Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction et de la présentation (4 points).
L'usage de la calculatrice est autorisé, dans le cadre de la réglementation en vigueur.

Exercice 1 (3 points)

Cet exercice comporte une tâche non guidée. Toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte.

Valentin a inventé un sujet d'exercice. Ce sujet commence ainsi : « Soit un triangle *ABC* rectangle en *B* tel que : *AB* = 4 cm, *AC* = 8 cm et *BC* = 7 cm. »

Son ami Victor lui dit aussitôt : « Le début de ce sujet contient une erreur. »

Pourquoi Victor est-il aussi affirmatif ? Justifier votre réponse.

Exercice 2 (4 points)

1/ Calculer PGCD (78 ; 130), en précisant la méthode employée et vos calculs.

2/ Jean est un pâtissier confiseur, il veut vendre tous ses chocolats et ses biscuits dans des boîtes identiques. Chaque jour il peut fabriquer 78 chocolats et 130 biscuits. Avec sa production du jour, il veut remplir des boîtes contenant chacune, d'une part le même nombre de chocolats et d'autre part le même nombre de biscuits.

a/ Justifier que 26 est le nombre maximum de boîtes qu'il peut obtenir.

b/ Quel est alors le nombre de chocolats et le nombre de biscuits dans chaque boîte ?

Exercice 3 (5 points)

A/ Effectuer le calcul ci-dessous et donner le résultat sous forme de fraction irréductible :

$$\mathrm{A} = \frac{2}{5} \times \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)\right]$$

B/ *Dans cette partie, toute trace de recherche, même incomplète sera prise en compte.*

Un bijoutier vend des colliers en or et en argent.

1/ Parmi les colliers en or, deux tiers sont en or jaune, un quart sont en or blanc et le reste en or rose.

Calculer la proportion de colliers en or rose parmi les colliers en or.

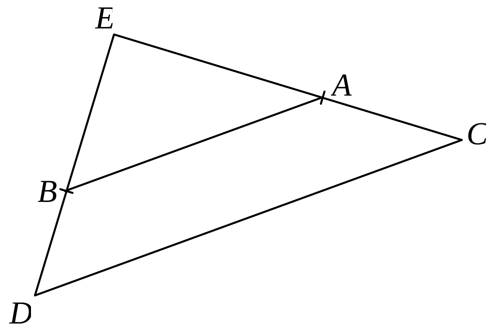
2/ Trois cinquièmes des colliers sont en argent et les autres sont en or.

Calculer la proportion de colliers en or rose parmi l'ensemble des colliers.

3/ Il y a 60 colliers en or rose.

Calculer le nombre total de colliers.

Exercice 4 (6 points)



La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. Il n'est pas demandé de la reproduire. L'unité est le centimètre.
Le point B appartient au segment [DE] et le point A au segment [CE].
On sait : $ED = 9$ $EB = 5{,}4$ $EC = 12$ $EA = 7{,}2$ $CD = 15$.

1/ Montrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2/ Calculer la longueur du segment [AB].
3/ a/ Parmi les trois propriétés suivantes, **recopier sur <u>votre copie</u>** celle qui permet de prouver que le triangle ECD est un triangle rectangle en E.

Si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.

Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est aussi perpendiculaire à l'autre.

Si dans un triangle le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

b/ Le triangle EDC étant rectangle en E, calculer la valeur arrondie au degré près de l'angle $\widehat{ECD}$.

Exercice 5 (4 points)

La fusée Ariane 5 est un lanceur européen qui permet de placer des satellites en orbite autour de la Terre.

1/ Lors de la première phase du décollage de la fusée, les deux propulseurs situés de part et d'autre du corps de la fusée permettent d'atteindre une altitude de 70 km en 132 secondes.

a/ Calculer la vitesse moyenne de la fusée durant la première phase du décollage exprimée en km/s, on donnera l'arrondi au centième près.

b/ Donner cette vitesse en en m/s.

2/ La vitesse de libération est la vitesse qu'il faut donner à un objet pour qu'il puisse échapper à l'attraction d'une planète.

