

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).

L'usage de la calculatrice est autorisé conformément à la circulaire n°99-186 du 16 novembre 1999.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

Exercice 1

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).

Pour chaque ligne du tableau, trois réponses sont proposées, mais une seule est exacte.

Aucun point ne sera enlevé en cas de mauvaise réponse.

Indiquer sur votre copie, le numéro de la question et, sans justifier, recopier la réponse exacte.

Questions		Réponses proposées		
1/	$\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ est égal à :	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{12}$	1
2/	$\sqrt{18} - \sqrt{8}$ est égal à :	$\sqrt{2}$	$\sqrt{10}$	$5\sqrt{2}$
3/	L'équation $4x - 3 = 7x + 6$ a pour solution :	3	$\frac{9}{11}$	-3
4/	$\frac{3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}}$ est égal à :	5	0,000 005	0,2
5/	L'arrondi à 1/100 près de $\sqrt{18} - \sqrt{8}$ est égal à :	1,4	3,16	1,41

Exercice 2

Simplifier par 3 la fraction $\frac{1\ 404}{3\ 465}$. La fraction obtenue est-elle irréductible ? Justifier.

Exercice 3

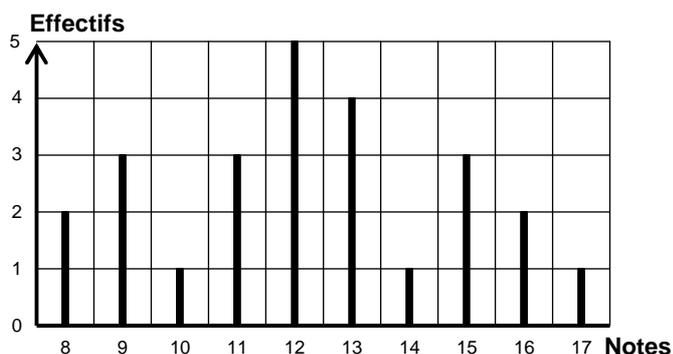
Voici le diagramme en bâtons des notes obtenues par une classe de 25 élèves de Troisième au dernier devoir d'espagnol.

1/ Faire et compléter le tableau des effectifs des notes obtenues.

2/ Déterminer la médiane des notes.

3/ Déterminer l'étendue de la série des notes.

4/ Déterminer le premier et le troisième quartiles de la série des notes.



COLLEGE MAX BRAMERIE DE LA FORCE

Temps alloué : 2h	Coefficient : 2	BREVET BLANC N°2
Épreuve : mathématiques		Date : jeudi 28 avril 2011
Ce sujet comporte : 3 pages		Série collège : 1/3

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

Exercice 1

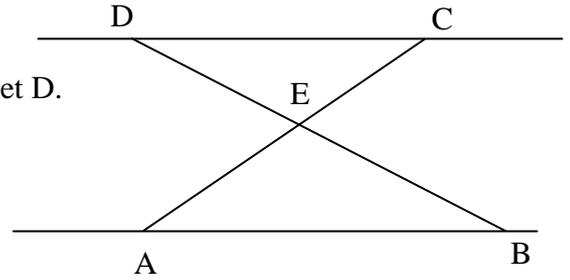
La figure ci-contre n'est pas réalisée en vraie grandeur.

Les points A, E et C sont alignés ainsi que les points B, E et D.

AE = 7,2 cm ; EC = 5,4 cm ; ED = 7,5 cm ; BE = 10 cm

1/ Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Sachant que CD = 6,3 cm, calculer AB.



Exercice 2

Démontrer, pour chacune des trois figures ci-dessous, que le triangle ABC est un triangle rectangle en utilisant les informations fournies.

