Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

On considère les nombres :

$A = \frac{11}{8} + \frac{7}{18} \times \frac{2}{7}$; $B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$; $C = (\sqrt{5} + \sqrt{10})^2$

En précisant les différentes étapes du calcul :

1/ Écrire A sous la forme d'une fraction irréductible.

2/ Donner l'écriture scientifique de B.

3/ Écrire C sous la forme $a + b\sqrt{2}$, a et b étant des nombres entiers.

Exercice 2

On donne $D = 9x^2 - 4 + (3x - 2)(x - 3)$

1/ Développer et réduire D

2/ Factoriser $(9x^2 - 4)$ et en déduire la factorisation de D.

3/ Résoudre l'équation $(3x - 2)(4x - 1) = 0$

Exercice 3

Un libraire décide que chaque livre qu'il aura acheté lui même x euros sera revendu 35 % plus cher ; il coûtera y euros.

1/ Exprimer y sous la forme $y = \text{a}x$.

2/ À quel prix revendra-t-il un livre qu'il aura acheté lui-même 28 euros ?

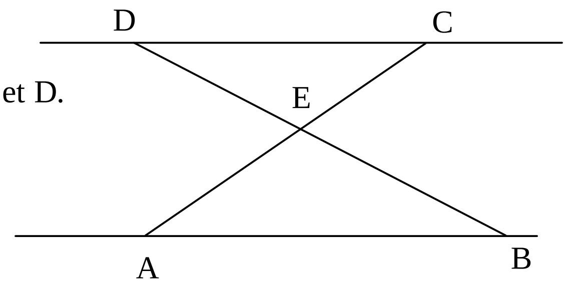
3/ À quel prix a-t-il acheté un livre qu'il a revendu 40,50 euros ?

COLLEGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE		
Temps alloué : **2h**	Coefficient : **2**	BREVET BLANC
Épreuve : **mathématiques**		Date : **vendredi 16 mai 2008**
Ce sujet comporte : **5 pages**		Série collège : **1/5**

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.



Les points A, E et C sont alignés ainsi que les points B, E et D.

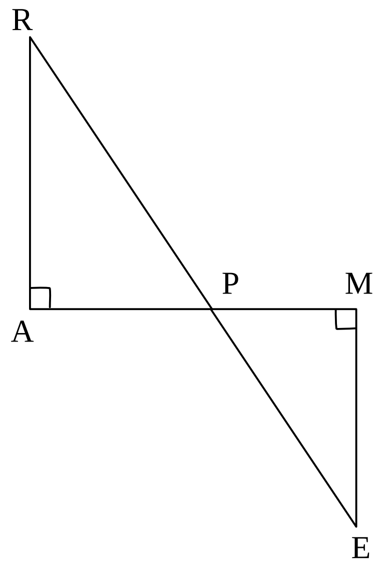
AE = 7,2 cm ; EC = 5,4 cm ; ED = 7,5 cm ; BE = 10 cm

1/ Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Sachant que CD = 6,3 cm, calculer AB.

Exercice 2

La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.



Les points R, P et E sont alignés ainsi que les moints A, P et M.

1/ APR est un triangle rectangle en A.
On donne AR = 2 cm et RP = 4 cm.
Calculer AP et l'exprimer sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des entiers.

2/ Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{RPA}$.

3/ Expliquer pourquoi les angles $\widehat{RPA}$ et $\widehat{MPE}$ ont la même mesure.

4/ EMP est un triangle rectangle en M. On donne ME = 3 cm. Calculer MP et donner la valeur arrondie à 1 mm près.

Exercice 3

Cet exercice sera traité ***<u>sur la feuille annexe</u>*** *(ex 3 activités géométriques) à rendre, bien complétée, avec la copie.*

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, I, J). L'unité de longueur est le centimètre. ABCD est un carré de centre M.

1/ Placer le point M.

2/ Lire et donner les coordonnées des points B et C.

3/ Construire le point P tel que : $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MP}$.

4/ Compléter, sans justifier, les phrases données avec la figure.

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES *(12 points)*

Au cours d'une embauche pour la cueillette des pêches, un ouvrier agricole a le choix entre trois formules de salaire :

Formule A : un salaire mensuel de 930 euros.