Cette vitesse notée v se calcule grâce à la formule suivante : $v = \sqrt{\dfrac{13{,}4 \times 10^{-11} \times M}{r+h}}$, où :

- M est la masse de la planète en kg (pour la Terre, on a $M = 6 \times 10^{24}$ kg) ;
- r est son rayon en mètres (pour la Terre, on a $r = 6{,}4 \times 10^{6}$ mètres) ;
- h est l'altitude de l'objet en mètres ;
- v est alors exprimée en m/s.

Ariane 5 libère un satellite de télécommunication à une altitude $h = 1{,}9 \times 10^{6}$ mètres.

a/ Calculer $r + h$.

b/ En utilisant la calculatrice, calculer quelle doit être la vitesse de la fusée à cette altitude, on arrondira au m/s près.

Exercice 6 (4 points)

Au stand d'une fête foraine, un jeu consiste à tirer au hasard un billet de loterie dans un sac contenant exactement 180 billets.

- 4 de ces billets permettent de gagner un lecteur MP3 ;
- 12 permettent de gagner une grosse peluche ;
- 36 permettent de gagner une petite peluche ;
- 68 permettent de gagner un porte-clés ;
- les autres billets sont des billets perdants.

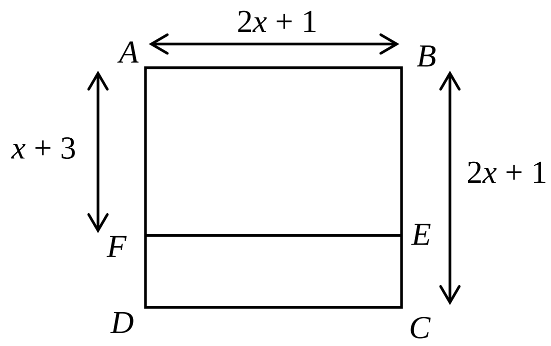
Quelle est la probabilité pour un participant :
1/ de gagner un lecteur MP3 ?
2/ de gagner une peluche (grande ou petite) ?
3/ de ne rien gagner ?

Exercice 7 (6 points)

Sur la figure dessinée ci-contre, *ABCD* est un carré et *ABEF* est un rectangle.

On a $AB = BC = 2x + 1$ et $AF = x + 3$ où x désigne un nombre supérieur à deux.

L'unité de longueur est le centimètre.



Étude d'un cas particulier : $x = 3$

1/ Pour $x = 3$, calculer *AB* et *AF*.

2/ Pour $x = 3$, calculer l'aire du rectangle *FECD*.

