BREVET BLANC

La calculatrice est autorisée. L'épreuve dure 2 heures

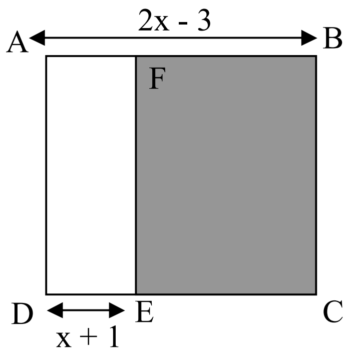
La rédaction et la présentation seront notées sur 4 points

Activités Numériques (12 points)

Exercice 1 (1,5 points)

Donner l'écriture scientifique en indiquant toutes les étapes de calcul : $B = \dfrac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times 10^{2}}{7 \times 10^{4}}$

Exercice 2 (7,5 points) : Les questions sont indépendantes.



1) Résoudre l'inéquation : $2x - 3 \geq x + 1$
   et représenter les solutions sur une droite graduée.

2) x désignant un nombre supérieur ou égal à 4,
   ABCD est un carré dont le côté mesure $2x - 3$.
   a. Montrer que l'aire du rectangle BCEF s'exprime par la formule :
      $$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$$
   b. Développer et réduire A.
   c. Factoriser A.
   d. Résoudre l'équation : $(2x - 3)(x - 4) = 0$
   e. Pour quelles valeurs de x, l'aire du rectangle BCEF est-elle nulle ? Justifier .

Exercice 3 (3 points)

1) Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ? Justifier
2) Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. En combien de temps parcourt-elle 110 kilomètres ? Donner le résultat en heures et minutes.

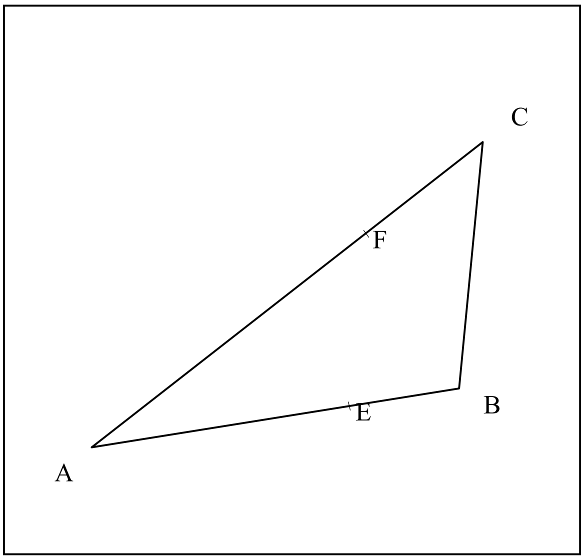
Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 (7 points)

On considère la figure ci-contre qui n'est pas en vraie grandeur,

L'unité est le centimètre.

AC = 8 AB = 6 BC = 4 AF = 6 AE = 4,5



1) Reproduire la figure en vraie grandeur.

1) Les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier

2) a) Tracer la parallèle à la droite (FB) passant par E. Elle coupe le segment [AC] en un point G. Placer ce point G

b) Calculer AG. Justifier.

3) a) Tracer le cercle de diamètre [AB].

Il coupe le segment [AC] en un point M.

b) Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifier.

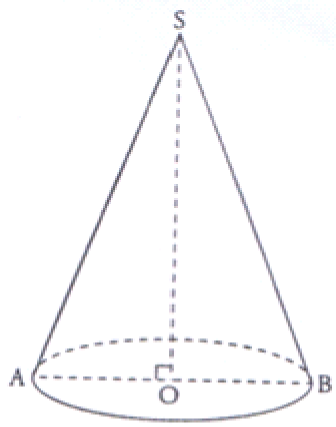
Exercice 2 (5 points)

L'unité de longueur est le centimètre.

Une bougie a la forme d'un cône de révolution de sommet S ;

sa base est un cercle de centre O et de diamètre AB = 10 ;

on donne SA = 13.



1) Montrer que la hauteur de la bougie a pour longueur 12 cm.

