Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1

Aucune justification n'est demandée pour cet exercice, les calculs pourront être réalisés à la calculatrice.
On donne les nombres suivants :

$$A = \frac{927}{486 - 13 \times 8} \qquad B = \frac{3 \times 10^5 - 6 \times 10^3}{3 \times 10^{11}} \qquad C = \sqrt{\frac{442{,}5 - 7^2 \times 2{,}5}{5}}$$

1. Calculer A et donner un arrondi à 0,01 près.
2. Donner l'écriture scientifique de B.
3. Calculer C.

Exercice 2

Un carré a pour aire 225 cm^2. Quel est le périmètre de ce carré ? Justifier votre réponse.

Exercice 3

Une classe de 3$^{\text{ème}}$ est composée de 25 élèves. Certains sont externes, les autres sont demi-pensionnaires.

Le tableau **du document annexe de la page 4** du sujet donne une partie de la composition de la classe.

1. Compléter ce tableau sur la page 4 du sujet.
2. On choisit au hasard un élève de cette classe.
   - **a.** Quelle est la probabilité pour que cet élève soit une fille ?
   - **b.** Quelle est la probabilité pour que cet élève soit externe ?
   - **c.** Si cet élève est demi-pensionnaire, quelle est la probabilité que ce soit un garçon ?

Exercice 4

Un plaquiste souhaite recouvrir un mur rectangulaire avec des plaques isolantes.
Ce mur mesure 270 cm de haut sur 330 cm de large.
Les plaques isolantes doivent être de forme carrée, les plus grandes possibles, et il ne veut pas de chutes.

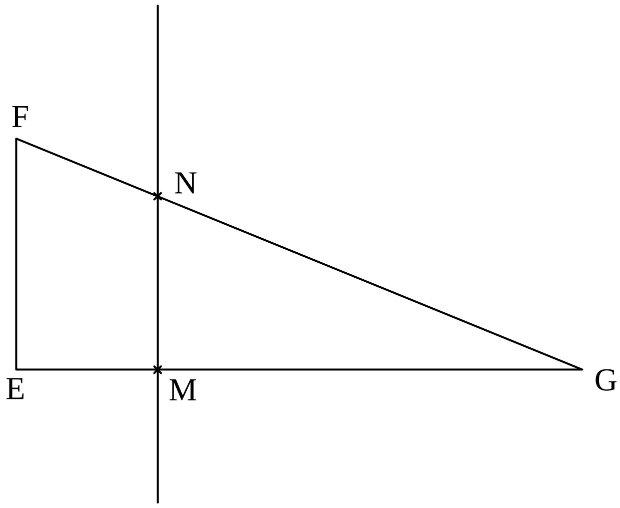
1. Calculer le PGCD des nombres 330 et 270 en indiquant la méthode utilisée.
2. En déduire les dimensions d'une de ces plaques isolantes et le nombre de plaques nécessaires.

Deuxième partie : activités géométriques *(12 points)*

Exercice 1

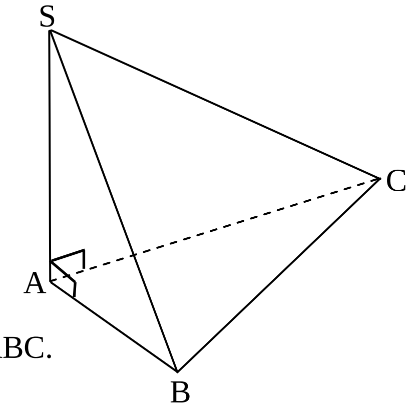
EFG est un triangle rectangle en E tel que EF = 5 cm et FG = 13 cm.
La figure donnée n'est pas réalisée à l'échelle.

1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{EFG}$. Arrondir au degré près.
2. Montrer que EG = 12 cm.
3. On considère le point M sur le segment [EG] tel que EM = 3 cm.
   Calculer GM.
4. La perpendiculaire à la droite (EG) passant par M coupe le segment [FG] en N.
   Les droites (MN) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifier.
5. Calculer GN.

