Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

Les calculs intermédiaires doivent figurer sur la copie.

1/ Écrire sous la forme $a\sqrt{3}$, a étant un entier, le nombre : $A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$.

2/ Calculer et donner chaque résultat sous la forme d'une **<u>fraction irréductible</u>** :

$$B = \frac{2 + \frac{3}{4}}{\frac{3}{4} - 5} \qquad \text{et} \qquad C = \frac{35 \times 10^{22} \times 2 \times (10^{-2})^6}{42 \times 10^{10}}.$$

Exercice 2

Dans cet exercice, seuls les résultats finaux sont attendus et la calculatrice peut être utilisée.

1/ Donner une valeur décimale approchée à 0,001 près du nombre : $D = 3 + \dfrac{1}{7 + \frac{1}{16}}$.

2/ Donner l'écriture scientifique du nombre : $E = \dfrac{10^{-4} \times 4 \times 10^{6} \times 5^{2}}{2 \times 10^{-10}}$.

Exercice 3

On considère l'expression : $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$.

1/ Développer et réduire F.

2/ Factoriser F.

3/ Résoudre l'équation $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$.

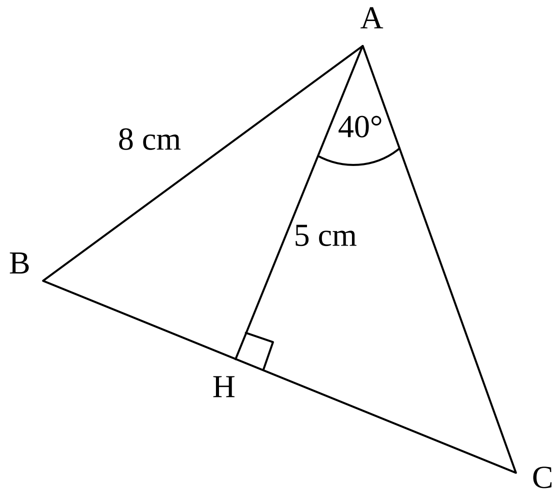
4/ Calculer la valeur numérique de F pour $x = 3$.

COLLEGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : **2h**	Coefficient : **2**	Brevet Blanc
Épreuve : **mathématiques**		Date : **mardi 29 janvier 2008**
Ce sujet comporte : **3 pages**		Série collège : **1/3**

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

[AH] est la hauteur issue du sommet A d'un triangle ABC.
(Sur le dessin, les dimensions indiquées ne sont pas respectées.)

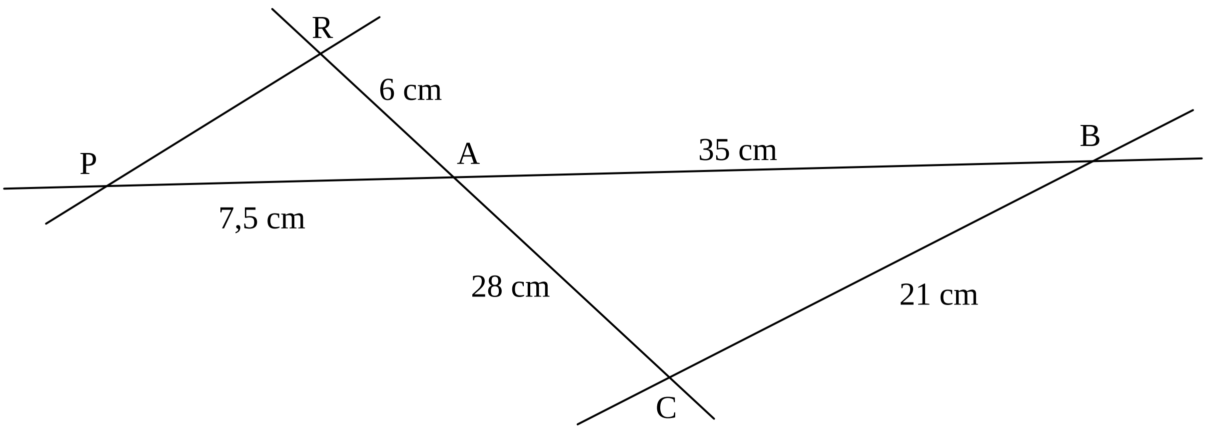


1/ Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAH}$. On donnera une valeur arrondie au degré près.