Étude du cas général : x désigne un nombre supérieur à deux

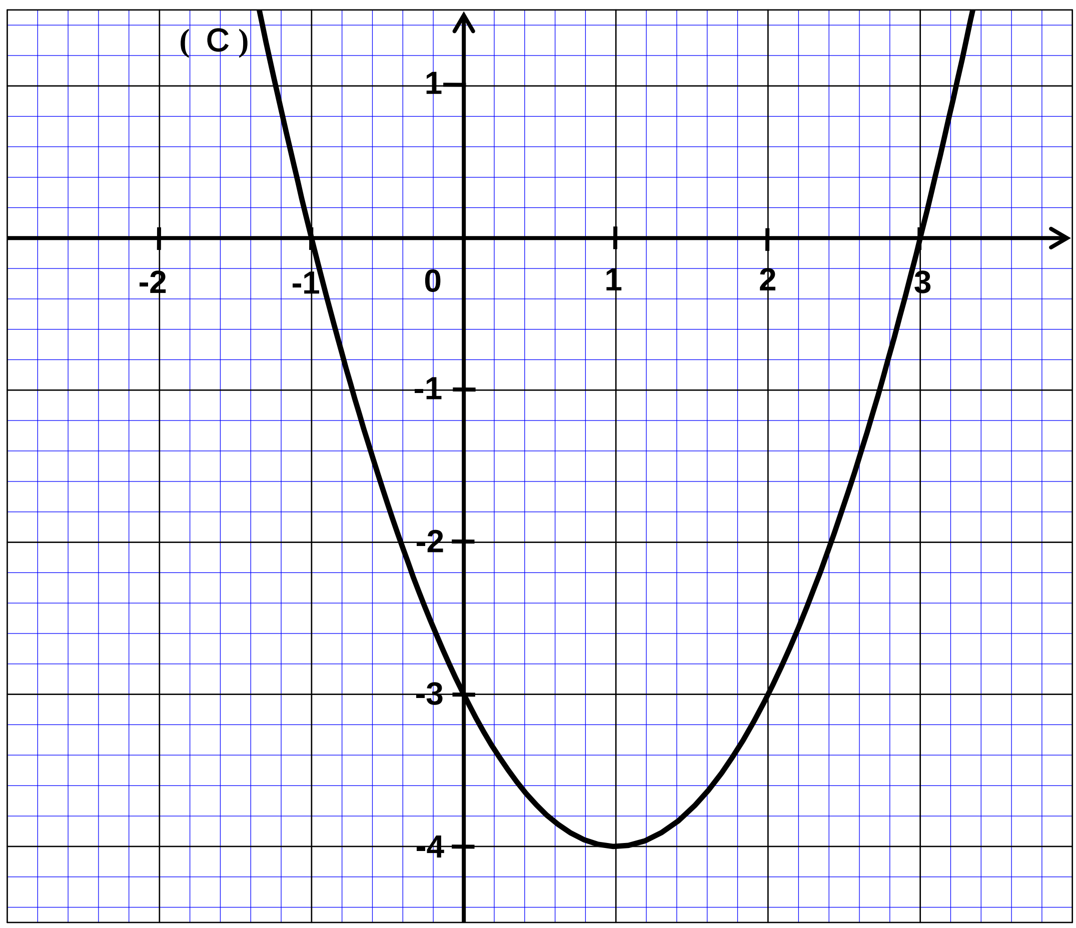
1/ Justifier que $FD = x - 2$.

2/ En déduire que l'aire de *FECD* est égale à $(2x + 1)(x - 2)$.

3/ Exprimer en fonction de x l'aire du carré *ABCD* puis développer et réduire cette expression.

Exercice 8 (4 points)

Le graphique ci-contre représente la courbe **(C)** d'une fonction g :



Par lecture graphique, recopier et compléter :

1/ L'image de **1** par la fonction g est …

2/ Les antécédents de **0** par la fonction g sont …

3/ $g(\mathbf{2}) = …$

4/ Les nombres qui ont pour image **(–3)** par la fonction g sont …

Solution

Exercice 1 (3 points)

Le plus grand côté est [AC] avec $8^2 = 64$; $4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$; ainsi $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$; puisque l'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, alors le triangle ABC n'est pas rectangle en B.

Exercice 2 (4 points)

1/ Avec l'algorithme d'Euclide :

$130 = 78 \times 1 + 52$

$78 = 52 \times 1 + \boxed{26}$

$52 = 26 \times 2 + 0$

Donc PGCD (78 ; 130) = 26

2/ a/ Puisque Jean veut vendre tous ses chocolats et tous ses biscuits dans des boîtes identiques, alors le nombre N de boîtes qu'il veut remplir doit diviser 78 et 130 ; pour être maximum, il faut N = PGCD (78 ; 130) = 26.

b/ $78 \div 26 = 3$ et $130 \div 26 = 5$; donc chaque boîte contiendra 3 chocolats et 5 biscuits.

Exercice 3 (5 points)

A/ $A = \frac{2}{5} \times \left[1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)\right]$

$A = \frac{2}{5} \times \left[\frac{12}{12} - \left(\frac{2 \times 4}{3 \times 4} + \frac{1 \times 3}{4 \times 3}\right)\right]$

$A = \frac{2}{5} \times \left(\frac{12}{12} - \frac{8+3}{12}\right)$

$A = \frac{2}{5} \times \frac{1}{12}$

$A = \frac{2}{60} = \frac{1}{30}$ (forme irréductible)

B/ 1/ $B = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$ et d'après le calcul de A, nous savons :

$B = \frac{1}{12}$; les colliers en or rose représentent $\frac{1}{12}$ des colliers en or.

2/ $1 - \frac{3}{5} = \frac{5}{5} - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; les colliers en or représentent $\frac{2}{5}$ de l'ensemble des colliers.

