Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

On donne le programme de calcul ci-contre :

- Choisir un nombre.
- Lui ajouter 3.
- Multiplier cette somme par 4.
- Enlever 12 au résultat obtenu.

1/ Montrer que si le nombre choisi au départ est 2, alors on obtient le résultat 8.
2/ Calculer la valeur exacte du résultat obtenu lorsque :
a/ le nombre choisi est $\frac{1}{3}$;
b/ le nombre choisi est (– 5).
3/a/ Comment peut-on, avec une seule opération, trouver le résultat final à partir du nombre choisi ?
b/ Démontrer la réponse donnée à la question 3/a.
Dans cette réponse, toute trace de recherche sera prise en compte pour l'évaluation.

Exercice 2

La roussette rousse est une espèce de chauve-souris, endémique au territoire de la Nouvelle-Calédonie. Elle sera la mascotte officielle des XIV^{e} Jeux du Pacifique de 2011.
Dans une urne, on a dix boules indiscernables au toucher portant les lettres du mot ROUSSETTES.

R O U S S E T T E S

Une expérience consiste à tirer au hasard une boule de cette urne et lire la lettre inscrite sur celle-ci.

1/ Quelles sont les six issues d'une telle expérience ?

2/ Déterminer les probabilités des événements suivants :

a/ la lettre tirée est un R ; **b/** la lettre tirée est un S ; **c/** la lettre tirée n'est pas un S.

3/ Sandra affirme qu'elle a moins de chance d'obtenir une voyelle qu'une consonne après un tirage. A-t-elle raison ? Justifier votre réponse.

Exercice 3

À traiter sur le **recto** de la feuille annexe qui est à **remettre avec votre copie**.

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre.

ABC est un triangle tel que AB = 16 cm, AC = 14 cm et BC = 8 cm.

1/a/ Tracer en vraie grandeur le triangle ABC sur la copie.
b/ Le triangle ABC est-il rectangle ? Justifier.

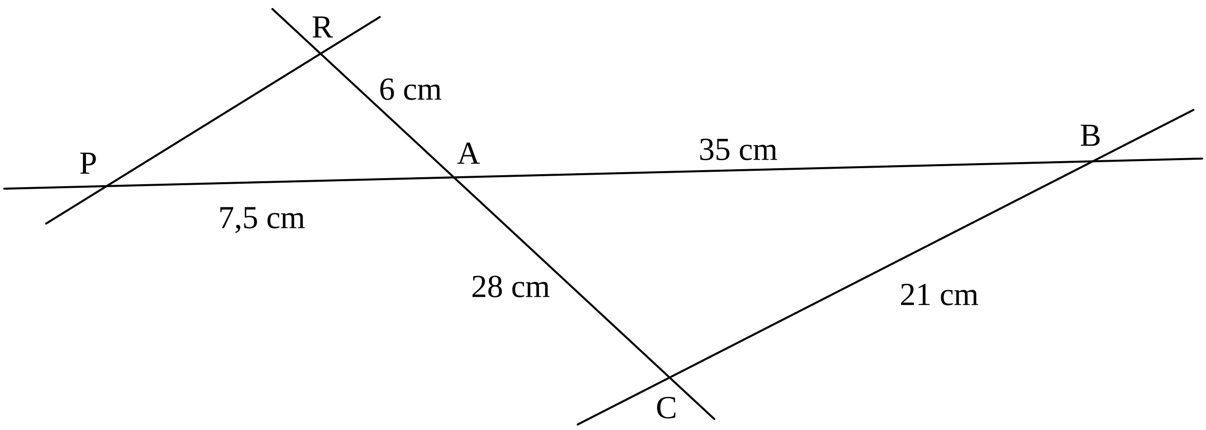
2/ Le mathématicien Héron d'Alexandrie (I[er] siècle) a trouvé une formule permettant de calculer le carré de l'aire $\mathcal{A}$ d'un triangle à partir des mesures de ses côtés notées a, b et c et de son périmètre p :

$$\mathcal{A}^2 = \frac{p}{2} \times \left(\frac{p}{2} - a\right) \times \left(\frac{p}{2} - b\right) \times \left(\frac{p}{2} - c\right)$$

À l'aide de cette formule et d'une calculatrice, donner l'aire du triangle ABC arrondie au cm^2.

Exercice 2

Deux droites (PB) et (RC) sont sécantes en un point A.



(Sur le dessin, les dimensions indiquées ne sont pas respectées.)

Démontrer que les droites (PR) et (BC) sont parallèles.

Exercice 3

Toutes les questions sont indépendantes.
Soit ABC un triangle tel que : AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.

1/ Faire une figure que l'on complétera au fur et à mesure.

2/ Montrer que le triangle ABC est un triangle rectangle.