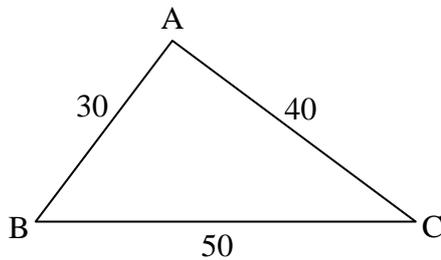


Figure n°1

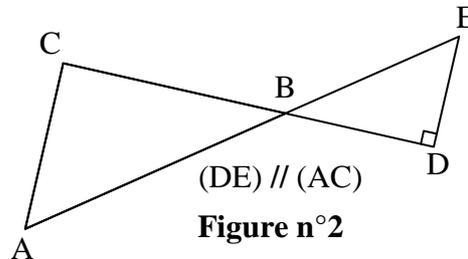


Figure n°2

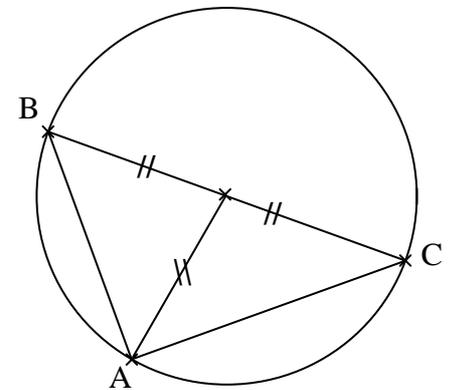


Figure n°3

Exercice 3

1/ Construire un triangle ABC rectangle en C tel que AC = 5 cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$.

2/ Calculer la longueur BC. (On donnera une valeur arrondie au millimètre.)

3/ a/ Où se trouve le centre O du cercle circonscrit au triangle ABC ?

3/ b/ Tracer ce cercle.

4/ Calculer la mesure de l'angle \widehat{OBC} puis en déduire celle de \widehat{BOC} .

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAINÉES (12 points)

Les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

Dans une bibliothèque ouverte du mardi au samedi inclus, on a comptabilisé, jour par jour, le nombre de livres prêtés au cours d'une semaine et on a obtenu les résultats consignés dans le tableau suivant :

	Mardi	Mercredi	Jeudi	Vendredi	Samedi
Nombre de livres prêtés	61	121	42	59	82

- Calculer le nombre total de livres prêtés en une semaine entière.
 - Calculer le nombre moyen de livres prêtés, par jour, durant cette semaine de cinq jours.
- Calculer le pourcentage de livres prêtés le mercredi par rapport à la semaine entière (arrondir à l'unité).
 - Le bibliothécaire dit : « le mercredi, nous prêtons le quart des livres de la semaine. »
A-t-il raison ? Expliquer.

Partie B

Sur une année, on propose au public deux tarifs pour l'emprunt de livres :

- le tarif plein : 0,90 € par livre emprunté ;
- le tarif « abonné » : cotisation annuelle de 10 € à laquelle s'ajoute 0,50 € par livre emprunté.

- Reproduire et compléter le tableau suivant :

Nombre de livres empruntés pendant l'année	10	20	30	50
Prix payé au tarif plein (en €)		18		
Prix payé au tarif abonné (en €)	15			

- On note : x le nombre de livres empruntés pendant l'année ; $P(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif plein ; $A(x)$ le prix payé pour l'emprunt de x livres au tarif « abonné ».

Exprimer $P(x)$ et $A(x)$ en fonction de x .

- Représenter graphiquement sur la copie les deux fonctions définies par :

$$P : x \longmapsto 0,9x \text{ et } A : x \longmapsto 0,5x + 10$$

en prenant pour unités :

- 1 cm pour 5 livres sur l'axe des abscisses ;
- 1 cm pour 5 € sur l'axe des ordonnées.

- Trouver graphiquement le nombre de livres pour lequel les deux tarifs sont équivalents (laisser les traits de constructions apparents).

Retrouver par le calcul le résultat de la question 4.