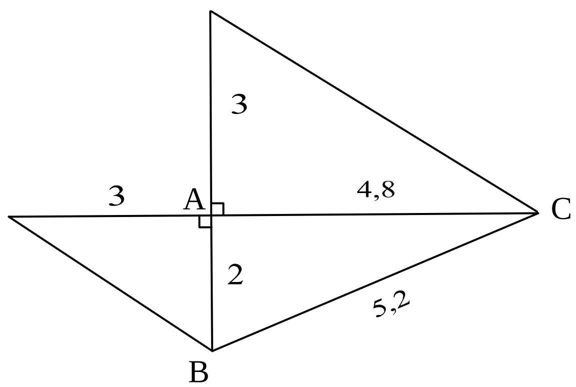


Exercice 2

SABC est une pyramide de base triangulaire ABC telle que :
AB = 2 cm ; AC = 4,8 cm et BC = 5,2 cm.
La hauteur SA de cette pyramide est 3 cm.



1. Dessiner en vraie grandeur le triangle ABC.
2. Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.
3. On veut construire un patron en vraie grandeur de la pyramide SABC.
   Le début de ce patron est dessiné ci-dessous à main levée.



   Tracer, en vraie grandeur, le patron complet de cette pyramide.

4. Calculer le volume de SABC en cm^3.
   On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :
   $$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h, \text{ où } \mathcal{B} \text{ est l'aire d'une base et } h \text{ la hauteur associée.}$$

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie A

Une compagnie de transport maritime met à disposition deux bateaux appelés Catamaran Express et Ferry Vogue pour une traversée inter-îles de 17 kilomètres.

1. Le premier départ de Catamaran Express est à 5 h 45 min pour une arrivée à 6 h 15 min.
   Calculer sa vitesse moyenne en km/h.
2. La vitesse moyenne de Ferry Vogue est de 20 km/h.
   À quelle heure est prévue son arrivée s'il quitte le quai à 6 h ?

Partie B

On donne en **document annexe, de la page 4 du sujet**, les représentations graphiques C_1 et C_2 de deux fonctions.
L'une d'entre elles est la représentation graphique d'une fonction affine g définie par : $g(x) = 20x + 120$.

À l'aide du graphique, répondre aux questions suivantes **en faisant apparaître les tracés nécessaires aux lectures graphiques**.

1. Lire les coordonnées du point E.
2. Quelles sont les abscisses des points d'intersection des deux représentations graphiques ?
3. Laquelle de ces représentations est celle de g ? Justifier.
4. Quelle est l'image de 12 par la fonction g ? Vérifier la réponse par un calcul.
5. Quel est l'antécédent de 300 par la fonction g ? Retrouver ce résultat en résolvant une équation.

Partie C

La compagnie de transport maritime propose trois tarifs pour un voyage quel que soit le bateau choisi :

- Tarif M : on paie 50 € chaque voyage.
- Tarif N : on paie une carte mensuelle à 120 € à laquelle s'ajoute 20 € pour chaque voyage.
- Tarif P : on paie 60 € par voyage jusqu'au septième voyage puis on effectue gratuitement les autres traversées jusqu'à la fin du mois.

1. Les prix à payer en fonction du nombre de voyages, avec deux de ces tarifs, sont représentés par les courbes C_1 et C_2. Indiquer sur votre copie pour chaque courbe, le tarif associé.
   (Aucune justification attendue)
2. Sur le graphique de la feuille annexe, où figurent C_1 et C_2, construire la représentation graphique de la fonction f définie par : $f : x \longmapsto 50x$.
3. Par lecture graphique et en faisant apparaître les tracés utiles sur le graphique, trouver pour combien de voyages le tarif N est plus avantageux que les deux autres.

Document annexe à rendre complété avec la copie **N° d'anonymat :**

Graphique : partie B, questions enchaînées.

