Corrigé du devoir commun de mathématiques (mai 2015)

Ce qui est écrit en italique n'est pas exigible

Exercice 1 (6 pts)

$\boldsymbol{A} = -4 \times (-3 + 7 \times 5) - 5 \div (-2)$
$= -4 \times (-3 + 35) - 50 \div (-2)$
$= -4 \times 32 - 50 \div (-2)$
$= -128 - (-25)$
$= -128 + 25$
$= \boxed{-103}$

$\boldsymbol{B} = \left(-\frac{2}{7} - \frac{2}{3}\right) \times \left(\frac{3^2 - 10}{5}\right)$
$= \left(-\frac{2 \times 3}{7 \times 3} - \frac{2 \times 7}{3 \times 7}\right) \times \left(\frac{3 \times 3 - 10}{5}\right)$
$= \left(-\frac{6}{21} - \frac{14}{21}\right) \times \left(\frac{9 - 10}{5}\right)$
$= \left(-\frac{20}{21}\right) \times \left(-\frac{1}{5}\right) = \frac{4 \times \cancel{5}}{21 \times \cancel{5}} = \boxed{\frac{4}{21}}$

$\boldsymbol{C} = \left(-\frac{3}{5} + \frac{3}{4}\right) \times \left(2 - \frac{2}{5}\right)$
$= \left(-\frac{3 \times 4}{5 \times 4} + \frac{3 \times 5}{4 \times 5}\right) \times \left(\frac{2 \times 5}{1 \times 5} - \frac{2}{5}\right)$
$= \left(-\frac{12}{20} + \frac{15}{20}\right) \times \left(\frac{10}{5} - \frac{2}{5}\right)$
$= \frac{3}{20} \times \frac{8}{5} = \frac{3 \times 4 \times 2}{4 \times 5 \times 5} = \boxed{\frac{6}{25}}$

Exercice 2 (4 pts)

1) Calculs : $AB^2 + BC^2 = 60^2 + 80^2 = 3600 + 6400 = 10000$; $AC^2 = 100^2 = 10000$

On sait : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

On utilise : la réciproque du théorème de Pythagore : *Si le carré du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle au sommet opposé au plus grand côté.*

On en déduit : le triangle ABC est rectangle en B.

2) **1ère façon** : On sait : dans le triangle ABC, I est le milieu de [AB] et J est le milieu de [AC].

On utilise : *la propriété métrique des milieux (ou 2ème propriété des milieux) :* dans un triangle, si un segment joint les milieux de deux côtés, alors sa longueur est la moitié de celle du troisième côté.

On en déduit : $IJ = \frac{BC}{2} = \frac{80}{2} = 40$: la longueur de la planche n°1 devra être $\boxed{40\text{ cm}}$.

2ème façon : On sait : AIJ est un triangle rectangle en I.

On utilise : le théorème de Pythagore : *Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés.*

On en déduit : $AI^2 + IJ^2 = AJ^2$

Calculs : $IJ^2 = AJ^2 - AI^2 = \left(\frac{100}{2}\right)^2 - \left(\frac{60}{2}\right)^2 = 50^2 - 30^2 = 2500 - 900 = 1600$

donc $IJ = \sqrt{1600} = 40$: la longueur de la planche n°1 devra être $\boxed{40\text{ cm}}$.

Exercice 3 (5 pts)

1) $\boxed{C}$ *3x – 5 + 7 - 8x = -5x + 2*

2) $\boxed{C}$ *Deux nombres opposés n'ont pas le même signe, donc leur produit est négatif.*

3) $\boxed{A}$ *1h45min = 1h et* $\frac{3}{4}$*h = 1,75h donc* $v = \frac{d}{t} = \frac{212}{1{,}75}$ *≈121,1 km/h.*

4) $\boxed{C}$ *1h12min = 72min et 72÷60 = 1,2h (ou 1h12min = 1h et 2×6min = 1h et* $\frac{2}{10}$*h = 1,2h).*

5) $\boxed{B}$ *La distance entre le centre d'un cercle de diamètre 6 cm et l'une de ses tangentes est égale au rayon, soit 3 cm.*

6) $\boxed{D}$ *Le centre du cercle circonscrit à un triangle rectangle se situe au milieu de l'hypoténuse.*

7) $\boxed{B}$ $x^2 - 6x + 3 = 3^2 - 6 \times 3 + 3 = 9 - 18 + 3 = 12 - 18 = -6$

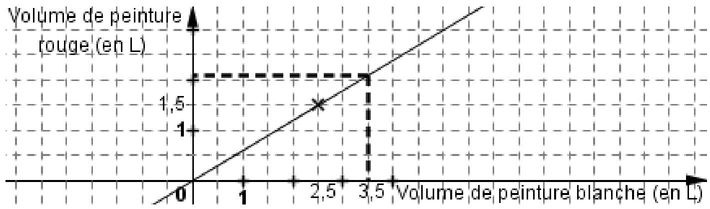
8) $\boxed{B}$ $(x - 4) + 2(6 - 2x) = x - 4 + 12 - 4x = -3x + 8$

