur milieu M. Les coordonnées de M

sont celles du milieu du segment [BC]

$$x_M = \frac{-2 + (-2)}{2} \quad \text{et} \quad y_M = \frac{5 + (-4)}{2}$$

$$x_M = -2 \quad \text{et} \quad y_M = 0,5$$

Les coordonnées de M sont (-2 ; 0,5)

Exercice 3 (3 pts = 1 + 1 + 1 pts)

Sur la feuille annexe corrigée.

SOLUTION : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 points)

1/ A partir des calculs suivants (2,5 pts) :

$6 \times 1 + 18 = \mathbf{24}$	$7,5 \times 5 = \mathbf{37,5}$	$75 \div 7,5 = \mathbf{10}$	$(90 - 18) \div 6 = \mathbf{12}$	$(113 - 33) \div 5 = \mathbf{16}$
$5 \times 1 + 33 = \mathbf{38}$	$6 \times 5 + 18 = \mathbf{48}$	$6 \times 10 + 18 = \mathbf{78}$	$7,5 \times 12 = \mathbf{90}$	$7,5 \times 16 = \mathbf{120}$
	$5 \times 5 + 33 = \mathbf{58}$	$5 \times 10 + 33 = \mathbf{83}$	$5 \times 12 + 33 = \mathbf{93}$	$6 \times 16 + 18 = \mathbf{114}$

On obtient le tableau suivant avec les valeurs complétées en gras :

Nombre de litres	1	5	10	12	16
Prix au <i>tarif 1</i> (en €)	7,5	37,5	75	90	120
Prix au <i>tarif 2</i> (en €)	24	48	78	90	114
Prix au <i>tarif 3</i> (en €)	38	58	83	93	113

2/ (1,5 pts)

$$P_1(x) = 7,5 \times x = 7,5x$$

$$P_2(x) = 6 \times x + 18 = 6x + 18$$

$$P_3(x) = 5 \times x + 33 = 5x + 33$$

3/ (3,5 pts) On remarque que les fonctions f, g et h correspondent respectivement aux prix P_1 , P_2 , et P_3 . Puisque la fonction f : $x \mapsto 7,5x$ est une fonction linéaire, sa représentation graphique est la droite (d_1) d'équation $y = 7,5x$ passant, d'après la question 1, par les points (0 ; 0) et (16 ; 120).

Puisque la fonction g : $x \mapsto 6x + 18$ est une fonction affine, sa représentation graphique est la droite (d_2) d'équation $y = 6x + 18$ passant, d'après la question 1, par les points (0 ; 18) et (12 ; 90).

Puisque la fonction h : $x \mapsto 5x + 33$ est une fonction affine, sa représentation graphique est la droite (d_3) d'équation $y = 5x + 33$ passant, d'après la question 1, par les points (0 ; 33) et (16 ; 113).

(Voir le graphique verso de la feuille annexe).

4/ Les parties complétées sont en gras ci-dessous (2 pts) :

a/ Les tarifs 1 et 2 conduisent au même prix pour **12 L** ; à ces deux tarifs, ce prix est de **90 €**

b/ Pour 13 L achetés, le tarif le plus avantageux est le **tarif 2** avec le prix de **96 €**

c/ Si on dispose de 45 euros, c'est le tarif **1** qui permet d'acheter le plus grand nombre de litres ; à ce tarif, ce nombre est de **6 L**.

d/ Le tarif 3 reste toujours le plus avantageux dès qu'on achète plus de **15 L**.

5/ (1,5 pts) Dire que "les tarifs 2 et 3 conduisent au même prix pour une quantité x " signifie que les prix correspondants sont égaux : $P_2(x) = P_3(x)$