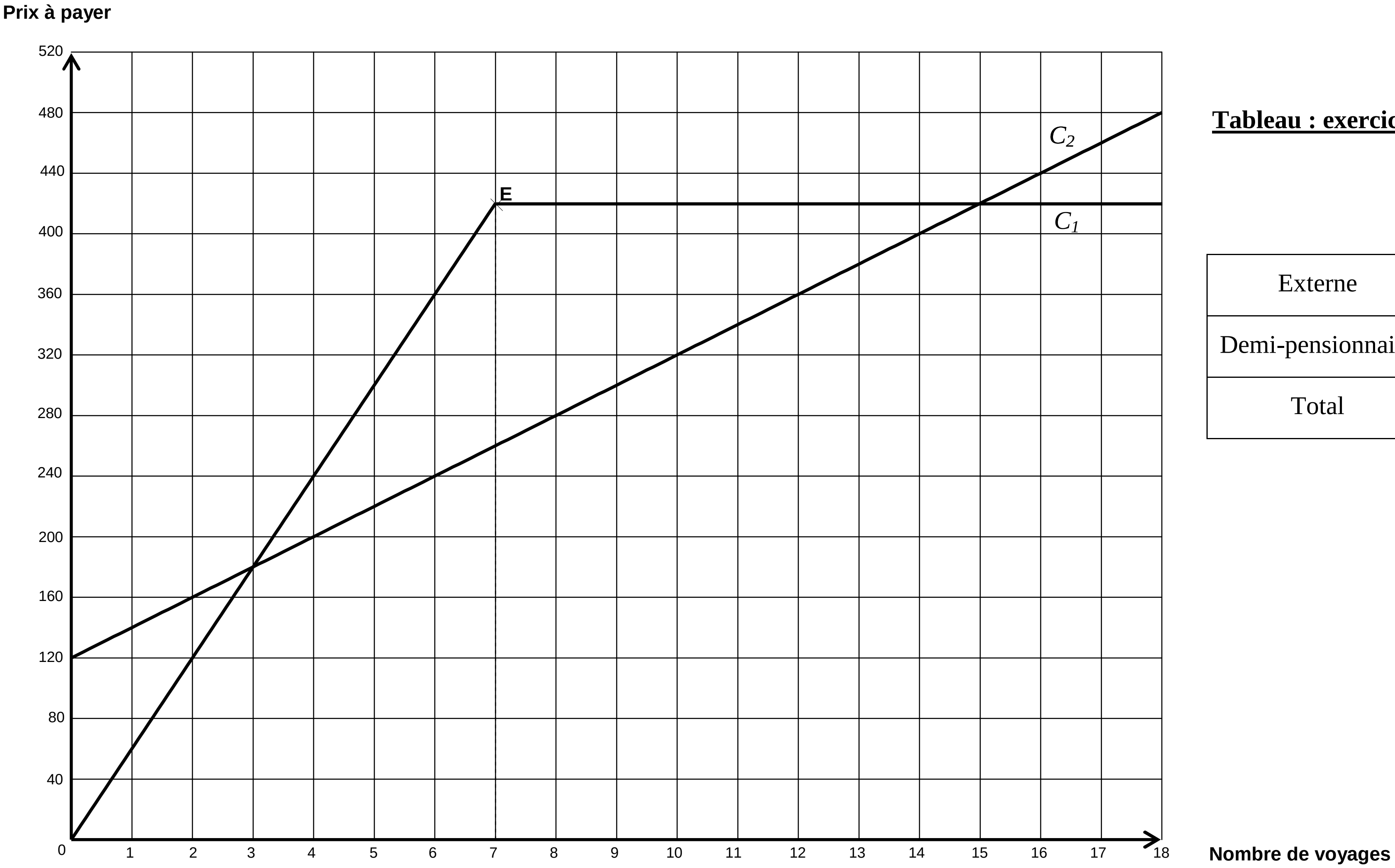


Tableau : exercice 3, activités numériques.

	Garçon	Fille	Total
Externe	…	3	…
Demi-pensionnaire	9	11	…
Total	…	…	25

Éléments de solution

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Exercice 1 : A = 2,426… ≈ 2,43 arrondi à 0,01 près ; B = $9,8 \times 10^{-7}$ (écriture scientifique) ; C = 8.

Exercice 2 : on peut appeler x le côté du carré ; alors $225 = x^2$ et $\sqrt{225} = x = 15$; le côté du carré mesure 15 cm ; $4 \times 15 = 60$; le périmètre du carré vaut 60 cm.