9) $\boxed{A}$ *D'après le théorème de Pythagore, la longueur des diagonales d'un carré est* $\sqrt{6^2 + 6^2} = \sqrt{72}$ *≈ 8,5 cm*

10) $\boxed{C}$ *Le jouet qui coûtait 40€ a augmenté de 10€.* $\frac{10}{40} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ *(ou* $\frac{10}{40} \times 100 = 25$*) : il a augmenté de 25 %*

Exercice 4 (6 pts)

a) et **b)**



$V \approx$ $\boxed{\text{un peu plus de 2L}}$

c)

Volume de peinture blanche (en L)	2,5	3,5
Volume de peinture rouge (en L)	1,5	V

$$V = \frac{3{,}5 \times 1{,}5}{2{,}5} = \frac{5{,}25}{2{,}5} = \boxed{2{,}1\ L}$$

d)

Volume de peinture blanche (en L)	2,5	3
Volume de peinture rouge (en L)	1,5	?

$$\frac{3 \times 1{,}5}{2{,}5} = 1{,}8$$

L'assistant a tort : il faut ajouter 1,8 L de peinture rouge, pas 3L.

Exercice 5 (7 pts)

Partie informatique : **1)** *Le nombre 29 se trouve dans la cellule* $\boxed{\text{D3}}$

2) *Formule tapée dans H3* : $\boxed{= \text{B3} + \text{C3} + \text{D3} + \text{E3} + \text{F3} + \text{G3}}$ ou $\boxed{= \text{somme(B3: G3)}}$

3) *Formule que l'on doit taper dans I3* : $\boxed{= \text{H3}/6}$ ou $\boxed{= \text{moyenne (B3: G3)}}$

Partie mathématique : **1)** *Nombre en I3* : $288 \div 6 = \boxed{48}$

2) *Nombre de magazines empruntés par les 4ème 6 :* $308 - (19 + 38 + 27 + 43 + 44) = 308 - 171 = \boxed{137}$

3) *Nombre de mangas empruntés par les 4ème 3* : $68 \times 6 - (25 + 82 + 82 + 73 + 93) = 408 - 355 = \boxed{53}$

Exercice 6 (10 pts)

Partie A

1) Il y a deux possibilités de placer le point M. *(Deux points d'intersection entre [DC] et le cercle.)*

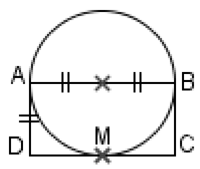
2) On sait : Le triangle AMB est inscrit dans le cercle de diamètre [AB].

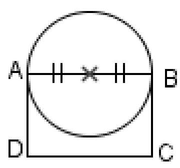
On utilise : *Si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre l'un de ses côtés, alors il est rectangle au sommet opposé à ce côté.*

On en déduit : *AMB est un triangle rectangle en M.*

3) Il n'y aura pas toujours deux positions possibles pour le point M. Il pourra y en avoir :

- *Une seule, si (CD) est tangente au cercle, quand* $AD = \frac{AB}{2}$.
- *Aucune, si* $AD > \frac{AB}{2}$.





Partie B

1ère façon

- On sait : *ABCD est un rectangle.*
  On utilise : *Un rectangle a quatre angles droits.*
  On en déduit : $\widehat{ADC}$ *est droit.*
- On sait : ADM est rectangle en D.
  On utilise : le théorème de Pythagore.
  On en déduit : $AD^2 + DM^2 = AM^2$
  Calculs : $DM^2 = AM^2 - AD^2 = 2{,}2^2 - 2^2 = 0{,}84$
  donc $\text{DM} = \sqrt{0{,}84} \approx 0{,}9$ cm
- On sait : *ABCD est un rectangle.*
  On utilise : *Un rectangle a ses côtés opposés égaux.*
  On en déduit : AB = DC = DM + MC ≈ 0,9 + 4,4
  donc $\boxed{\text{AB} \approx 5{,}3 \text{ cm}}$

2ème façon

- On sait : *ABCD est un rectangle.*
  On utilise : *Un rectangle a quatre angles droits, et ses côtés opposés égaux.*
  On en déduit : $\widehat{BCD}$ *est droit, et BC = 2 cm.*
- On sait : BCD est rectangle en C.
  On utilise : le théorème de Pythagore.
  On en déduit : $BM^2 = BC^2 + CM^2$
  Calculs : $BM^2 = 2^2 + 4{,}4^2 = 23{,}36$ donc $\text{BM} = \sqrt{23{,}36} (\approx 4{,}8)$
- De même, ABM est rectangle en M, et d'après le théorème de Pythagore $AB^2 = AM^2 + BM^2 = 2{,}2^2 + 23{,}36$ (ou $\approx 2{,}2^2 + 4{,}8^2$)
  = 28,2 (ou ≈ 27,88)
  donc $AB = \sqrt{28{,}2}$ $(ou \approx \sqrt{27{,}88})$ $\boxed{\approx 5{,}3\ cm}$