Solution : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Exercice 1 (1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5 pts) *Les justifications des réponses (en gras) fournies ici n'étaient pas demandées.*

$$1/ \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{3 \times 3 - 2 \times 4}{4 \times 3} = \frac{9 - 8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$2/ \sqrt{18} - \sqrt{8} = \sqrt{9 \times 2} - \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} - \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = (3 - 2)\sqrt{2} = 1\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} 3/ 4x - 3 &= 7x + 6 \\ 4x - 3 - 4x &= 7x + 6 - 4x \\ -3 &= 3x + 6 \\ -3 - 6 &= 3x + 6 - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -9 &= 3x \\ -\frac{9}{3} &= \frac{3x}{3} \\ -3 &= x \end{aligned}$$

Vérification pour (-3) :

$$\begin{aligned} 4x - 3 &= 4 \times (-3) - 3 = -12 - 3 = -15 \\ 7x + 6 &= 7 \times (-3) + 6 = -21 + 6 = -15 \end{aligned}$$

Cette équation admet une solution (-3)

$$4/ \frac{3 \times 10^{-2}}{6 \times 10^{-3}} = \frac{3}{6} \times \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 0,5 \times 10^{-2+3} = 0,5 \times 10^1 = 0,5 \times 10 = 5$$

5/ Avec la calculatrice : $(\sqrt{18}) - (\sqrt{8}) \approx 1,414\ 213\ 562 \dots \approx \mathbf{1,41}$ arrondi à 1/100 près

Exercice 2 (1,5 + 1,5 = 3 pts)

On simplifie la fraction par 3 :

$$\frac{1\ 404}{3\ 465} = \frac{3 \times 468}{3 \times 1\ 155} = \frac{468}{1\ 155}$$

La somme des chiffres de 468 vaut 4 + 6 + 8 = 12.

La somme des chiffres de 1 155 vaut 1 + 1 + 5 + 5 = 12.

Ainsi la fraction obtenue est simplifiable par 3, donc elle **n'est pas irréductible.**

Autre justification : avec l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{aligned} 1\ 155 &= 2 \times 468 + 219 \\ 468 &= 2 \times 219 + 30 \\ 219 &= 7 \times 30 + 9 \\ 30 &= 3 \times 9 + 3 \\ 9 &= 3 \times 3 + 0 \end{aligned}$$

Ainsi PGCD (468 ; 1 155) = 3.

Donc la fraction obtenue est simplifiable par 3, elle **n'est pas irréductible.**

Exercice 3 (1 + 1 + 0,5 + 1,5 = 4 pts)

1/

Notes	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectifs	2	3	1	3	5	4	1	3	2	1
Effectifs cumulés	2	5	6	9	14	18	19	22	24	25

2/ $25 \div 2 = 12,5$; la médiane est la 13^o donnée de la série ; d'après le tableau ci-dessus c'est 12. La médiane des notes est 12.

3/ $17 - 8 = 9$; l'étendue des notes est 9.

4/ $25 \div 4 = 6,25$; le 1^{er} quartile est la 7^o donnée de la série ; d'après le tableau ci-dessus c'est 11.

$(25 \div 4) \times 3 = 18,75$; le 3^o quartile est la 19^o donnée de la série ; d'après le tableau ci-dessus c'est 14.

Solution : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES

Exercice 1 (1,5 + 1,5 = 3 pts)

1/ D'une part $\frac{AE}{EC} = \frac{7,2}{5,4}$ et d'autre part $\frac{BE}{ED} = \frac{10}{7,5}$

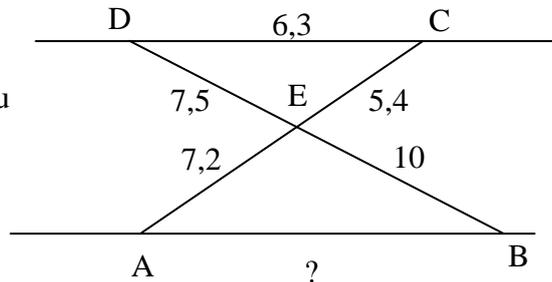
Puisque $7,2 \times 7,5 = 54$ et $5,4 \times 10 = 54$, alors $\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED}$

Puisque les points A, E et C sont alignés dans le même ordre que les points B, E et D, avec $\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Puisque les droites (AC) et (DB) sont sécantes en E avec (AB) // (CD), alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{AE}{EC} = \frac{BE}{ED} = \frac{AB}{CD} \text{ c'est-à-dire } \frac{7,2}{5,4} = \frac{10}{7,5} = \frac{AB}{6,3}$$

$$AB = \frac{10 \times 6,3}{7,5} = 8,4 \text{ donc } AB = 8,4 \text{ cm.}$$



Exercice 2 (2 + 1 + 2 = 5 pts)

