PARTIE I : ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice I :

On considère les quatre nombres A, B, C et D :

1) $A = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$; $B = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{5}{6}$; $C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 9}{3 \times 20}$; $D = \sqrt{45} - 7\sqrt{5} + \sqrt{20}$

Calculer A et B et mettre les résultats sous forme de fractions irréductibles.

$A = \frac{3}{4} - \frac{5}{12}$

$A = \frac{9}{12} - \frac{5}{12}$

$A = \frac{4}{12} = \mathbf{\frac{1}{3}}$

$B = (\frac{3}{4} - \frac{2}{4}) \times \frac{5}{6}$

$B = \frac{1}{4} \times \frac{5}{6} = \mathbf{\frac{5}{24}}$

2) Donner l'écriture scientifique de C

$C = \frac{5 \times 10^{-2} \times 9}{3 \times 20} = \frac{5 \times 10^{-2} \times 3 \times 3}{3 \times 4 \times 5}$

$C = \frac{3 \times 10^{-2}}{4}$

$C = 0,75 \times 10^{-2} = \mathbf{7,5 \times 10^{-3}}$

3) Écrire D sous la forme $a\sqrt{b}$, a et b étant des nombres entiers relatifs.

$D = \sqrt{9 \times 5} - 7\sqrt{5} + \sqrt{4 \times 5}$

$C = 3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = \mathbf{-2\sqrt{5}}$

Exercice II :

On considère l'expression $E = (2x - 3)^2 - (2x - 3)(4x - 5)$.

1) Développer puis réduire E.

$E = 4x^2 - 12x + 9 - (8x^2 - 10x - 12x + 15)$

$E = 4x^2 - 12x + 9 - 8x^2 + 10x + 12x - 15$

$\mathbf{E = -4x^2 + 10x - 6}$

2) Factoriser E.

$E = (2x - 3)[2x - 3 - (4x - 5)]$

$E = (2x - 3)(2x - 3 - 4x + 5)$

$\mathbf{E = (2x - 3)(-2x + 2)}$

3) Calculer E pour $x = \sqrt{5}$. (on donnera le résultat sous la forme $a\sqrt{5} + b$ où a et b sont des nombres entiers relatifs).

$E = -4 \times 5 + 10\sqrt{5} - 6 = \mathbf{10\sqrt{5} - 26}$

4) Résoudre l'équation: $(2x - 3)(-2x + 2) = 0$.

$(2x - 3)(-2x + 2) = 0$

si un produit est nul, alors l'un de ses facteurs est nul. Donc :

$(2x - 3) = 0$ ou $(-2x + 2) = 0$

$2x = 3$ ou $-2x = -2$

$x = \frac{3}{2} = 1,5$ ou $x = 1$

donc **l'équation a deux solutions** : **1,5 et 1**

Exercice III :

	Nièvre	Yonne	Côte d'Or	Saône et Loire	Région Bourgogne (Total)
Nombre d'habitants (en milliers)	239,4	**331,32**	506,9	572,4	1650
Pourcentage (arrondi à 0,01 près)	**14,51**	20,08	**30,72**	**34,69**	100

1) Nièvre : $\frac{239,4}{1650} \approx 0,14509 \approx 14,51\%$ Yonne : $1650 \times \frac{20,8}{100} = 331,32$

Côte d'Or : $\frac{506,9}{1650} \approx 0,30721 \approx 30,72\%$ Saône et Loire : $\frac{572,4}{1650} \approx 0,34691 \approx 34,69\%$