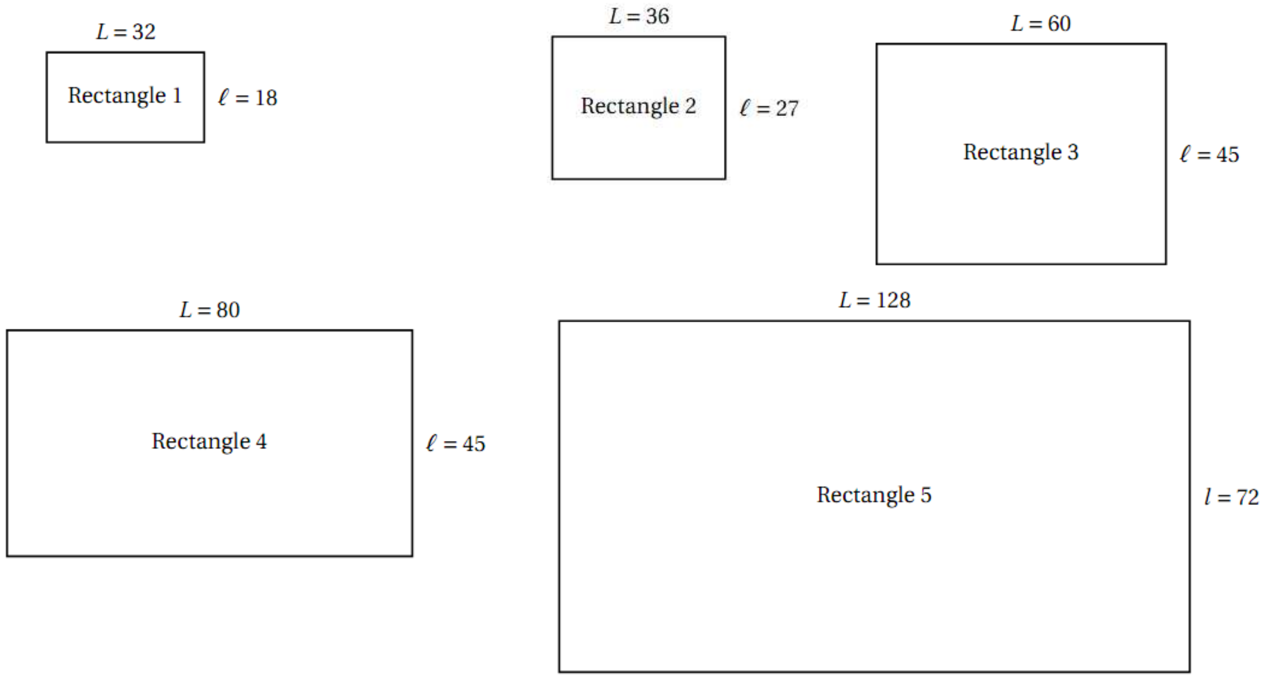
3/a/ Placer le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm.
Tracer le cercle de diamètre [BE] et placer le point F situé à l'intersection de ce cercle et du côté [BC].
b/ Montrer que le triangle BEF est rectangle.

4/a/ Montrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.
b/ Calculer BF et EF.

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie A ***(format d'un rectangle)***

Pour chacun des rectangles ci-après, la longueur L et la largeur ℓ sont indiquées. L'unité est le cm.



1/ Compléter le tableau du **<u>recto</u>** de la feuille annexe.

2/ L'écriture irréductible de la fraction $\frac{L}{\ell}$ obtenue pour chaque rectangle est le format du rectangle.

a/ Parmi les cinq rectangles ci-dessus, lesquels ont le même format que le rectangle 1 ?
b/ Parmi les cinq rectangles ci-dessus, lesquels ont le même format que le rectangle 2 ?

3/ Un rectangle est au format $\frac{16}{9}$.

a/ Sachant que la largeur de ce rectangle est 5,4 cm, calculer sa longueur.
b/ Dessiner ce rectangle sur votre copie.
c/ Exprimer la longueur L d'un rectangle au format $\frac{16}{9}$ en fonction de sa largeur ℓ.

Partie B ***(étude graphique)***

À traiter **<u>entièrement</u>** sur le **<u>verso</u>** de la feuille annexe.

Partie C ***(diagonales des rectangles de format*** $\boldsymbol{\frac{16}{9}}$***)***

Les écrans de télévision sont des rectangles qui sont en général au format $\frac{16}{9}$ ou $\frac{4}{3}$. Les fabricants indiquent souvent, comme caractéristique de l'écran, la mesure de sa diagonale.

1/ Calculer la diagonale du rectangle 5 arrondie à l'unité.

2/ Pour Noël, Jessica a acheté un téléviseur $\frac{16}{9}$ dont les dimensions sont celles du rectangle 5 ;

Olivier affirme que la diagonale vaut approximativement le triple de la largeur, Marion suggère que la diagonale vaut environ le double de la largeur alors que Joël croit que la diagonale vaut presque la moitié de la largeur ; Jessica est d'accord avec Marion ; Kristel donne raison à Olivier et Christophe pense que Joël à tort. Lesquels de ces six amis ont raison ? Justifier votre réponse.