2/ Calculer la longueur HC. On donnera une valeur arrondie au millimètre.

Exercice 2

Deux droites (PB) et (RC) sont sécantes en un point A.



(Sur le dessin, les dimensions indiquées ne sont pas respectées.)

Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3

Toutes les questions sont indépendantes.
Soit ABC un triangle tel que : AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.

1/ Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2/ Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

3/a/ Placer le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm.
Tracer le cercle de diamètre [BE] et placer le point F situé à l'intersection de ce cercle et du côté [BC].
b/ Montrer que le triangle BEF est rectangle.

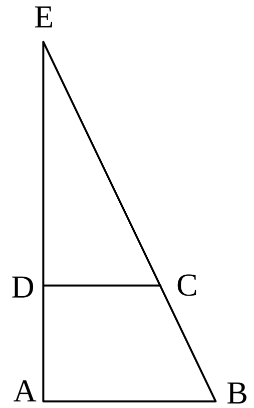
4/a/ Montrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.
b/ Calculer BF et EF.

Ce sujet comporte : **3 pages**	Série collège : **2/3**

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES *(12 points)*

Partie A ***(les parties A, B et C sont indépendantes)***

La figure construite ci-contre n'est pas en vraie grandeur.
Elle n'est pas à reproduire.



EAB est un triangle rectangle en A tel que AE = 48 cm et AB = 16 cm.
Le point D appartient au segment [AE] et AD = 12 cm.
La parallèle à la droite (AB) passant par D est sécante à la droite (BE) au point C.

1/a/ Calculer la valeur **exacte** de la longueur BE.

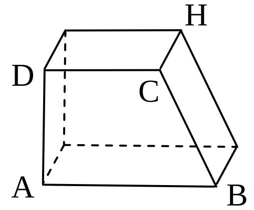
b/ Écrire cette longueur sous la forme $a\sqrt{10}$, où a est un nombre entier naturel.

2/ Calculer DE, puis montrer que CD = 12 cm.

3/ Calculer les aires des triangles CDE et ABE.

4/ En déduire que l'aire du quadrilatère ABCD est égale à 168 cm^2.

5/ Le quadrilatère ABCD est la base d'un prisme droit de hauteur CH égale à 5 cm. Ce prisme est représenté ci-contre. Calculer son volume.



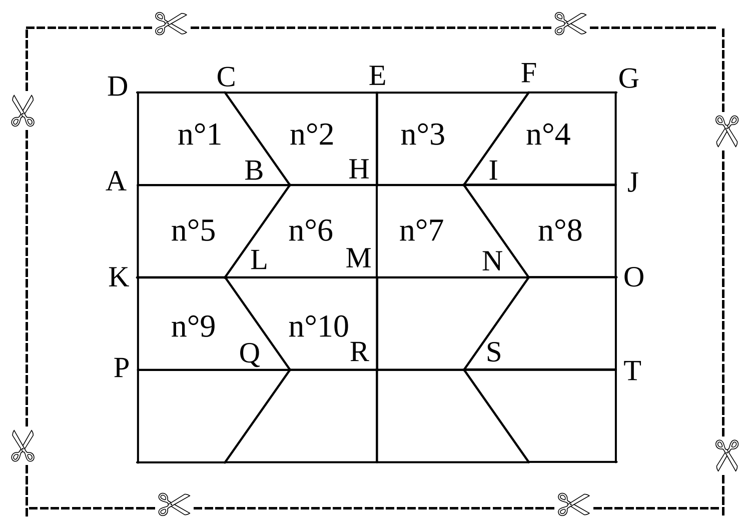
Partie B

Monsieur Brico veut paver une allée de jardin avec des dalles ayant la forme du prisme défini dans la **question 5/** de la **partie A**.