Figure n°1

D'une part la somme des carrés des deux plus petits côtés est :

$$AB^2 + AC^2 = 30^2 + 40^2 = 900 + 1\,600 = 2\,500.$$

D'autre part le carré du plus grand côté est :

$$BC^2 = 50^2 = 2\,500.$$

Puisque $AB^2 + AC^2 = BC^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

Figure n°2

Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Ici (DE) // (AC) et (CD) \perp (DE) donc (CD) \perp (AC).

Puisque (CD) \perp (AC), alors $\widehat{ACB} = 90^\circ$ et le triangle ABC est rectangle en C.

Figure n°3

D'après le codage, le triangle ABC est inscrit dans le cercle et le côté [BC] est un diamètre de ce cercle.

Puisque le triangle ABC est inscrit dans le cercle de diamètre [BC] alors ABC est rectangle en A.

Exercice 3 (0,5 + 1 + 1 + 0,5 + 1 = 4 pts)

1/ Le triangle ABC rectangle en C tel que AC = 5 cm et $\widehat{BAC} = 40^\circ$ est tracé ci-contre en vraie grandeur.

2/ Puisque ABC est rectangle en C, on a :

$$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} \text{ donc } \frac{\tan 40^\circ}{1} = \frac{BC}{5}$$

$$BC = \frac{5 \times \tan 40^\circ}{1} \approx 4,195 \dots \text{ donc } BC \approx 4,2 \text{ cm arrondi au mm.}$$

3/a/ Puisque le triangle ABC est rectangle en C, alors le centre O de son cercle circonscrit se trouve au milieu de l'hypoténuse [AB].

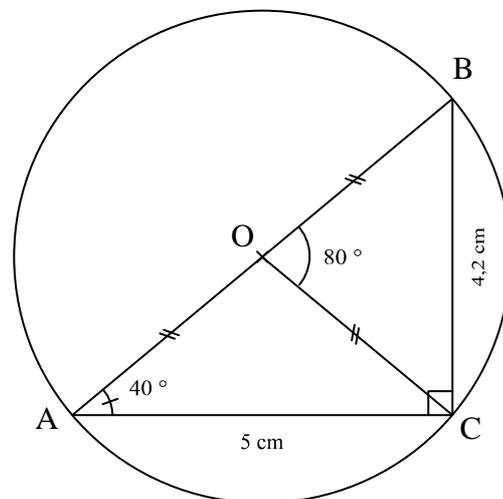
3/b/ Ce cercle est tracé sur la figure ci-contre.

4/ Dans le triangle ABC, la somme des angles vaut 180° donc

$$\widehat{OBC} = 180^\circ - 40^\circ - 90^\circ = 50^\circ ; \text{ de même dans le triangle OBC}$$

isocèle en O, la somme des angles vaut 180° avec $\widehat{OBC} = \widehat{OCB} =$

$$50^\circ ; \text{ donc } \widehat{BOC} = 180^\circ - 50^\circ - 50^\circ = 80^\circ.$$



Solution : QUESTIONS ENCHAÎNÉES (12 points)

Partie A (1 + 1 + 1 + 1 = 4 pts)

1/a/ $61 + 121 + 42 + 59 + 82 = 365$

365 livres ont été prêtés en une semaine entière.

1/b/ $\frac{365}{5} = 73$

Le nombre moyen de livres prêtés chaque jour, pendant cette semaine de 5 jours est 73.

2/a/ $\frac{121}{365} \approx 0,3315... \approx \frac{33,15}{100} \approx 33\%$ arrondi à l'unité.

33 % est le pourcentage de livres prêtés le mercredi par rapport à la semaine entière.

2/b/ Le quart représente 25 % et $25\% \neq 33\%$; donc le bibliothécaire se trompe.