$$6x + 18 = 5x + 33$$

$$6x - 5x = 33 - 18$$

$$x = 15$$

$$6 \times 15 + 18 = 108 \text{ et } 5 \times 15 + 33 = 108$$

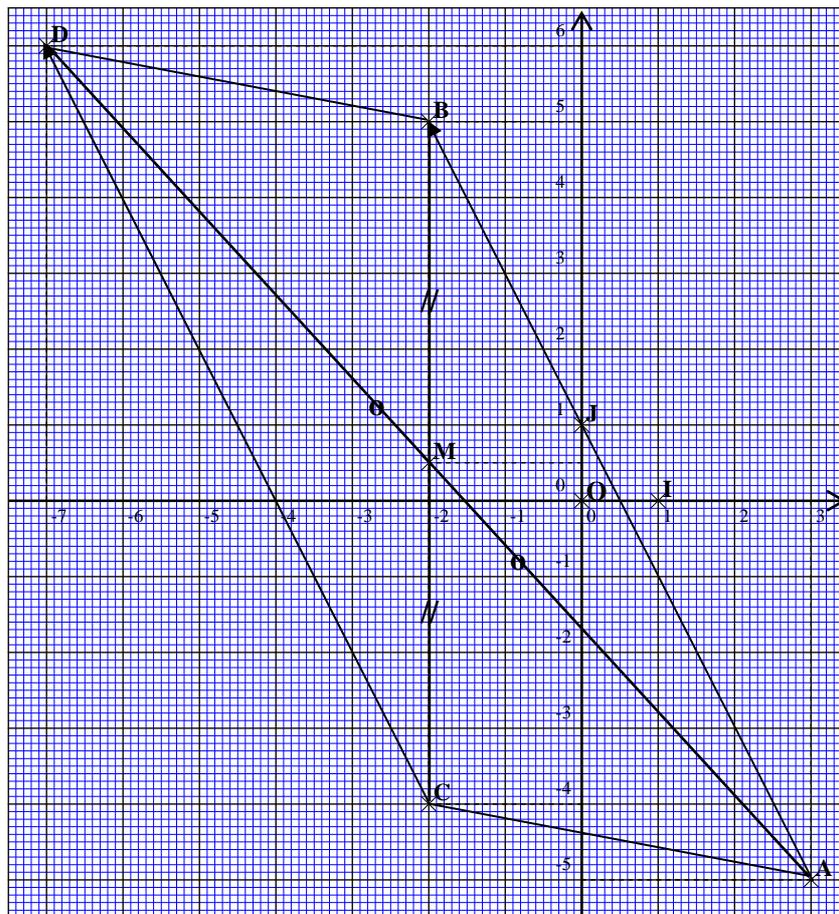
Les prix 2 et 3 sont égaux à 108 € pour une quantité achetée de 15 litres (*on peut le vérifier sur le graphique*).

6/ (1 pt) Une remise de 40 % signifie que le prix $P_4(x)$ vaut 60 % du prix $P_1(x)$ obtenu par le tarif 1 :
 $\frac{60}{100} \times 7,5x = 4,5x$; $P_4(x) = 4,5x$

Graphiquement, la droite (d_4) d'équation $y = 4,5x$ représentant la tarif 4 reste sous les trois autres droites : le tarif 4 semble donc le plus avantageux quelle que soit la quantité achetée !

Feuille annexe à remettre complétée avec la copie

Activités géométriques : papier millimétré pour la figure de l'exercice 2

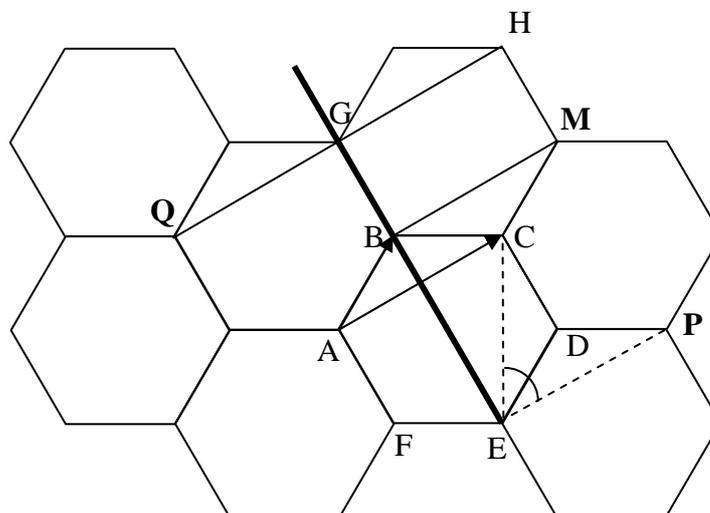


Activités géométriques : figure de l'exercice 3

M est tel que $\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AC}$

Q est le symétrique de H par rapport à la droite (BE)

P est l'image du point C par la rotation de centre E et d'angle 60° dans le sens des aiguilles d'une montre.



Tourner la feuille pour la figure du problème

Prix (€)

Représentations graphiques des fonctions f, g et h (prix 1, 2, 3)