Nom : **Prénom :** **<u>Recto de la Feuille annexe</u>**

Exercice 3 de la PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction *g* :

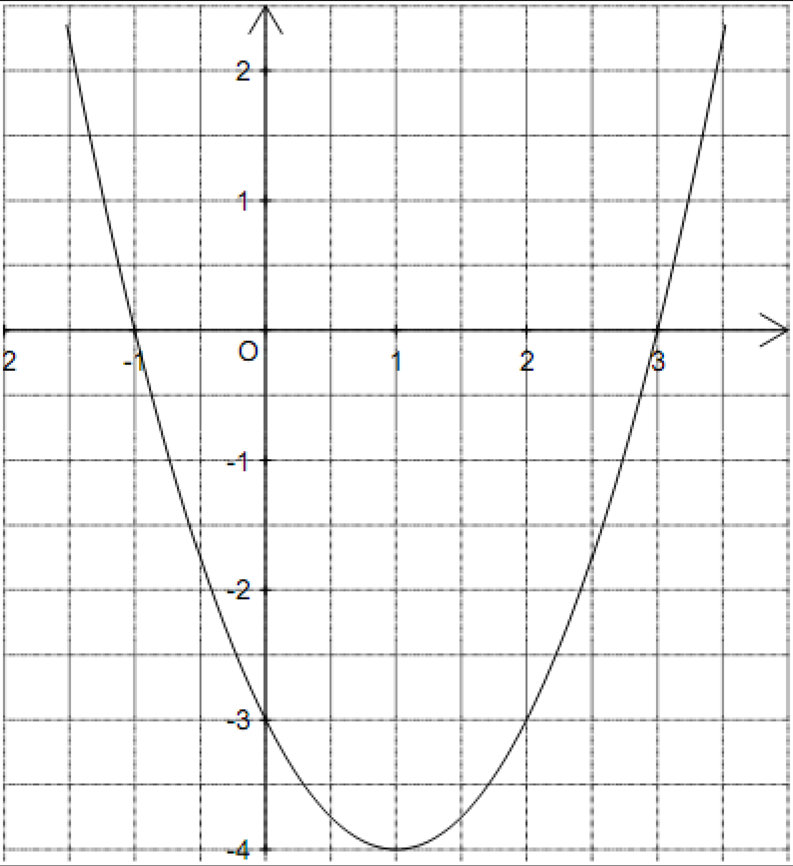
Par lecture graphique, compléter :

a/ l'image de 1 par la fonction *g* est ……

b/ les antécédents de 0 par la fonction *g* sont ………………

c/ *g*(2) = ……

d/ les nombres qui ont pour image – 3 par la fonction *g* sont ………………



Question 1/ Partie A de la TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES

*Dans la **<u>dernière ligne du tableau</u>**, les* **fractions** *doivent être **<u>simplifiées au maximum (irréductibles).</u>***

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5
Longueur *L*	32	36			
Largeur ℓ	18	27			
$\frac{L}{\ell}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$			

À chaque rectangle de longueur L et de largeur ℓ, on associe le point de coordonnées $(\ell ; L)$ sur le graphique ci-dessous, d'origine $\boldsymbol{O}$.
Le point P_1 correspond au rectangle 1 et P_2 correspond au rectangle 2 de la partie A.

1/ Placer, sur le graphique ci-dessous, les trois autres points P_3, P_4 et P_5.