Exercice 3 : 1/ En gras les valeurs qui ont été complétées ci-dessous :

	Garçon	Fille	Total
Externe	**2**	3	**5**
Demi-pensionnaire	9	11	**20**
Total	**11**	**14**	25

2/a/ La probabilité pour que cet élève soit une fille est $\frac{14}{25}$.

b/ La probabilité pour que cet élève soit externe est $\frac{5}{25}$.

c/ Si cet élève est demi-pensionnaire, la probabilité que ce soit un garçon est $\frac{9}{20}$.

Exercice 4 : 1/ en utilisant l'algorithme d'Euclide :

$330 = 270 \times 1 + 60$
$270 = 60 \times 4 + \mathbf{30}$
$60 = 30 \times 2 + 0$; donc PGCD (330 ; 270) = 30.

2/ Pour recouvrir le mur sans chute avec des plaques carrées, il faut que la dimension en cm de celles-ci soit un diviseur commun de 330 cm et 270 cm et pour que cette dimension soit la plus grande possible, elle doit être égale au plus grand commun diviseur c'est-à-dire à PGCD(330 ; 270) = 30 cm.

$330 \div 30 = 11$; il y aura 11 plaques sur la largeur du mur ;
$270 \div 30 = 9$; il y aura 9 plaques sur la hauteur du mur ;
$11 \times 9 = 99$; il y aura 99 plaques pour recouvrir tout le mur.

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

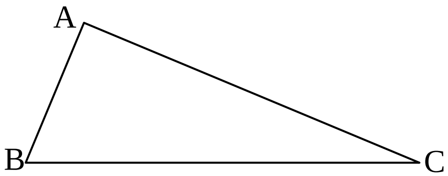
Exercice 1 : 1/ Puisque le triangle EFG est rectangle en E, on peut utiliser cosinus ; $\cos \widehat{EFG} = \frac{EF}{FG} = \frac{5}{13}$; $\widehat{EFG} = \cos^{-1}(\frac{5}{13}) \approx 67,3$ …°.

Donc $\widehat{EFG} \approx 67°$ arrondi au degré près.

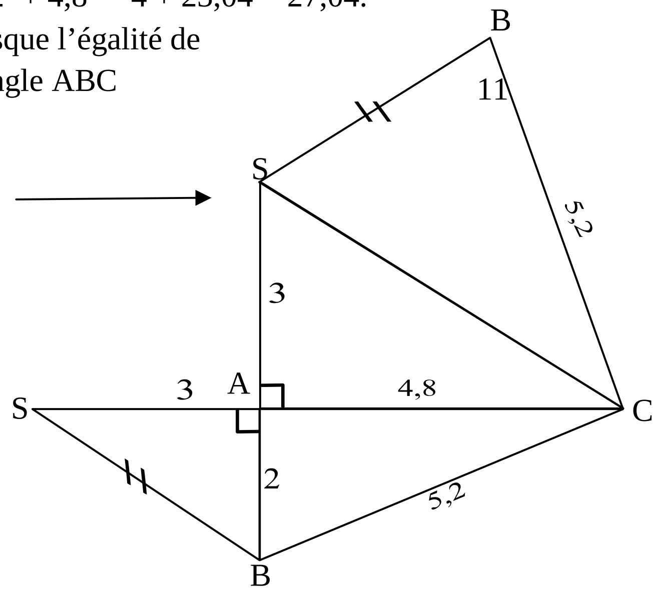
2/ Puisque le triangle EFG est rectangle en E, on peut utiliser l'égalité de Pythagore : $EG^2 + EF^2 = FG^2$; donc $EG^2 + 5^2 = 13^2$ et $EG^2 = 169 - 25 = 144$.
$EG = \sqrt{144} = 12$; ainsi EG = 12 cm.
3/ GM = EG – EM = 12 cm – 3 cm = 9 cm.
4/ Puisque EFG est rectangle en E, alors (EF) ⊥ (EG) ; de plus (MN) ⊥(EG). Deux droites perpendiculaires à la même droite sont parallèles donc (EF) // (MN).
5/ Les droites (ME) et (NF) sont sécantes en G avec (EF) // (MN), donc on, peut utiliser l'égalité de Thalès : $\frac{GM}{GE} = \frac{GN}{GF} = \frac{MN}{EF}$ donc $= \frac{9}{12} = \frac{GN}{13} = \frac{MN}{EF}$;

$GN = \frac{9 \times 13}{12} = 9,75$; GN = 9,75 cm.