$\frac{1}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{30}$ (d'après le calcul de A) ; les colliers en or rose représentent $\frac{1}{30}$ de l'ensemble des colliers.

3/ $\frac{1}{30} = \frac{1 \times 60}{30 \times 60} = \frac{60}{1\,800}$; le nombre total de colliers est 1 800.

Exercice 4 (6 points)

1/ Montrer que les droites (*AB*) et (*CD*) sont parallèles.

D'une part $\frac{AE}{CE} = \frac{7,2}{12}$ et d'autre part $\frac{BE}{DE} = \frac{5,4}{9}$; $7,2 \times 9 = 64,8$ et $12 \times 5,4 = 64,8$ donc $\frac{7,2}{12} = \frac{5,4}{9}$;

Puisque les points E, A et C sont alignés dans le même ordre que les points E, B et D avec $\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE}$, alors d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

2/ Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en A avec (AB) // (CD), alors d'après le théorème de Thalès :

$\frac{AE}{CE} = \frac{BE}{DE} = \frac{AB}{CD}$ donc $\frac{7,2}{12} = \frac{5,4}{9} = \frac{AB}{15}$; ainsi $AB = \frac{5,4 \times 15}{9} = 9$; donc AB = 9 cm.

3/ a/ Si dans un triangle le carré de la longueur d'un côté est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle.

b/ Puisque le triangle EDC est rectangle en E, alors $\sin \widehat{ECD} = \frac{9}{15}$; la machine donne $\widehat{ECD} \approx 36,869\ldots°$; donc

$\widehat{ECD} \approx 37°$ arrondi au degré près.

Exercice 5 (4 points)

1/ a/ $70 \div 132 \approx 0,530 \ldots$ km/s $\approx 0,53$ km/s arrondi au centième ; **b/** 0,53 km/s = 530 m/s.

2/ a/ $r + h = 6,4 \times 10^6 \text{ m} + 1,9 \times 10^6 \text{ m} = (6,4 + 1,9) \times 10^6 \text{ m} = 8,3 \times 10^6 \text{ m}$.

b/ $v = \sqrt{\frac{13,4 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{8,3 \times 10^6}}$, à la calculatrice $v \approx 9\,842,127 \ldots$ m/s ; $v \approx 9\,842$ m/s arrondi au m/s près.

Exercice 6 (4 points)

1/ P(gagner un lecteur MP3) $= \frac{4}{180}$; **2/** P(gagner une peluche grande ou petite) $= \frac{12+36}{180} = \frac{48}{180}$;

3/ P(ne rien gagner) $= \frac{180 - (4 + 12 + 36 + 68)}{180} = \frac{60}{180}$.

Exercice 7 (6 points)
Étude d'un cas particulier : $x = 3$
1/ AB = $2 \times 3 + 1 = 7$; AF = $3 + 3 = 6$.

2/ A(FECD) = A(ABCD) – = A(ABEF) = $7 \times 7 - 6 \times 7 = 49 - 42 = 7$; A(FECD) = 7 cm^2.

Étude du cas général : x désigne un nombre supérieur à deux
1/ Dans le carré ABCD les côtés ont la même mesure : AB = BC = CD = AD = $2x + 1$ et dans le rectangle ABEF AB = EF = $2x + 1$ et AF = BE = $x + 3$; donc FD = AD – AF = $2x + 1 - (x + 3) = 2x + 1 - x - 3 = x - 2$.

2/ A(FECD) = EF × FD = $(2x + 1)(x - 2)$.

3/ A(ABCD) = AB^2 = $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$.

Exercice 8 (4 points)

1/ L'image de **1** par la fonction g est **(- 4).**

2/ Les antécédents de **0** par la fonction g sont **(-1) et 3.**

3/ g(**2**) = **(-3).**

4/ Les nombres qui ont pour image **(–3)** par la fonction g sont **0 et 2.**

Présentation :

Note de 0 pt à 9 pts ➔ 2 pts max

Note de 9,5 pts à 18 pts ➔ 3 pts max

Note de 18,50 pts à 36 pts ➔ 4 pts max