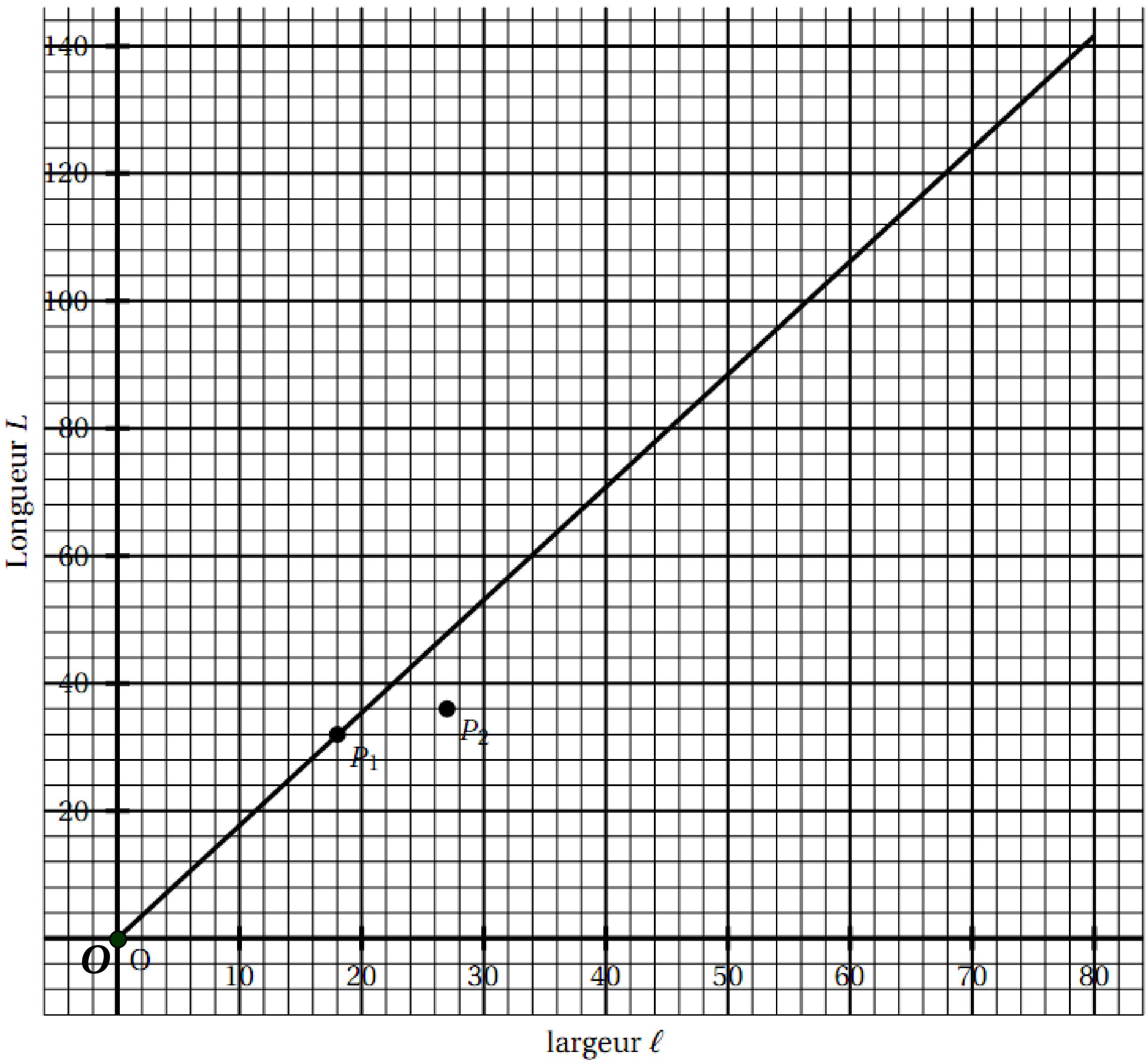
2/ Écrire une conjecture sur la position des points correspondants aux rectangles de format $\frac{16}{9}$.

Conjecture : ……………………………………………………………………………………

3/ On considère un rectangle de largeur ℓ et de longueur L dont le format est $\frac{16}{9}$.

On appelle M le point du graphique correspondant à ce rectangle.
Expliquer, ci-dessous, pourquoi M est un point situé sur la droite (OP_1).

Explication : ……………………………………………………………………………………



Solution

PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(0,5 + 1 + 0,5 + 1 +1 = 4 pts)*

1/ $(2 + 3) \times 4 - 12 = 5 \times 4 - 12 = 20 - 12 = 8$ *(on peut remarquer que $8 = 2 \times 4$ …)*

2/a/ $(\frac{1}{3} + 3) \times 4 - 12 = (\frac{1}{3} + \frac{9}{3}) \times 4 - 12 = \frac{10}{3} \times 4 - 12 = \frac{40}{3} - \frac{36}{3} = \frac{4}{3}$ *(on peut remarquer que $\frac{4}{3} = \frac{1}{3} \times 4$ …)*

2/b/ $(-5 + 3) \times 4 - 12 = -2 \times 4 - 12 = -8 - 12 = -20$ *(on peut remarquer que $-20 = -5 \times 4$ …)*

3/a/ Par les remarques de la question 2, il semble que l'on puisse trouver le résultat final en multipliant le nombre choisi par 4.

3/b/ Pour démontrer que cela marche <u>toujours</u>, j'utilise une lettre x pour le nombre choisi : alors le résultat final est : $(x + 3) \times 4 - 12 = 4x + 3 \times 4 - 12 = 4x + 12 - 12 = 4x$; le résultat final est bien le nombre choisi au départ multiplié par 4 !

Exercice 2 *(0,5 + 3 + 1,5 = 5 pts)*

1/ Les six issues de cette expérience sont R, O, U, S, E et T.

2/a/ p(la lettre tirée est un R) $= \frac{1}{10}$; 2/b/ p(la lettre tirée est un S) $= \frac{3}{10}$;

2/c/ p(la lettre tirée n'est pas un S) $= \frac{10}{10} - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$ *(on peut aussi compter 7 lettres parmi les 10 qui ne sont pas des S…).*

3/ p(la lettre tirée est une voyelle) $= \frac{4}{10}$ donc p(la lettre tirée est une consonne) $= \frac{10}{10} - \frac{4}{10} = \frac{6}{10}$.