Exercice 2 : 1/ Le triangle ABC est tracé ci-contre en vraie grandeur.



2/ D'une part $BC^2 = 5,2^2 = 27,04$.
Et d'autre part $AB^2 + AC^2 = 2^2 + 4,8^2 = 4 + 23,04 = 27,04$.
Ainsi $BC^2 = AB^2 + AC^2$; puisque l'égalité de Pythagore est vérifiée, le triangle ABC est rectangle en A.
3/ Le patron complet de cette pyramide est tracé ci-contre



4/ $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \mathcal{B} \times h$

$\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \frac{2 \times 4,8}{2} \times 3$

$\mathcal{V} = 4,8$

Le volume de la pyramide est 4,8 cm^3.

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie A : 1/ 6 h 15 min – 5 h 45 min = 30 min = $\frac{1}{2}$ h ; $17 \times 2 = 34$; donc la vitesse de Catamaran Express est de 34 km/h.

2/ 20 km/h = 20 km/60 min = 1 km/3 min ; $17 \times 3 = 51$; donc l'arrivée du Ferry Vogue est prévue à 6 h 51 min.

Partie B : 1/ Les coordonnées de E sont (7 ; 420).

2/ Les points d'intersection des deux représentations graphiques ont pour coordonnées (3 ; 180) et (15 ; 420)

3/ Puisque g est du type $g(x) = \mathrm{a}x + \mathrm{b}$ avec a = 20 et b = 120, alors c'est une fonction affine et sa représentation est la droite C_2.

4/ L'image de 12 par g est 360 ; calcul : $g(12) = 20 \times 12 + 120 = 240 + 120 = 360$.

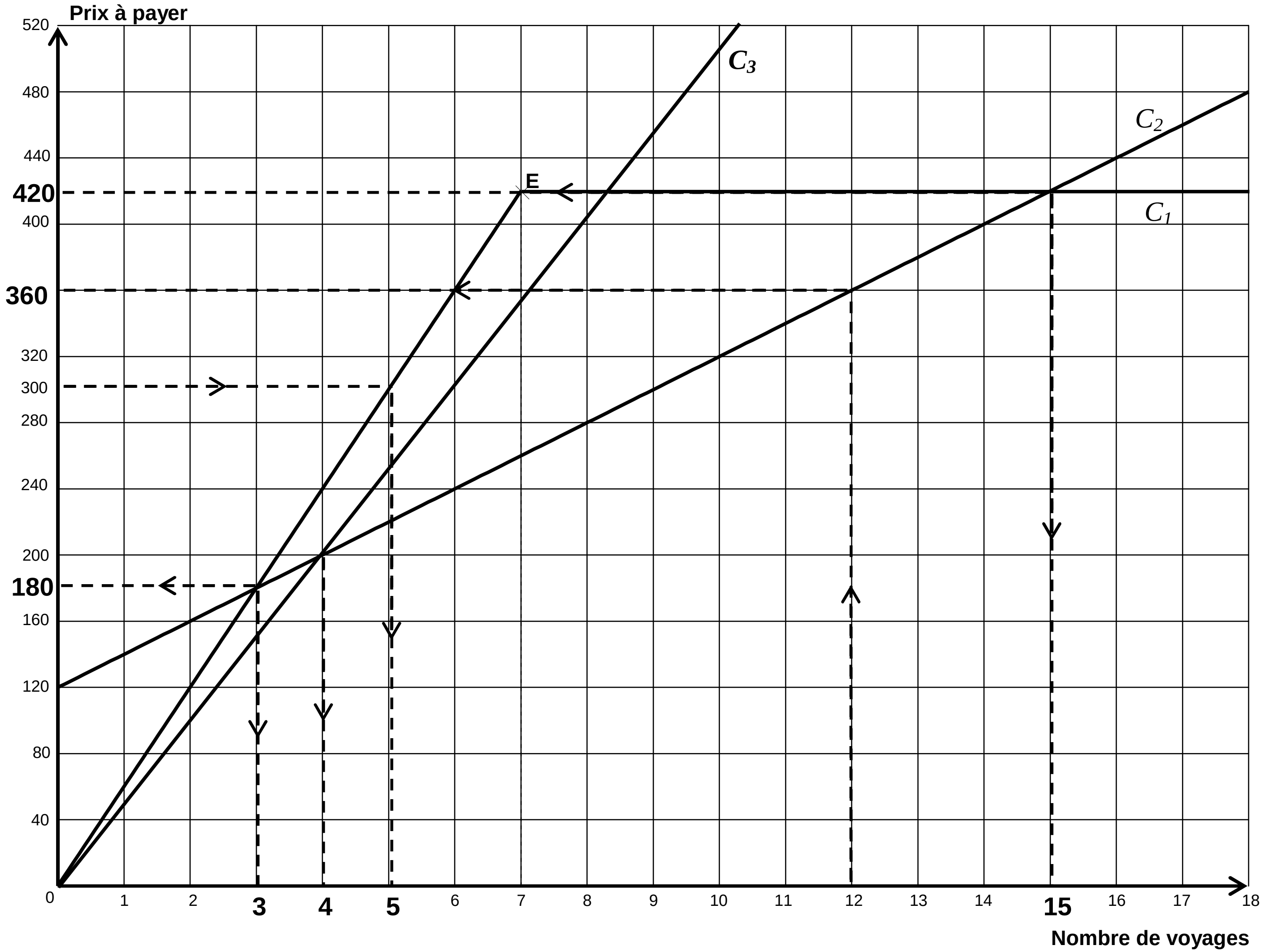
5/ L'antécédent de 300 par g est 9 ;
$g(x) = 300$ signifie $20x + 120 = 300$;
donc $20x = 300 - 120 = 180$;
donc $x = \frac{180}{20} = 9$;
vérification : $20 \times 9 + 120 = 180 + 120 = 300$.