Formule B : une somme mensuelle de 310 euros à laquelle s'ajoutent 40 euros par tonne de pêches cueillies.

Formule C : un salaire basé uniquement sur la cueillette, 80 euros par tonne de pêches cueillies.

1/ Compléter le tableau fourni sur le verso de ***la feuille annexe***.

2/ Si l'on appelle x la masse de pêches récoltées en tonnes, exprimer, sur le verso de ***la feuille annexe***, le salaire correspondant à chaque formule.

3/ Représenter graphiquement, dans le repère orthogonal du verso de ***la feuille annexe***, les fonctions définies par :

$f(x) = 930$; $g(x) = 310 + 40x$; $h(x) = 80x$

4/ a/ Sachant que pendant un mois donné, cet ouvrier agricole gagnerait le même salaire avec les formules B et C, lire sur le graphique la masse de pêches récoltées : **on laissera apparents les pointillés et les flèches aidant à cette lecture**. Donner une valeur approchée du résultat.

4/ b/ Retrouver, par des calculs, le résultat de la question précédente et **donner la valeur exacte**.

5/ a/ Par lecture graphique, préciser la formule la plus avantageuse pour l'ouvrier qui espère cueillir 13 tonnes de pêches pendant chaque mois et **laisser apparents les pointillés et les flèches aidant à cette lecture**.

5/ b/ Quel serait alors son salaire ? *(Expliquer par des flèches et pointillés ou par des calculs)*

Feuille annexe à remettre complétée (recto et verso) avec la copie

Nom : | **Prénom** : | **Classe** :

Activités géométriques : exercice 3 : compléter la figure et les phrases ci-dessous :

(Les points M et P doivent être placés)

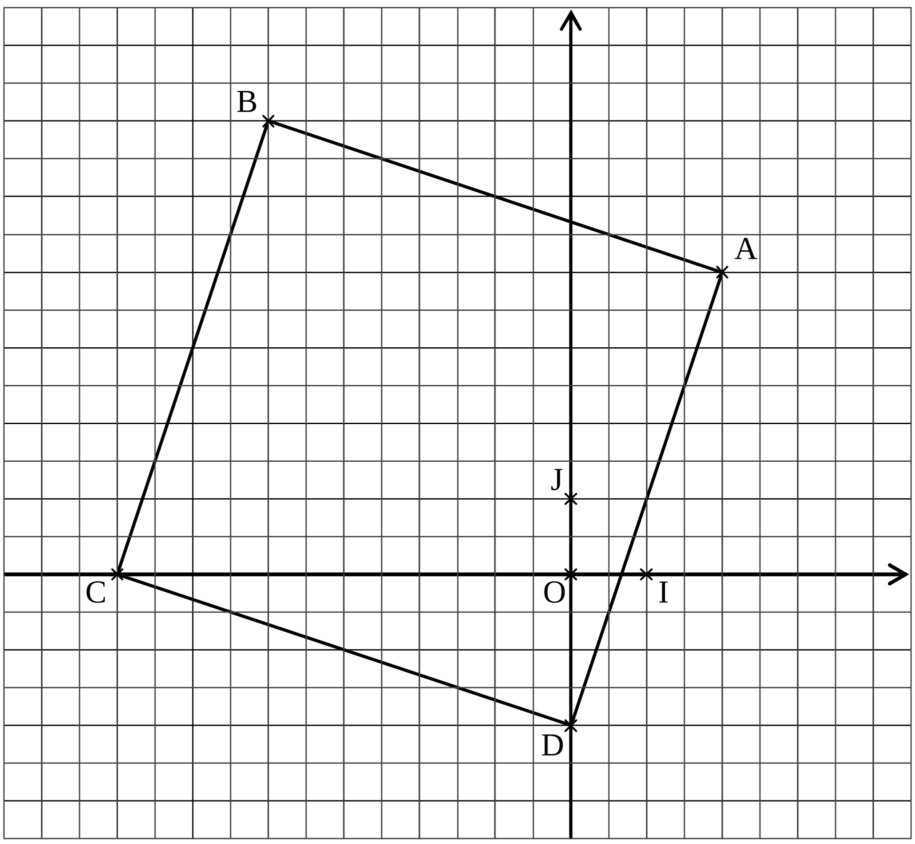
Les coordonnées de B sont (...... ; ......) et celles de C sont (...... ; ......)