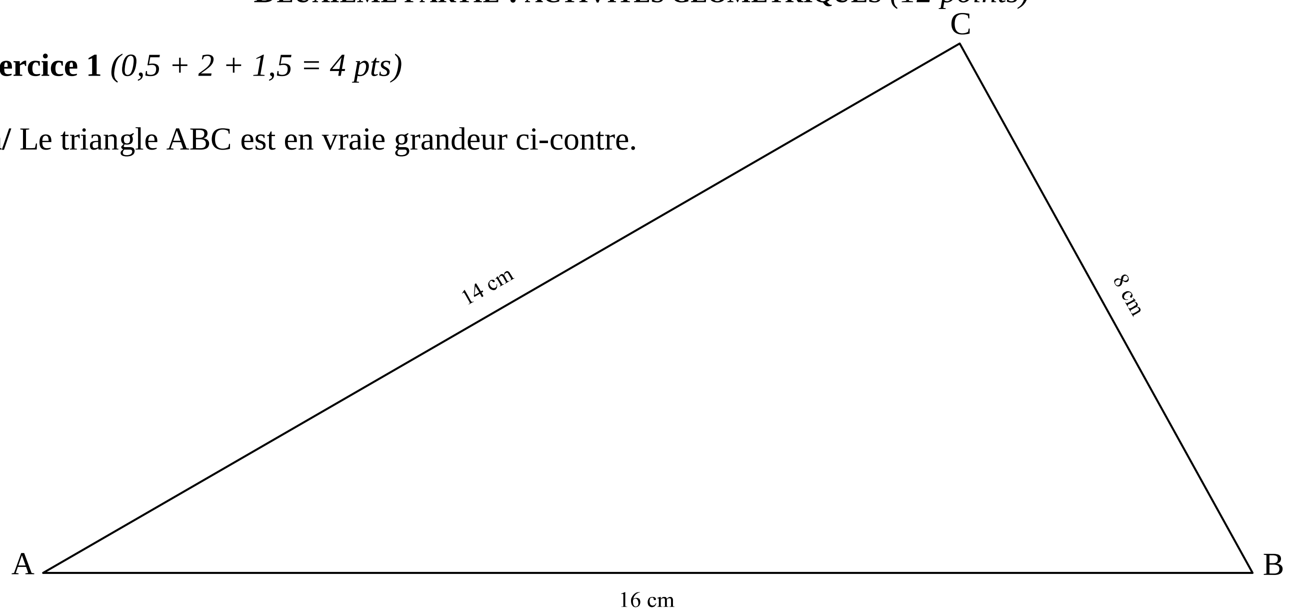
Puisque p(la lettre tirée est une voyelle) < p(la lettre tirée est une consonne), Sandra a raison.

Exercice 3 traité sur le **<u>recto</u>** de la feuille annexe solution. *(0,5 ×6 = 3 pts)*

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 *(0,5 + 2 + 1,5 = 4 pts)*

1/a/ Le triangle ABC est en vraie grandeur ci-contre.



1/b/ D'une part le plus grand côté est [AB] avec $AB^2 = 16^2 = 256$ et d'autre part $AC^2 + BC^2 = 14^2 + 8^2 = 196 + 64 = 260$. Ainsi $AB^2 \neq AC^2 + BC^2$ alors d'après la contraposée (ou conséquence) du théorème de Pythagore, le triangle ABC <u>n'est pas</u> un triangle rectangle *(on ne sait donc pas calculer son aire en ne connaissant que les mesures de ses trois côtés …).*

2/ $\mathcal{A}^2 = \frac{(16 + 14 + 8)}{2} \times \left(\frac{(16 + 14 + 8)}{2} - 16 \right) \times \left(\frac{(16 + 14 + 8)}{2} - 14 \right) \times \left(\frac{(16 + 14 + 8)}{2} - 8 \right)$

$\mathcal{A}^2 = 19 \times (19 - 16) \times (19 - 14) \times (19 - 8) = 19 \times 3 \times 5 \times 11 = 3\,135$; donc $\mathcal{A} = \sqrt{3\,135}$ cm² (valeur exacte) ; $\mathcal{A} \approx 55,91..$ cm² (valeur approchée) ; <u>$\mathcal{A} \approx 56$ cm²</u> <u>arrondie au cm²</u>.