2) a) Calculer la valeur exacte du volume de la bougie en cm^3. (on donnera cette valeur sous la forme $k \times \pi$ où k est un nombre entier)

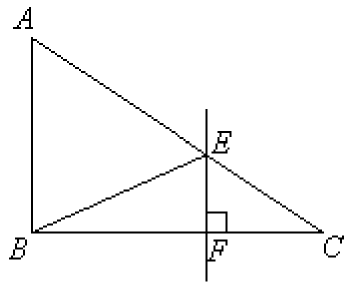
b) Combien peut-on fabriquer de bougies de ce type avec 4 litres de cire ? Justifier .

3) Pour les transporter, on range 49 bougies de ce type dans le même sens, dans une boîte à base carré, la plus petite possible.

Calculer les dimensions de cette boîte puis son volume.

Problème (12 points)

Dans ce problème, l'unité de longueur est le centimètre et l'unité d'aire le cm².



La figure ci-contre est donnée à titre d'exemple pour préciser la disposition des points. Ce n'est pas une figure en vraie grandeur.
ABC est un triangle tel que : $AC = 20$ cm ; $BC = 16$ cm et $AB = 12$ cm.
F est un point du segment $[BC]$.

La perpendiculaire à la droite (BC) passant par F coupe $[CA]$ en E.

On a représenté sur la figure le segment $[BE]$.

Première Partie :

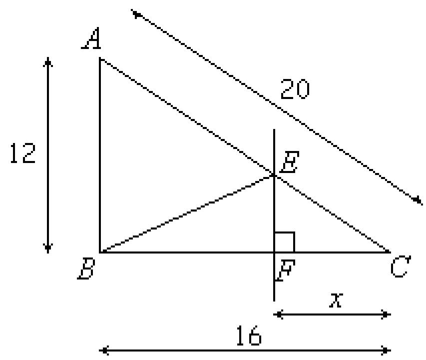
1) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en B.
2) Calculer l'aire du triangle ABC.
3) Démontrer, que la droite (EF) est parallèle à la droite (AB).
4) Le triangle ABC est la base d'un prisme de hauteur 3dm.
   Calculer son volume. Donner la réponse en cm^3

Deuxième Partie :

On se place dans le cas où $CF = 4$ cm

1) Démontrer que $EF = 3$ cm.
2) Calculer l'aire du triangle EBC.

Troisième Partie :



On se place dans le cas où F est un point quelconque du segment $[BC]$, distinct de B et de C.

Dans cette partie, on pose $CF = x$, x étant un nombre tel que : $0 < x < 16$.

1) Montrer, à l'aide du théorème de Thalès, que la longueur EF, exprimée en cm, est égale à $\frac{3}{4}x$.
2) Montrer que l'aire du triangle EBC, exprimée en cm², est égale à $6x$.
3) Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EBC, exprimée en cm², est-elle égale à 33 ?
4) **a)** Montrer que l'aire du triangle EAB est égale à $96 - 6x$.
   b) Pour quelle valeur de x l'aire du triangle EAB est-elle égale à l'aire du triangle EBC ?

Correction du brevet blanc

Activités Numériques (12 points)

Exercice 1 (1,5 points)

$$B = \frac{81 \times 10^{-5} \times 14 \times 10^{2}}{7 \times 10^{4}}$$

$$B = \frac{81 \times 14}{7} \times \frac{10^{-5} \times 10^{2}}{10^{4}} = \frac{81 \times 2 \times 7}{7} \times \frac{10^{-3}}{10^{4}}$$

$$B = 162 \times 10^{-7}$$

$$B = 1{,}62 \times 10^{2} \times 10^{-7}$$

$$B = 1{,}62 \times 10^{-5}$$

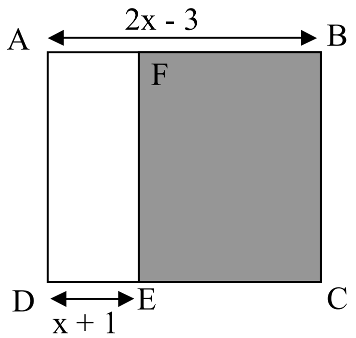
Exercice 2 (7,5 points)