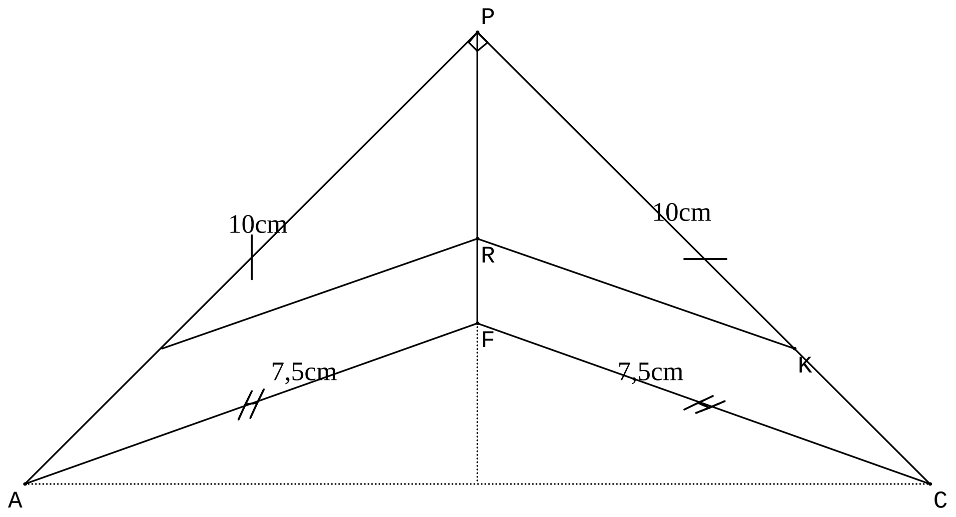
2) En 1990, $\frac{7}{40}$ des habitants de la Nièvre résidaient à Nevers. Combien y avait-il d'habitants à *Nevers en 1990 ?*

Nombre d'habitants à Nevers en 1990 : **41 895** $\frac{7}{40} \times 239\,400 = 41\,895$

PARTIE II : ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice I :

Un cerf-volant a la forme du quadrilatère PAFC ci-dessous.
PA = PC = 2 m
FA = FC = 1,5 m
$\widehat{APC} = 90°$



1) Construction à l'échelle 1/20

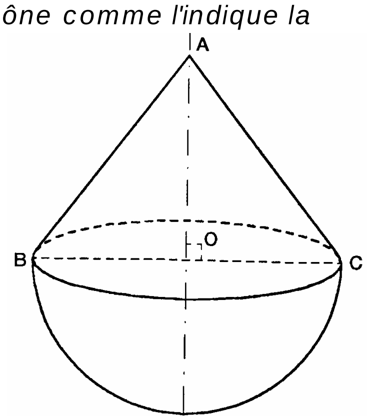
2) Les points P et F sont équidistants des points A et C donc P et F sont deux points de la médiatrice de [AC]. **(PF) est la médiatrice de [AC].**

3) Dans le triangle APC, rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AP^2 + PC^2 = 2^2 + 2^2 = 8$
$AC = \sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \mathbf{2\sqrt{2}\ m}$

4) Les droites (CK) et (FR) sont sécantes en P,
Les droites (PC) et (RK) sont parallèles,
D'après le théorème de Thalès, on a donc :
$\frac{PR}{PF} = \frac{PK}{PC} = \frac{RK}{FC}$ ce qui donne : $\frac{PR}{PF} = \frac{1,4}{2} = \frac{RK}{1,5}$
A l'aide de $\frac{1,4}{2} = \frac{RK}{1,5}$, on obtient $RK = \frac{1,4 \times 1,5}{2}$ = **1,05 m**

Exercice II :

Un jouet (nommé culbuto) est formé d'une demi boule surmontée d'un cône comme l'indique la figure ci-contre.
On donne AB = 10 cm et BC = 12 cm.



1) *Calculer la distance AO.*
Dans le triangle AOC, rectangle en O, d'après le théorème de Pythagore :
$AC^2 = AO^2 + OC^2$
$AO^2 = AC^2 - OC^2$
$AO^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$
$\mathbf{AO = \sqrt{64} = 8\ cm}$

2) *Quel est le volume du jouet arrondi au cm³ près ?*
Volume du jouet = volume d'une demi-boule de rayon 6cm + volume d'un cône (rayon 6cm, hauteur AO=8cm)
Volume de la demi-boule : $\frac{1}{2} \times (\frac{4\pi R^3}{3}) = \frac{1}{2} \times \frac{4 \times \pi \times 6^3}{3} \approx 452,4\ cm^3$
Volume du cône : $\frac{\pi R^2 h}{3} = \frac{\pi \times 6^2 \times 8}{3} \approx 301,6\ cm^3$
Volume du jouet ≈ 754 cm³