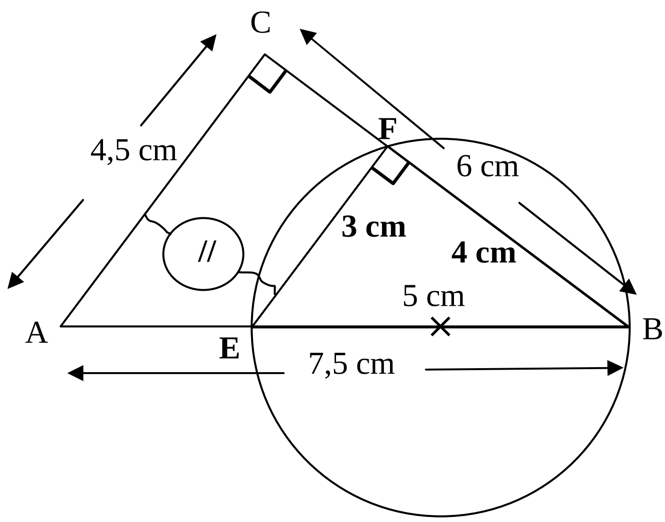
Exercice 2 *(0,5 × 4 = 2 pts)*

D'une part $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{7{,}5}{35}$ et d'autre part $\dfrac{AR}{AC} = \dfrac{6}{28}$; $6 \times 35 = 210$ et $7{,}5 \times 28 = 210$ donc $\dfrac{AP}{AB} = \dfrac{AR}{AC}$ avec les points A,P et B alignés <u>dans le même ordre</u> que les points A, R et C, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, <u>les droites (PR) et (BC) sont parallèles</u>.

Exercice 3 *(0,5 + 1,5 + 1 + 1 + 0,5 + 1,5 = 6 pts)*

1/ Le triangle ABC <u>est construit</u> ci-contre en vraie grandeur tel que AB = 7,5 cm, AC = 4,5 cm et BC = 6 cm.

2/ Le plus grand côté est [AB] avec d'une part
$AB^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$ et d'autre part
$AC^2 + BC^2 = 4{,}5^2 + 6^2 = 20{,}25 + 36 = 56{,}25$.
Puisque $AB^2 = AC^2 + BC^2$, alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, <u>le triangle ABC est rectangle en C.</u>



3/a/ Le point E du segment [AB] tel que BE = 5 cm <u>est placé</u> sur la figure ci-contre ainsi que le cercle de <u>diamètre</u> [BE] et le point F.

b/ Puisque le point F appartient au cercle de diamètre [BE], <u>le triangle BEF est rectangle</u> en F ou bien :
Puisque le triangle BEF est <u>inscrit</u> dans le cercle de <u>diamètre</u> [BE], il est rectangle en F.

4/a/ D'après les questions 1/ et 3/b les droites (AC) et (EF) sont perpendiculaires à la même droite (BC), donc elles sont parallèles :
(AC) // (EF).

4/b/ Les droites (CF) et (AE) sont sécantes en B avec (AC) // (EF) alors on peut utiliser le théorème de Thalès :

$$\frac{BF}{BC} = \frac{BE}{BA} = \frac{EF}{AC}$$

$$\frac{BF}{6} = \frac{5}{7{,}5} = \frac{EF}{4{,}5}$$

$$BF = \frac{6 \times 5}{7{,}5} = 4 \text{ et } EF = \frac{5 \times 4{,}5}{7{,}5} = 3$$

BF = 4 cm et EF = 3 cm.

(La figure tracée ci-dessus comporte toutes les informations données ou trouvées dans l'exercice.)

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie A *(3 + 1 + 0,5 + 0,5 + 0,5 + 0,5 = 6 pts)*

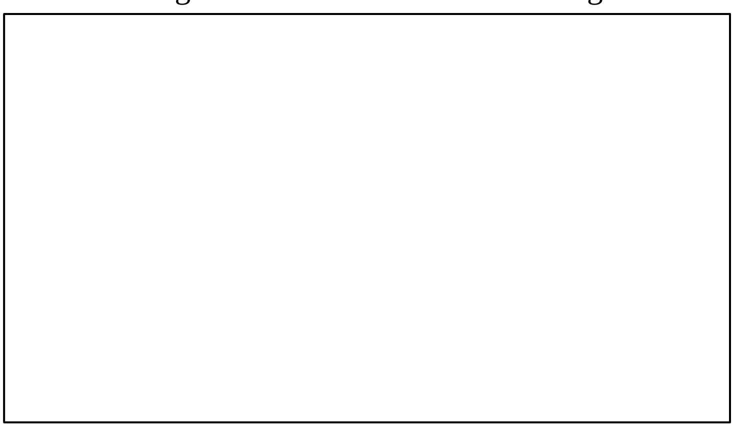
1/ Traitée sur la feuille annexe solution.

2/a/ D'après le tableau de la question 1, les rectangles 4 et 5 sont au format 16/9 comme le rectangle 1.

2/b/ D'après le tableau de la question 1, le rectangle 3 est au format 4/3 comme le rectangle 2.

3/a/ Puisque ce rectangle est au format $\dfrac{16}{9}$, alors $\dfrac{L}{5{,}4} = \dfrac{16}{9}$; donc $L = \dfrac{5{,}4 \times 16}{9} = 9{,}6$; ainsi $L = 9{,}6$ cm.

3/b/ Le rectangle est tracé ci-dessous en vraie grandeur.