1) $2x - 3 \geq x + 1$

$2x - x \geq 1 + 3$

$\mathbf{x \geq 4}$

2)



2) a) Aire du rectangle BCEF = Aire du carré ABCD – Aire du rectangle ADEF

Aire du rectangle BCEF = AB × AB – AD × DE

Aire du rectangle BCEF = $(2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

2) b) Développer et réduire $A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

$A = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - [2x^2 + 2x - 3x - 3]$

$A = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^2 - 2x + 3x + 3$

$A = 2x^2 - 11x + 12$

> Vérification :
> $A = (2x - 3)(x - 4)$
> $A = 2x^2 - 8x - 3x + 12$
> $A = 2x^2 - 11x + 12$

2) c) Factoriser A

$A = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(x + 1)$

$A = (2x - 3)\,[(2x - 3) - (x + 1)]$

$A = (2x - 3)(x - 4)$

2) d) Résoudre l'équation $(2x - 3)(x - 4) = 0$

Il s'agit d'une équation produit

$a \times b = 0$ si $a = 0$ ou $b = 0$

$2x - 3 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$2x = 3$ ou $x = 4$

$x = 3 / 2$

L'équation $(2x - 3)(x - 4) = 0$ a deux solutions 3/2 et 4

2) e) Pour quelles valeurs de x, l'aire du rectangle BCEF est-elle nulle ? Justifier

L'aire du rectangle BCEF est nulle si $(2x - 3)(x - 4) = 0$

Donc si $x = 3 / 2$ ou si $x = 4$ alors l'aire du rectangle BCEF est nulle

Exercice 3 (3 points)

1) Un randonneur parcourt 5 km en 1 heure et 15 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne en km/h ?

t = 1 heure + 15 min = 1 + 15 /60 heures donc t = 1,25 h donc v = d / t donc v = 5 / 1,25

donc **v = 4 km/h**

2) Une voiture roule à la vitesse de 50 km/h. En combien de temps parcourt-elle 110 kilomètres ? Donner le résultat en heures et minutes.
t = d / v donc t = 110 / 50 = 2,2 h donc t = 2 h + 0,2 h = 2 h + 0,2×60 min donc **t = 2 h 12 min**

Activités géométriques (12 points)

Exercice 1 (7 points)

1) Les droites (EF) et (BC) sont-elles parallèles ? Justifier

On sait que les droites (CF) et (BE) sont sécantes en A. Les points A, F, C sont alignés dans le même ordre que les points A, E, B

D'une part $\frac{AF}{AC} = \frac{6}{8} = 0,75$ et d'autre part $\frac{AE}{AB} = \frac{4,5}{6} = 0,75$ donc on a $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (EF) et (BC) sont parallèles.

2) On sait que les droites (FG) et (BE) sont sécantes en A et on a (FB) // (EG)
D'après le théorème de Thalès on a $\frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AF} = \frac{EG}{FB}$

Calcul de AG

$\frac{AE}{AB} = \frac{AG}{AF}$

$donc \frac{4,5}{6} = \frac{AG}{6}$ donc AG = (6×4,5) : 6 = **4,5 cm**

3) On sait que le triangle AMB est inscrit dans le cercle de diamètre [AB]
Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un des côtés alors ce triangle est rectangle
Donc AMB est un triangle rectangle en M

Exercice 2 (5 points)

1) Dans le triangle SAO rectangle en O d'après le théorème de Pythagore, on a
$SA^2 = SO^2 + AO^2$
$13^2 = SO^2 + 5^2$
$SO^2 = 13^2 - 5^2$ donc $SO^2 = 144$ donc **SO = 12 cm**

2) a) Volume d'un cône V = $\frac{1}{3} \times \pi R^2 \times h = \frac{1}{3} \times \pi AO^2 \times SO$
V = $\frac{1}{3} \times \pi \times 5^2 \times 12$ donc **V =100π cm^3**
b) 4 litres = 4 dm^3 = 4 000 cm^3. Avec 100π cm^3 de cire, on peut fabriquer 1 bougie donc avec 4 000 cm^3 de cire on pourra fabriquer n bougies
n = $\frac{4000}{100\pi} = \frac{40}{\pi}$ donc n ≈ 12,7 bougies
donc on pourra fabriquer **12 bougies avec 4 litres de cire**