Partie C

1/ Le tarif associé à la courbe C_2 est le tarif N ; le tarif associé à la courbe C_1 est le tarif P.

2/ $f(x) = 50x$; f est une fonction linéaire donc sa représentation graphique est une droite C_3 passant par les points de coordonnées (0 ; 0) car $f(0) = 0$ et (4 ; 200) car $f(4) = 200$.

Le tarif N est plus avantageux que les deux autres lorsque sa courbe C_2 est située sous les deux autres : c'est le cas lorsque le nombre de voyages est compris entre 4 et 15.



Proposition de barème :

Présentation : note sur 40 : entre 0 pt et 9 pts (2 pts max) ; entre 9,5 pts et 18 pts (3 pts max) ; entre 18,50 pts et 40 pts (4 pts max)

PREMIÈRE PARTIE : ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(12 points)*

Ex 1 : 3 pts (1 pt pour chaque réponse)

Ex 2 : 2 pts (1 pt le côté et 1 pt le périmètre)

Ex 3 : 4 pts (1/ 2,5 pts ; 2/ 1,5 pt)

Ex 4 : 3 pts (1/ 2 pts ; 2/ 1 pt)

DEUXIÈME PARTIE : ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(12 points)*

Ex 1 : 6 pts (1/ 1,5 pt (1 pt si arrondi faux ; 2/ 1,5 pt ; 3/ 0,5 pt ; 4/ 1 pt ; 5/ 1,5 pt)

Ex 2 : 6 pts (1/ 1 pt ; 2/ 2 pts ; 3/ 2 pts (1 pt pour les 3 faces données et 1 pt pout la face manquante) ; 4/ 1 pt)

TROISIÈME PARTIE : QUESTIONS ENCHAÎNÉES *(12 points)*

Partie A : 2 pts (1 pt par question)

Partie B : 7 pts (1/ 1 pt ; 2/ 1 pt (0,5 par abscisse juste) ; 3/ 1 pt (0,5 si non justifié) ; 4/ 2 pts (1 pt si calcul faux) ; 5/ 2 pts (1 pt si équation non résolue)

Partie C : 3 pts (1/ 1 pt (0,5 chacune) ; 2/ 1 pt ; 3/ 1 pt (0,5 pour chaque valeur à donner))