Le symétrique du triangle ABM par rapport à la droite (AC) est ....

L'image du triangle BMC par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ est ....

L'image du triangle BMC par la rotation de centre M et d'angle 90° transformant D en C est ....
....

Le triangle ABM a pour image le triangle CDM par la ....



Questions enchaînées : tableau et graphique :

1/ Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de tonnes de pêches cueillies dans un mois	**5**	**11**	**15**
Salaire mensuel en euros avec la formule A			
Salaire mensuel en euros avec la formule B			
Salaire mensuel en euros avec la formule C			

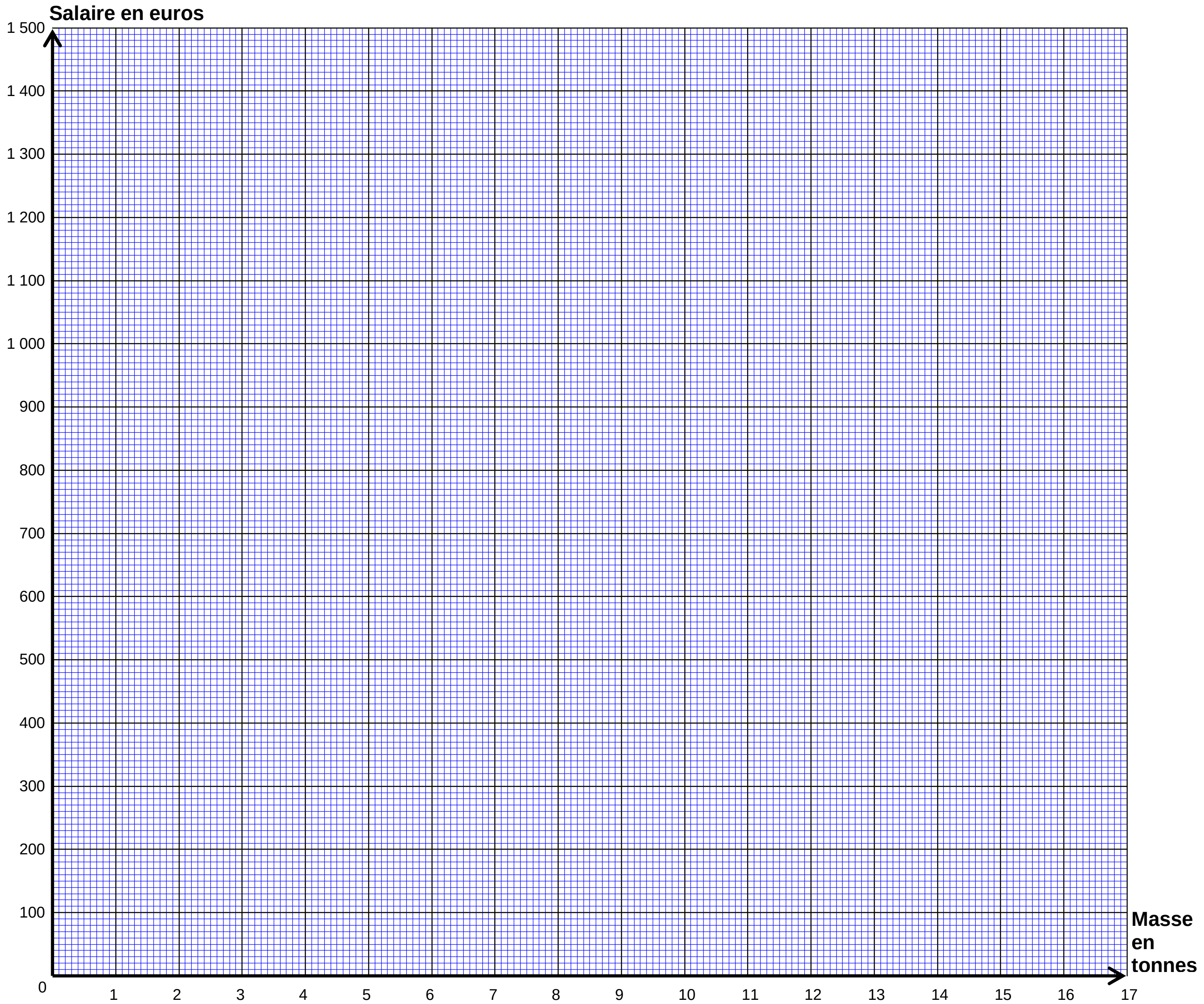
2/ Compléter les phrases ci-dessous si l'on appelle *x* la masse de pêches récoltées en tonnes :