Partie B ($6 \times 0,5 + 2 \times 0,5 + 2 \times 1 + 2 \times 1 = 8$ pts)

1/ $0,9 \times 10 = 9$; $0,9 \times 30 = 27$; $0,9 \times 50 = 45$

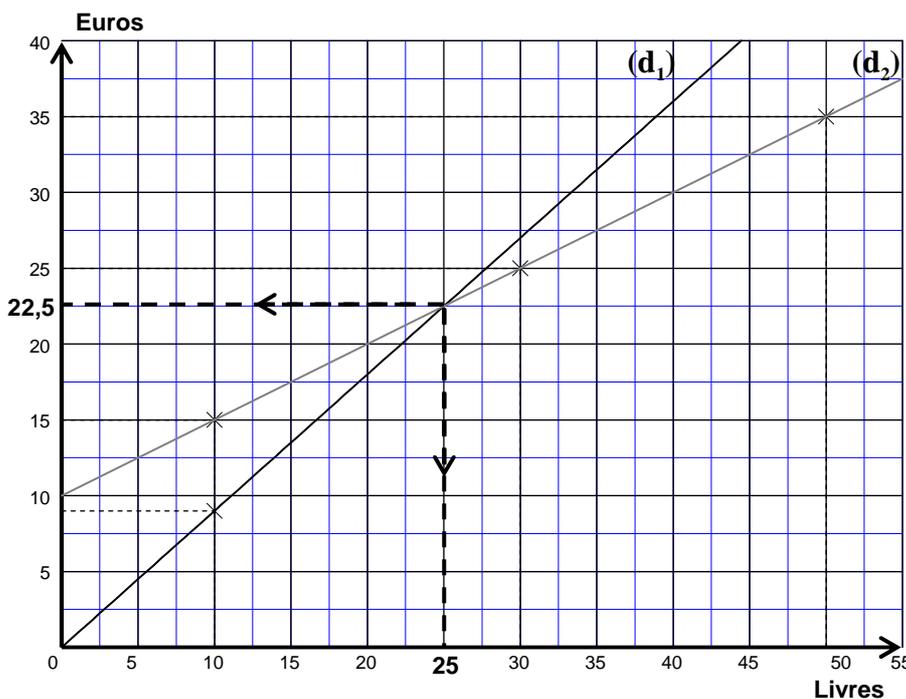
$0,5 \times 20 + 10 = 20$; $0,5 \times 30 + 10 = 25$; $0,5 \times 50 + 10 = 35$

Nombre de livres empruntés pendant l'année	10	20	30	50
Prix payé au tarif plein (en €)	9	18	27	45
Prix payé au tarif abonné (en €)	15	20	25	35

2/ $P(x) = 0,9x$; $A(x) = 0,5x + 10$.

3/ P est une fonction du type $P(x) = ax$; elle est linéaire avec $a = 0,9$, donc sa représentation graphique est la droite (d_1) passant, d'après 1/ par les points de coordonnées (10 ; 9) et (30 ; 25).

A est une fonction du type $A(x) = ax + b$; elle est affine avec $a = 0,5$ et $b = 10$, donc sa représentation graphique est la droite (d_2) passant, d'après 1/ par les points de coordonnées (10 ; 15) et (50 ; 35).



4/ Graphiquement : les deux droites (d_1) et (d_2) sont sécantes au point de coordonnées (25 ; 22,5).

Donc les deux tarifs sont équivalents (à 22,5 €) pour 25 livres empruntés.

Par calcul : trouvons x lorsque $P(x) = A(x)$; $0,9x = 0,5x + 10$
 $0,9x - 0,5x = 10$

$0,4x = 10$ donc $x = 10 \div 0,4 = 25$

Ainsi pour 25 livres empruntés les deux tarifs sont équivalents.

$P(25) = 0,9 \times 25 = 22,5$

$A(25) = 0,5 \times 25 + 10 = 12,5 + 10 = 22,5$

Le prix est bien de 22,5 €.

[Présentation : 0 pt à 9 pts (2 pts max) ; 9,5 pts à 18 pts (3 pts max) ; 18,50 pts à 40 pts (4 pts max)]