3/c/ Puisque le triangle est au format $\dfrac{16}{9}$,

alors on a $\dfrac{L}{\ell} = \dfrac{16}{9}$ donc $L = \dfrac{\ell \times 16}{9} = \dfrac{16}{9}\ell$

Partie B feuille annexe *(1,5+1+0,5=3pts)*

Partie C *(2+1 =3 pts)*

1/ Le théorème de Pythagore donne :
$\text{Diagonale}^2 = 128^2 + 72^2 = 16\,384 + 5\,184$
$\text{Diagonale}^2 = 21\,568$
$\text{Diagonale} = \sqrt{21\,568} \approx 146{,}860$ …
La diagonale mesure 147 cm arrondie à l'unité.

2/ Puisque la largeur du rectangle 5 vaut 72 cm, son double vaut 144 cm : c'est <u>Marion</u>, <u>Jessica</u> et <u>Christophe</u> qui ont raison :
147 cm ≈ 2 × 72 cm !

Exercice 3 de la PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES

Le graphique ci-contre représente la courbe d'une fonction *g* :

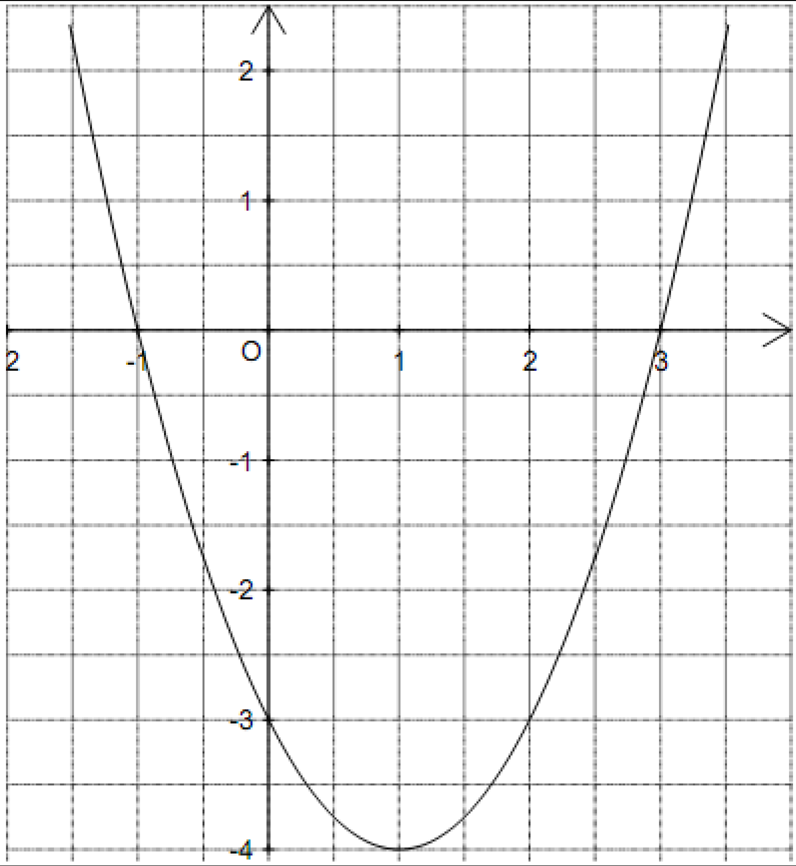
Par lecture graphique, compléter :

a/ l'image de 1 par la fonction *g* est **(– 4).**

b/ les antécédents de 0 par la fonction *g* sont **(– 1) et 3.**

c/ *g*(2) = **– 3.**

d/ les nombres qui ont pour image – 3 par la fonction *g* sont **0 et 2.**



Question 1/ Partie A de la TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES

Dans la dernière ligne du tableau, les fractions *sont simplifiées au maximum (irréductibles) : les* ***explications*** *sont ci-dessous :*

$$\mathbf{\frac{60}{45} = \frac{15 \times 4}{15 \times 3} = \frac{4}{3}} \quad ; \quad \mathbf{\frac{80}{45} = \frac{5 \times 16}{5 \times 9} = \frac{16}{9}} \quad ; \quad \mathbf{\frac{128}{72} = \frac{8 \times 16}{8 \times 9} = \frac{16}{9}}$$

	Rectangle 1	Rectangle 2	Rectangle 3	Rectangle 4	Rectangle 5
Longueur L	32	36	**60**	**80**	**128**
Largeur ℓ	18	27	**45**	**45**	**72**
$\frac{L}{\ell}$	$\frac{16}{9}$	$\frac{4}{3}$	$\mathbf{\frac{4}{3}}$	$\mathbf{\frac{16}{9}}$	$\mathbf{\frac{16}{9}}$