Le salaire S(A) mensuel en euros avec la formule A est ....

Le salaire S(B) mensuel en euros avec la formule B est ....

Le salaire S(C) mensuel en euros avec la formule C est ....

3/ 4/a 5/ Représenter ci-dessous les fonctions f, g et h de la question 3/ et **<u>laisser les pointillés et les flèches</u>** des lectures des questions 4/ a/ et 5/.



Solution : **ACTIVITÉS NUMÉRIQUES**

Exercice 1 (1,5 + 1,5 + 2 = 5 pts)

1/ $A = \frac{11}{8} + \frac{7}{18} \times \frac{2}{7}$

$A = \frac{11}{8} + \frac{7 \times 2}{9 \times 2 \times 7}$

$A = \frac{11}{8} + \frac{1}{9}$

$A = \frac{9 \times 11 + 8 \times 1}{8 \times 9}$

$A = \frac{99 + 8}{72}$

$A = \frac{107}{72}$

2/ $B = \frac{3 \times 10^2 \times 5 \times 10^4}{12 \times (10^3)^3}$

$B = \frac{3 \times 5}{12} \times \frac{10^2 \times 10^4}{10^{3 \times 3}}$

$B = 1,25 \times 10^{2+4-9}$

$B = 1,25 \times 10^{-3}$

3/ $C = (\sqrt{5} + \sqrt{10})^2$

$C = \sqrt{5}^2 + 2 \times \sqrt{5} \times \sqrt{10} + \sqrt{10}^2$

$C = 5 + 2 \times \sqrt{5 \times 10} + 10$

$C = 15 + 2\sqrt{5 \times 5 \times 2}$

$C = 15 + 2 \times \sqrt{5 \times 5} \times \sqrt{2}$

$C = 15 + 2 \times 5 \times \sqrt{2}$

$C = 15 + 10\sqrt{2}$

Exercice 2 (1 + 2 + 1 = 4 pts)

1/ $D = 9x^2 - 4 + (3x - 2)(x - 3)$

$D = 9x^2 - 4 + (3x^2 - 9x - 2x + 6)$

$D = 9x^2 - 4 + 3x^2 - 9x - 2x + 6$

$D = 12x^2 - 11x + 2$

2/ $9x^2 - 4 = (3x)^2 - 2^2$

$9x^2 - 4 = (3x - 2)(3x + 2)$

$D = (3x - 2)(3x + 2) + (3x - 2)(x - 3)$

$D = (3x - 2)[(3x + 2) + (x - 3)]$

$D = (3x - 2)[3x + 2 + x - 3]$

$D = (3x - 2)(4x - 1)$

3/ Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un de ses facteurs est nul.

$3x - 2 = 0$ ou bien $4x - 1 = 0$

$3x = 2$ ou bien $4x = 1$

$x = \frac{2}{3}$ ou bien $x = \frac{1}{4}$

Cette équation admet deux solutions $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$.

Exercice 3 (1 + 1 + 1 = 3 pts)

Un libraire décide que chaque livre qu'il aura acheté lui même x euros sera revendu 35 % plus cher ; il coûtera y euros.