Dans cette partie aucune justification n'est demandée.

La figure ci-contre montre une vue de dessus du début du pavage. Les dalles sont posées sur la face ABCD.

Recopier sur la copie et compléter les phrases **1/**, **2/** et **3/** ci-dessous en utilisant une des trois transformations suivantes : symétrie axiale, translation, symétrie centrale **en précisant** pour chacune **l'axe, ou le vecteur ou le centre.**



1/ Le quadrilatère **n°7** est l'image du quadrilatère **n°10** par la ....

2/ Le quadrilatère **n°9** est l'image du quadrilatère **n°1** par la ....

3/ Le quadrilatère **n°4** est l'image du quadrilatère **n°1** par la ....

4/ Placer, sur **la figure découpée puis collée sur la copie**, le point V tel que $\overrightarrow{LV} = \overrightarrow{LH} + \overrightarrow{LS}$.

Partie C

1/ Calculer le nombre minimal de dalles nécessaires pour recouvrir l'allée dont l'aire est 10 m^2

2/ Monsieur Brico prévoit 15 % de dalles de plus que ce nombre minimal pour tenir compte des pertes dues aux découpes. Quel est le nombre total de dalles à acheter ?

3/ Les dalles sont vendues par lot de 60.
Combien de lots Monsieur Brico doit-il acheter ?

Ce sujet comporte : **3 pages**	Série collège : **3/3**

SOLUTION : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(5 points)*

1/ (1,5 pt)

$A = \sqrt{75} + 4\sqrt{12}$

$A = \sqrt{25 \times 3} + 4 \times \sqrt{4 \times 3}$

$A = \sqrt{25} \times \sqrt{3} + 4 \times \sqrt{4} \times \sqrt{3}$

$A = 5 \times \sqrt{3} + 4 \times 2 \times \sqrt{3}$

$A = 5\sqrt{3} + 8\sqrt{3}$

$A = 13\sqrt{3}$

(2 pts)

$B = (2 + \frac{3}{4}) \div (\frac{3}{4} - 5)$

$B = (\frac{8}{4} + \frac{3}{4}) \div (\frac{3}{4} - \frac{20}{4})$

$B = \frac{11}{4} \div (-\frac{17}{4})$

$B = \frac{11}{4} \times (-\frac{4}{17})$

$B = -\frac{11 \times 4}{4 \times 17}$

$B = -\frac{11}{17}$

(1,5 pt)

$C = \frac{35 \times 10^{22} \times 2 \times (10^{-2})^6}{42 \times 10^{10}}$

$C = \frac{35 \times 2}{42} \times \frac{10^{22} \times 10^{-12}}{10^{10}}$

$C = \frac{7 \times 5 \times 2}{7 \times 3 \times 2} \times 10^{22 - 12 - 10}$

$C = \frac{5}{3} \times 10^0$

$C = \frac{5}{3}$

Exercice 2 *(2 points)*

1/ À la machine on tape :

3 + 1 ÷ (7 + 1 ÷ 16) puis = ou EXE.

La machine affiche : 3,14**1** **5**92 92 ...

Le chiffre **1** des millièmes est suivi du chiffre **5**

D ≈ 3,142 (arrondi à 0,001 près) ou

D ≈ 3,142 (valeur approchée par excès à 0,001 près)

D ≈ 3,141 (valeur approchée par défaut à 0,001 près)

2/ À la machine on tape :

$(10^{-4} \times 4 \times 10^6 \times 5^2) \div (2 \times 10^{-10})$ puis = ou EXE

La machine affiche 5×10^{13} ($= 5{,}0 \times 10^{13}$)

Il se trouve que c'est le produit du nombre : 5 ayant un seul chiffre non nul avant la virgule par la puissance de dix : 10^{13}.

L'écriture scientifique de E est 5×10^{13}.