3) *Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ au degré près.*

$\widehat{BAC} = 2\,\widehat{BAO}$

Dans le triangle AOC, rectangle en O, on a :

$\sin \widehat{BAO} = \dfrac{OB}{AB} = \dfrac{6}{10} = 0{,}6$

$\widehat{BAO} \approx 36{,}87°$ donc $\widehat{BAC} \approx 74°$

4) *Le jouet est en bois de peuplier et la masse volumique de ce bois est de 0,45g/cm3. Calculer la masse du jouet.*

Masse du jouet : volume x masse volumique = 0,45 x 754 = **339,3 g**

PARTIE III : PROBLEME (12 points)

Partie A

Madame Durand voyage en train.

Elle fait le voyage aller-retour Chambéry-Paris selon les horaires suivants

Trajet aller	*Trajet retour*
DépartChambéry: 6 H 01 min *Arrivée Paris : 9 H 01 min*	*Départ Paris : 19 H 04 min* *Arrivée Chambéry 21 H 58 min*

La distance par le train Chambéry-Paris est de 542 km.

1) Calculer la vitesse moyenne du train à l'aller. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Durée du voyage aller : 3h

Vitesse moyenne à l'aller : $\dfrac{542}{3} \approx$ **181 km/h**

2) Calculer la vitesse moyenne du train au retour. Le résultat sera arrondi à l'unité.

Durée du voyage retour : 2h 54min = 2,9h

Vitesse moyenne à l'aller : $\dfrac{542}{2{,}9} \approx$ **187 km/h**

Partie B

Monsieur Dubois doit effectuer fréquemment des trajets, en train, entre Chambéry et Paris.

Il a le choix entre deux options :

***Option A** : Le prix d'un trajet est 58 euros.*

***Option B** : Le prix total annuel en euros y_B. est donné par y_B. = 29x + 300, où x est le nombre de trajets par an.*

1) Monsieur Dubois effectue 8 trajets dans l'année. Calculer le prix total annuel avec chacune des deux options.

Avec l'option A : prix payé : 8 x 58 = **464 €**

Avec l'option B : prix payé : 29 x 8 + 300 = **532€**

2) Monsieur Dubois effectue un nombre x de trajets dans l'année.
On note y_A le prix total annuel à payer avec l'option A. Écrire y_A en fonction de x

$\boldsymbol{y_A = 58x}$

3) Un employé de la gare doit expliquer, à une personne qui téléphone, le fonctionnement de l'option B. Rédiger son explication.
Il faut payer un abonnement annuel de 300€, et pour chaque trajet le billet sera facturé 29€.

4) Pour l'option B, le prix total annuel est-il proportionnel au nombre de trajets ? Justifier.
Le prix total annuel avec l'option B n'est pas proportionnel au nombre de trajets car même si on ne voyage pas (0 trajet), on a quand même payé 300€.
(S'il y avait proportionnalité, on aurait 0 trajet donc 0€)

5) La fonction f est une fonction linéaire, elle est représentée par une droite qui passe par l'origine et le point (8 ; 464) car f(8)=464

La fonction g est une fonction affine, elle est représentée par une droite qui passe par les points (0 ; 300) et (8 ; 532)

6) ***a***. *A l'aide du graphique, déterminer le nombre de trajets pour lequel le prix total annuel est plus avantageux avec l'optionB. Faire apparaître le tracé ayant permis de répondre.*

Le tarif B est plus avantageux quand la droite représentant g est en dessous de la droite représentant f, soit à pour un nombre x de trajets tel que $x \geq$ **11**

b. *Retrouver ce résultat par un calcul.*

Le tarif B est plus intéressant si $y_B < y_A$

Soit $29x + 300 < 58x$

$-29x < -300$

$x > 300/29$

$x > 10,3$ **donc à partir du 11**[ème] **trajet**