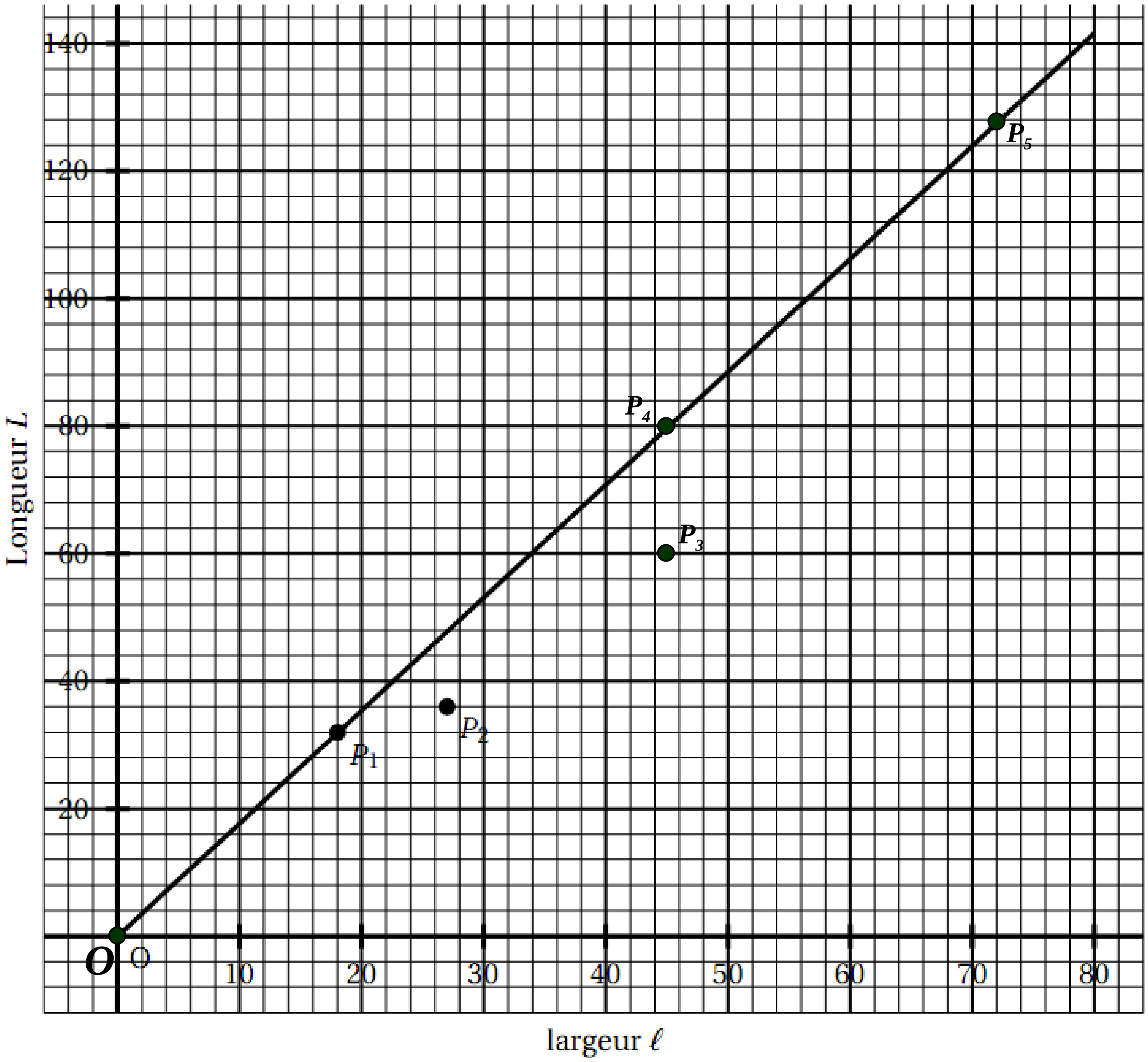
À chaque rectangle de longueur L et de largeur ℓ, on associe sur le graphique ci-dessous le point de coordonnées (ℓ; L). **Le point P_1 a pour coordonnées (18 ; 32), le point P_2 a pour coordonnées (27 ; 36), le point P_3a pour coordonnées (45 ; 60), le point P_4 a pour coordonnées (45 ; 80) et le point P_5 a pour coordonnées (72 ; 128)** ***(attention : l'axe des largeurs est gradué de 10 en 10 alors que l'axe des longueurs est gradué de 20 en 20 …).***

1/ Les trois points P_3, P_4 et P_5 correspondants aux rectangles 3, 4 et 5 sont placés ci-dessous.

2/ <u>Conjecture :</u> les points correspondants aux rectangles P_1, P_4 et P_5 de format 16/9 semblent situés sur la droite passant par O et P_1.

3/ <u>Explication :</u> d'après la question 3/b de la partie A, pour un rectangle de format 16/9, nous savons que $L = \frac{16}{9}\ell$; ainsi la longueur de ces rectangles est une fonction linéaire dont la représentation graphique est la droite passant par l'origine du repère O et le point P_1.

Tout point M de coordonnées (ℓ; L) et correspondant à un rectangle de format 16/9 est situé sur la droite (OP_1).



Présentation : 0 pt ---> 9 pts (2/4 max) ; 9,5 pts---> 18 pts (3/4 max) ; 18,50 pts ---> 40 pts (4/4 max)