2) La base de la boîte est carrée donc on peut mettre 7 rangées de bougies avec 7 bougies par rangée pour placer 49 bougies au total. Or chaque bougie a un diamètre de 10 cm et une hauteur de 12 cm donc la boîte est un pavé droit ayant pour hauteur 12 cm et comme base un carré de côté 70 cm
Volume de la boite : 70x 70 x 12 = 70^2 x 12 = 58 800 cm3 ou 58, 8 L.

Problème

Première partie : **1)** On a $AC^2 = 20^2 = 400$ et $AB^2 + BC^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ Donc, on a l'égalité $AC^2 = AB^2 + BC^2$ D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B. **2)** $\text{Aire}_{ABC} = \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \dfrac{AB \times BC}{2} = \dfrac{12 \times 16}{2} = \boxed{96}$ cm² **3)** On sait, d'après la question 1) que le triangle ABC est rectangle en B, donc, la droite (AB) est perpendiculaire à (BC). On sait aussi que (EF) est perpendiculaire à (BC) d'après l'énoncé. Or, deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles. Donc, les droites (AB) et (EF) sont parallèles. **4)** 3dm = 30cm Volume=Aire de la base × hauteur = 96 × 30 = 2880cm³	0,5 point chaque calcul 0,5 point théorème et conclusion 1 point calcul 1 point propriété et conclusion 1 point	**4,5 points**
Deuxième partie : **1)** • Les droites (AE) et (BF) sont sécantes en C ;Les droites (AB) et (EF) sont parallèles.D'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CF}{CB} = \dfrac{EF}{AB}$ $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{4}{16} = \dfrac{EF}{12}$ Donc, $EF = \dfrac{4 \times 12}{16} = \boxed{3}$ cm **2)** $\text{Aire}_{EBC} = \dfrac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \dfrac{BC \times EF}{2} = \dfrac{16 \times 3}{2} = \boxed{24}$ cm²	0,5 point hypothèses 0,5 point théorème égalité 0,5 point produit en croix et résultat 1 point calcul	**2,5 points**
Troisième partie : **1)** On a toujours les droites (AE) et (BF) sécantes en C et les droites (AB) et (EF) parallèles, donc d'après le théorème de Thalès, on a : $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{CF}{CB} = \dfrac{EF}{AB}$ $\dfrac{CE}{CA} = \dfrac{x}{16} = \dfrac{EF}{12}$ Donc, $EF = \dfrac{12 \times x}{16} = \dfrac{3 \times \cancel{4} \times x}{\cancel{4} \times 4} = \boxed{\dfrac{3}{4}x}$ **2)** $\text{Aire}_{EBC} = \dfrac{BC \times EF}{2} = \dfrac{16 \times \frac{3}{4}x}{2} = \dfrac{12x}{2} = \boxed{6x}$ **3)** $\text{Aire}_{EBC} = 33$ $6x = 33$ $\dfrac{\cancel{6}x}{\cancel{6}} = \dfrac{33}{6}$ $x = \boxed{5,5}$ L'aire du triangle EBC est égale à 33 cm² pour $x = CF = 5,5$ cm. **4) a)** $\text{Aire}_{EAB} = \text{Aire}_{ABC} - \text{Aire}_{EBC}$ $\text{Aire}_{EAB} = 96 - 6x$ **b)** $\text{Aire}_{EAB} = \text{Aire}_{EBC}$ $96 - 6x = 6x$ $96 = 6x + 6x$ $96 = 12x$ $x = \dfrac{96}{12}$ $x = \boxed{8}$ Les aires des triangles EAB et EBC sont égales pour $x = CF = 8$ cm.	1 point résultat 0,5 point calcul 0,5 point équation 0,5 point résolution 0,5 point conclusion 0,5 point différence 0,5 point équation 0,5 point résolution 0,5 point conclusion	**5 points**