Exercice 3 *(5 points)*

1/ $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

$F = (10x - 2x^2 + 15 - 3x) - [(2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2]$

$F = (-2x^2 + 7x + 15) - (4x^2 + 12x + 9)$

$F = -2x^2 + 7x + 15 - 4x^2 - 12x - 9$

$F = -6x^2 - 5x + 6$

2/ $F = (2x + 3)(5 - x) - (2x + 3)^2$

$F = \underline{(2x + 3)}(5 - x) - \underline{(2x + 3)}(2x + 3)$

$F = (2x + 3)[(5 - x) - (2x + 3)]$

$F = (2x + 3)(5 - x - 2x - 3)$

$F = (2x + 3)(2 - 3x)$

3/ $(2x + 3)(2 - 3x) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

$2x + 3 = 0$	ou bien	$2 - 3x = 0$
$2x = -3$	ou bien	$2 = 3x$
$x = -\frac{3}{2}$	ou bien	$x = \frac{2}{3}$

Cette équation admet deux solutions $(-\frac{3}{2})$ et $\frac{2}{3}$.

4/ D'après 1/ $F = -6 \times 3^2 - 5 \times 3 + 6$

$F = -54 - 15 + 6$

$F = -63$ ou bien aussi

D'après 2/ $F = (2 \times 3 + 3)(2 - 3 \times 3)$

$F = (6 + 3) \times (2 - 9) = 9 \times (-7)$

$F = -63$

Pour $x = 3$, la valeur numérique de F est (-63).

SOLUTION : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(4 points)*

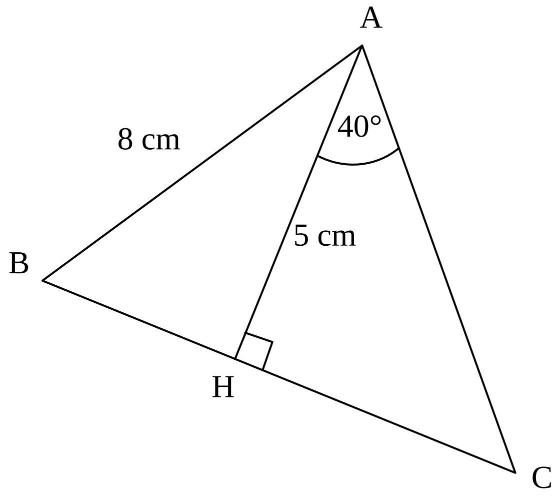
1/ Puisque le triangle BAH est rectangle en H, on peut utiliser cosinus :

$\text{Cos } \widehat{BAH} = \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{5}{8}$

Avec la machine : $\widehat{BAH} = \cos^{-1}(5 \div 8)$

$\widehat{BAH} \approx 51{,}317 \ldots °$

$\widehat{BAH} \approx 51°$ arrondi au degré près.



2/ Puisque le triangle AHC est rectangle en H, on peut utiliser tangente :

$\dfrac{\text{Tan } \widehat{CAH}}{1} = \dfrac{\tan 40°}{1} = \dfrac{HC}{AH} = \dfrac{HC}{5}$ (HC en **cm**)

$HC = \dfrac{5 \times \tan 40°}{1} \approx 4{,}\mathbf{1}95 \ldots$ **cm**

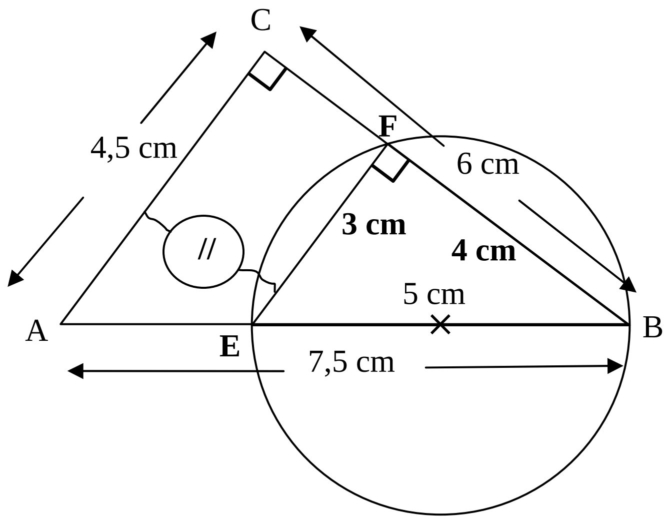
Le chiffre des millimètres est **1** qui est suivi de 9 donc HC ≈ 4,2 cm arrondi à 1 millimètre près.