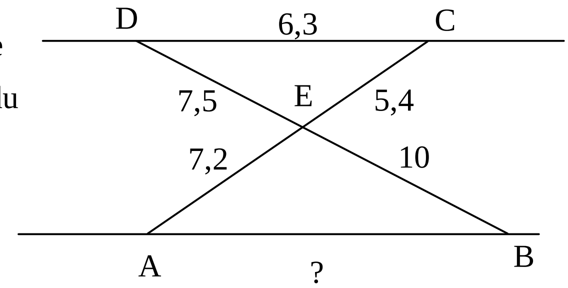
1/ $y = x + \frac{35}{100}x = 1x + 0,35x$ donc $y = 1,35x$.

2/ Puisque $y = 1,35 \times 28 = 37,80$, alors il revendra ce livre 37,80 euros.

3/ Puisque $40,50 = 1,35x$, alors on a $x = 40,50 \div 1,35 = 30$ et il a acheté ce livre 30 euros.

Solution : **ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES**

Exercice 1 (1,5 + 1,5 = 3 pts)



1/ D'une part $\frac{AE}{EC} = \frac{7,2}{5,4}$ et d'autre part $\frac{BE}{ED} = \frac{10}{7,5}$

Puisque $7,2 \times 7,5 = 54$ et $5,4 \times 10 = 54$, alors $\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED}$

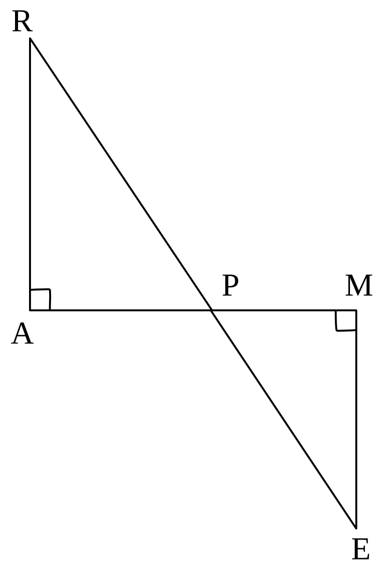
Puisque les points A, E et C sont alignés dans le même ordre que les points B, E et D, avec $\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Puisque les droites (AC) et (DB) sont sécantes en E avec (AB) // (CD), alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED} = \frac{AB}{CD}$ c'est-à-dire $\frac{7,2}{5,4} = \frac{10}{7,5} = \frac{AB}{6,3}$

$AB = \frac{10 \times 6,3}{7,5} = 8,4$ donc AB = 8,4 cm.

Exercice 2 (1,5 + 1 + 0,5 + 1,5 = 4,5 pts)



1/ Puisque APR est un triangle rectangle en A, on peut utiliser le théorème de Pythagore :

$AP^2 + AR^2 = RP^2$ donc $AP^2 = RP^2 - AR^2$ soit $AP^2 = 4^2 - 2^2 = 16 - 4$

$AP^2 = 12$ donc $AP = \sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$AP = 2\sqrt{3}$ cm.

2/ Dans le triangle APR rectangle en A, on peut utiliser le sinus :

$\sin \widehat{RPA} = \frac{AR}{RP} = \frac{2}{4}$; à la machine $\widehat{RPA} = \sin^{-1}(2 \div 4) = 30°$.

3/ Puisque les angles $\widehat{RPA}$ et $\widehat{MPE}$ sont opposés par le sommet, ils ont la même mesure : $\widehat{RPA} = \widehat{MPE} = 30°$.

4/ Puisque EMP est un triangle tectangle en M, on peut utiliser la tangente :

$\tan \widehat{MPE} = \frac{ME}{MP}$ donc $\frac{\tan 30°}{1} = \frac{3}{MP}$ et $MP = \frac{1 \times 3}{\tan 30°} \approx 5,196$ ...

MP ≈ 5,196 ... cm c'est-à-dire MP ≈ 5,2 cm arrondi à 1 mm près.

Exercice 3 (0,5 + 1 + 1 + 2 = 4,5 pts)

Cet exercice est ***<u>sur le recto de la feuille annexe</u>*** *(ex 3 activités géométriques)*

1/ Puisque M est le centre du carré, alors il est situé à l'intersection des diagonales.

2/ Les coordonnées du points B sont (-4 ; 6) et celles du point C sont (-6 ; 0).

3/ Puisque $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MD} = \overrightarrow{MP}$, alors le quadrilatère MDPA est un parallélogramme.

4/ Les phrases sont complétées sur le recto de feuille annexe avec la figure.

Solution : **QUESTIONS ENCHAINÉES**

1/ Le tableau fourni sur le verso de ***la feuille annexe*** est complété. (2 pts)

Pour la formule A : il est de **930** euros quelle que soit la quantité récoltée.

Pour la formule B : $310 + 5 \times 40 =$ **510** ; $310 + 11 \times 40 =$ **750** ; $310 + 15 \times 40 =$ **910**.

Pour la formule C : $5 \times 80 =$ **400** ; $11 \times 80 =$ **880** ; $15 \times 80 =$ **1 200**

2/ Si l'on appelle x la quantité de pêches récoltées en tonnes, le salaire correspondant à chaque formule est exprimé, sur le verso de ***la feuille annexe***. (0,5 pt)

3/ Les fonctions f, g et h sont représentées dans le repère orthogonal du verso de ***la feuille annexe***.

Puisque f est une **fonction constante**, alors sa représentation graphique est la droite (dA) d'équation $y = 930$.

D'après la question 1/ on a le tableau de valeurs suivant :

x	5	15
$y = f(x)$	930	930

La droite (dA) passe par les points de coordonnées (5 ; 930) et (15 ; 930).

Puisque g est une **fonction affine**, alors sa représentation graphique est la droite (dB) d'équation $y = 310 + 40x$.

D'après la question 1/ on a le tableau de valeurs suivant :

x	5	11
$y = g(x)$	510	750

La droite (dB) passe par les points de coordonnées (5 ; 510) et (11 ; 750).

Puisque h est une **fonction linéaire**, alors sa représentation graphique est la droite (dC) d'équation $y = 80x$.

D'après la question 1/ on a le tableau de valeurs suivant :

x	5	15
$y = h(x)$	400	1 200

La droite (dC) passe par les points de coordonnées (5 ; 400) et (15 ; 1 200).

Ces droites (dA), (dB) et (dC) sont représentées au verso de ***la feuille annexe***. (1 + 2 + 2 = 5 pts)

4/ a/ Sachant que pendant un mois donné, cet ouvrier agricole gagnerait le même salaire avec les formules B et C, on cherche le point d'intersection des droites (dB) et (dC) et on lit ses coordonnées (7,7 ; 620) ou bien (7,8 ; 620) ; **les pointillés et les flèches aidant à cette lecture** sont apparents sur la figure.

Pendant ce mois, cet ouvrier aurait récolté environ 7,7 tonnes (ou 7,8 tonnes) de pêches.

(Son salaire lu sur l'axe des ordonnées serait d'environ 620 euros) (1 pt)

4/ b/ Puisque cet ouvrier agricole gagnerait le même salaire avec les formules B et C on écrit :
$310 + 40x = 80x$ donc $310 = 80x - 40x$ soit $310 = 40x$ et $x = 310 \div 40 = 7{,}75$

Pendant ce mois, cet ouvrier récolterait **exactement** 7,75 tonnes de pêches.

(Son salaire serait exactement de $80 \times 7{,}75 = 620$ euros) (1,5 pt)

5/ a/ La formule la plus avantageuse pour l'ouvrier se trouve en cherchant le salaire **le plus élevé** à partir de l'abscisse 13 (13 tonnes) : puisque la 3$^{\text{ème}}$ droite rencontrée est (dC), alors **la formule C est la plus avantageuse pour l'ouvrier (pointillés et flèches à partir de 13).** (1 pt)

5/ b/ Son salaire serait de 1 040 euros *(lu sur le graphique)*. On peut vérifier cette valeur par des calculs :
Formule A : 930 ; Formule B : $310 + 13 \times 40 = 830$; Formule C : $80 \times 13 = 1\,040$.

Le salaire le plus élevé pour 13 tonnes de pêches récoltées chaque mois est 1 040 euros. (1 pt)

Solution : **<u>feuille annexe (recto et verso) avec la copie</u>**

Activités géométriques : figure et réponses de l'exercice 3 :

1/ et 3/ Les points M et P sont placés sur la figure ci-dessous.