Exercice 2 *(2 points)*

D'une part $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{7{,}5}{35}$ et d'autre part $\dfrac{AR}{AC} = \dfrac{6}{28}$; $6 \times 35 = 210$ et $7{,}5 \times 28 = 210$ donc $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{AR}{AC}$; puisque les points A,P et B sont alignés <u>dans le même ordre</u> que les points A, R et C avec $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{AR}{AC}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (PR) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3 *(6 points)*

1/ Le triangle ABC est construit ci-contre en vraie grandeur tel que AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.



2/ $AC^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$.

$AB^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$.

Puisque $AB^2 = AC^2 + BC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en C.

3/a/ Le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm est placé sur la figure ci-contre ainsi que le cercle de <u>diamètre</u> [BE] et le point F.

b/ Puisque le point F appartient au cercle de diamètre [BE], le triangle BEF est rectangle en F ou bien :

Puisque le triangle BEF est <u>inscrit</u> dans le cercle de <u>diamètre</u> [BE], il est rectangle en F.

4/a/ D'après les questions 1/ et 3/b les droites (AC) et (EF) sont perpendiculaires à la même droite (BC), donc elles sont parallèles entre elles : (AC) // (EF).

4/b/ Les droites (CF) et (AE) sont sécantes en B avec (AC) // (EF) alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$\dfrac{BF}{BC} = \dfrac{BE}{BA} = \dfrac{EF}{AC}$

$\dfrac{BF}{6} = \dfrac{5}{7{,}5} = \dfrac{EF}{4{,}5}$

$BF = \dfrac{6 \times 5}{7{,}5} = 4$ et $EF = \dfrac{5 \times 4{,}5}{7{,}5} = 3$

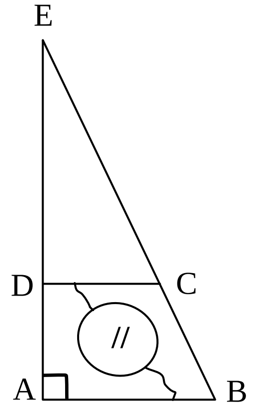
BF = 4 cm et EF = 3 cm.

(La figure tracée ci-dessus comporte toutes les informations données ou trouvées dans l'exercice.)

<u>SOLUTION : QUESTIONS ENCHAINÉES</u> *(12 points)*

Partie A *(6 points)*

La figure construite ci-dessous n'est pas en vraie grandeur. Elle n'est pas à reproduire.



1/a/ Puisque le triangle ABE est rectangle en A, on peut utiliser le théorème de Pythagore : $BE^2 = AE^2 + AB^2 = 48^2 + 16^2 = 2\,560$

$BE = \sqrt{2\,560}$ cm

b/ $\sqrt{2\,560} = \sqrt{256 \times 10} = \sqrt{256} \times \sqrt{10} = 16\sqrt{10}$; $BE = 16\sqrt{10}$ cm.

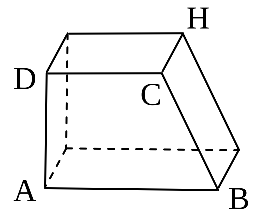
2/ ED = AE – AD = 48 – 12 = 36 ; ED = 36 cm.

Les droites (AD) et (BC) sont sécantes en E avec (AB) // (CD) donc on peut utiliser le théorème de Thalès : $\dfrac{ED}{EA} = \dfrac{EC}{EB} = \dfrac{CD}{AB}$

$\dfrac{36}{48} = \dfrac{CD}{16}$ donc $CD = \dfrac{16 \times 36}{48} = 12$; CD = 12 cm.

3/ $\mathcal{A}(CDE) = \dfrac{DE \times CD}{2} = \dfrac{36 \times 12}{2} = 216$; $\mathcal{A}(CDE) = 216$ cm^2.

et $\mathcal{A}(ABE) = \dfrac{AE \times AB}{2} = \dfrac{48 \times 16}{2} = 384$; $\mathcal{A}(ABE) = 384$ cm^2.



4/ $\mathcal{A}(ABCD) = \mathcal{A}(ABE) - \mathcal{A}(CDE) = 384 - 216 = 168$; $\mathcal{A}(ABCD) = 168$ cm^2.

5/ $\mathcal{V}$(prisme) = Aire de base $\times$ hauteur = $168 \times 5 = 840$; $\mathcal{V}$(prisme) = 840 cm^3

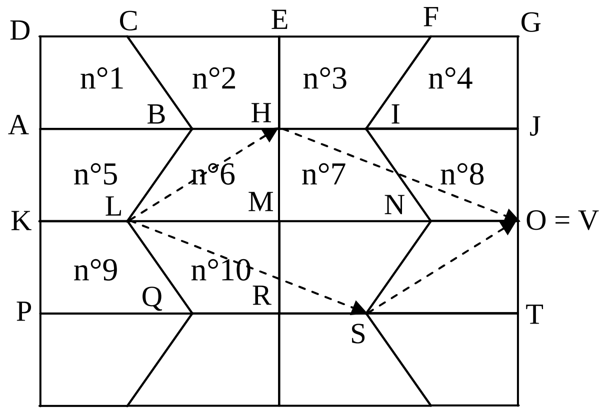
Partie B *(4 points)*

Monsieur Brico veut paver une allée de jardin avec des dalles ayant la forme du prisme défini dans la **question 5/** de la **partie A**.

Dans cette partie aucune justification n'est demandée.

La figure ci-contre montre une vue de dessus du début du pavage. Les dalles sont posées sur la face ABCD.

<u>Recopier sur la copie et compléter</u> les phrases **1/**, **2/** et **3/** ci-dessous en utilisant une des trois transformations suivantes : symétrie axiale, translation, symétrie centrale **<u>en précisant</u>** pour chacune **<u>l'axe</u>, ou <u>le vecteur</u> ou <u>le centre</u>.**



1/ Le quadrilatère **n°7** est l'image du quadrilatère **n°10** par la **symétrie de centre M.**

2/ Le quadrilatère **n°9** est l'image du quadrilatère **n°1** par la **translation de vecteur $\overrightarrow{DK}$ (= $\overrightarrow{AP}$ ...)**

3/ Le quadrilatère **n°4** est l'image du quadrilatère **n°1** par la **symétrie d'axe (ER).**

4/ Le point V tel que $\overrightarrow{LV} = \overrightarrow{LH} + \overrightarrow{LS}$ **est construit sur la figure : il est confondu avec O**.

Partie C *(2 points)*

1/ Pour obtenir le nombre minimal de dalles nécessaires pour recouvrir l'allée, on divise l'aire de l'allée par l'aire d'une dalle : 10 m^2 = 100 000 cm^2 alors $100\,000 \div 168 \approx 595,23...$

Ainsi le nombre minimal de dalles nécessaires pour recouvrir l'allée est de 596.

2/ $596 \times \dfrac{15}{100} = 596 \times 0,15 = 89,4$ donc Monsieur Brico prévoit 90 dalles de plus que le nombre minimal ; 90 + 596 = 686 ; il doit acheter 686 dalles.

3/ Les lots sont de 60 dalles : $\dfrac{686}{60} \approx 11,43...$; Monsieur Brico doit acheter 12 lots de 60 dalles.