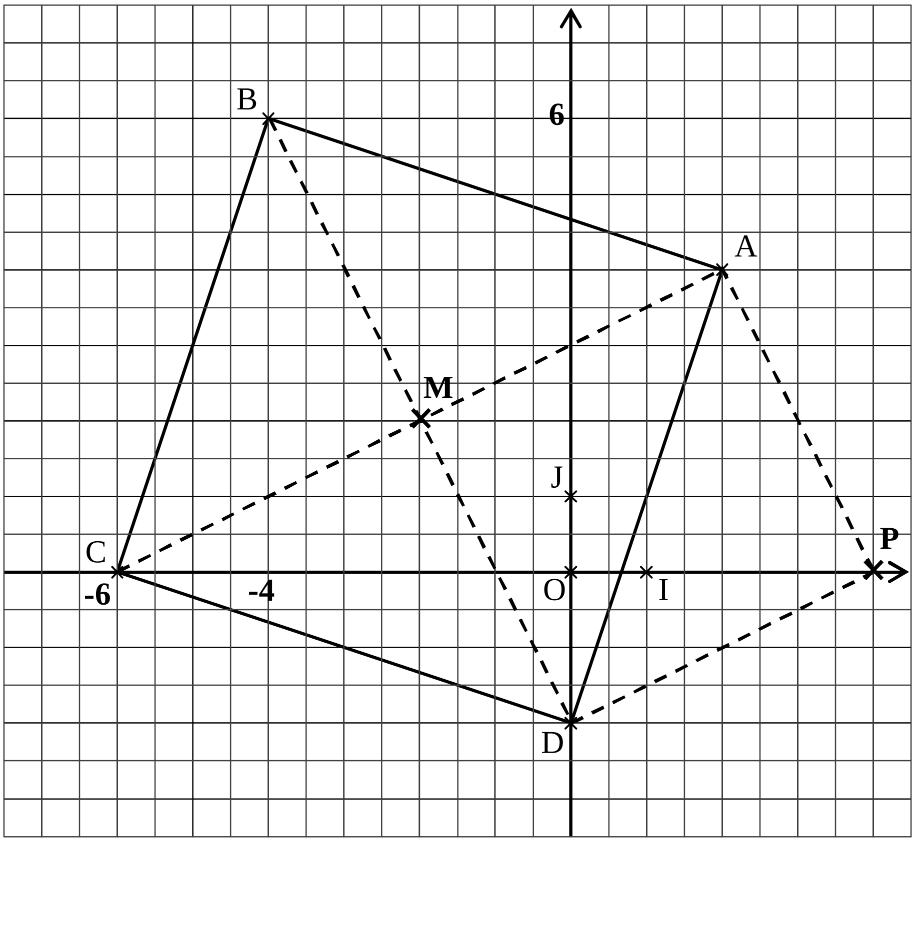
2/ Les coordonnées de B sont (**-4** ; **6**) et celles de C sont (**-6** ; **0**).

4/ Le symétrique du triangle ABM par rapport à la droite (AC) est **le triangle ADM.**

L'image du triangle BMC par la translation de vecteur $\overrightarrow{CD}$ est **le triangle APD.**

L'image du triangle BMC par la rotation de centre M et d'angle 90° transformant D en C est **le triangle AMB.**

Le triangle ABM a pour image le triangle CDM par la **symétrie de centre M.**



Solution : **<u>feuille annexe (recto et verso) avec la copie</u>**

Questions enchaînées : tableau et graphique du problème :

1/

Nombre de tonnes de pêches cueillies dans un mois	**5**	**11**	**15**
Salaire mensuel en euros avec la formule A	930	930	930
Salaire mensuel en euros avec la formule B	510	750	910
Salaire mensuel en euros avec la formule C	400	880	1 200

2/ Compléter les phrases ci-dessous si l'on appelle x la masse de pêches récoltées en tonnes :

Le salaire S(A) mensuel en euros avec la formule A est **930.**

Le salaire S(B) mensuel en euros avec la formule B est **310 + 40*x*.**

Le salaire S(C) mensuel en euros avec la formule C est **80*x*.**

3/ 4/a et 5/