$4^{ème}$	**DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES**

Jeudi 30 mars 2006
Durée de l'épreuve : 2 heures

Partie I

Exercice 1 : (3 points)
Lors d'un test, noté de 0 à 4, passé dans un collège comptant 375 élèves, on a relevé les résultats suivants :

note	0	1	2	3	4
effectif	30	15	105	75	150
Fréquence (en %)					

1) Reproduire et compléter le tableau.
2) Quelle est la note moyenne obtenue au test pas les 375 élèves du collège ?

Exercice 2 : (4 points) Calculer et écrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{8} - \frac{5}{6} \quad ; \quad B = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} \quad ; \quad C = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{21}}$$

Exercice 3 : (3 points) On considère les expressions :
$D = (4x + 3) – (7 – 2x)$ et $E = 3 (7x + 2) – 2 (10x + 3)$.

1) Réduire D.
2) Développer et réduire E.

Exercice 4 : (2,5 points)
Soit $F = (4 – 2x) (x + 2)$

1) Développer et réduire F.
2) Calculer F pour $x = 1$.

Exercice 5 : (5,5 points) *les questions sont indépendantes.*

1) Ecrire sous la forme 10^n, où n est un entier relatif.

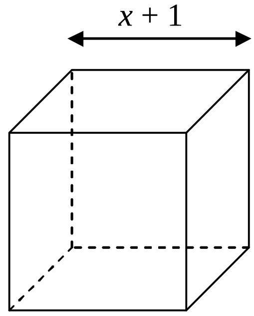
$$10^2 \times 10^5 \quad ; \quad \frac{10^2}{10^5} \quad ; \quad 10^4 \times 10^{-4} \quad ; \quad (10^4)^4 \quad ; \quad 10 \times 10^{-8} \times 10^2$$

2) Calculer G. Donner l'écriture scientifique de G, puis l'écriture décimale de G.

$$G = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}}$$

3) Calculer : $H = 5 + 4 \times 3^2$; $I = (5 + 4) \times 2^3$; $J = 2^3 + 5^3$

Exercice 6 : (2 points)



Soit x un nombre strictement positif. On considère le cube de côté $x + 1$.
Les réponses seront données sous la forme d'une somme réduite.

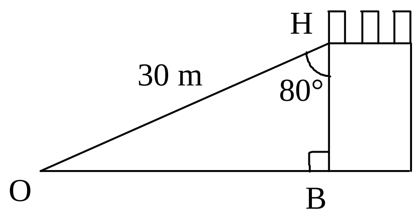
1) Exprimer en fonction de x l'aire d'une face de ce cube.
2) Exprimer en fonction de x la longueur totale des arêtes de ce cube.

4ème DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES

Jeudi 30 mars 2006
Durée de l'épreuve : 2 heures

Partie II

Exercice 1 : (3 points)
A l'aide d'instruments de mesure, Paul fait le croquis suivant sur son carnet :



Calculer la hauteur HB de la tour (on donnera la valeur exacte, puis l'arrondi au cm près).

Exercice 2 : (8,5 points) *la figure est donnée à titre indicatif, elle n'est pas en vraie grandeur.*

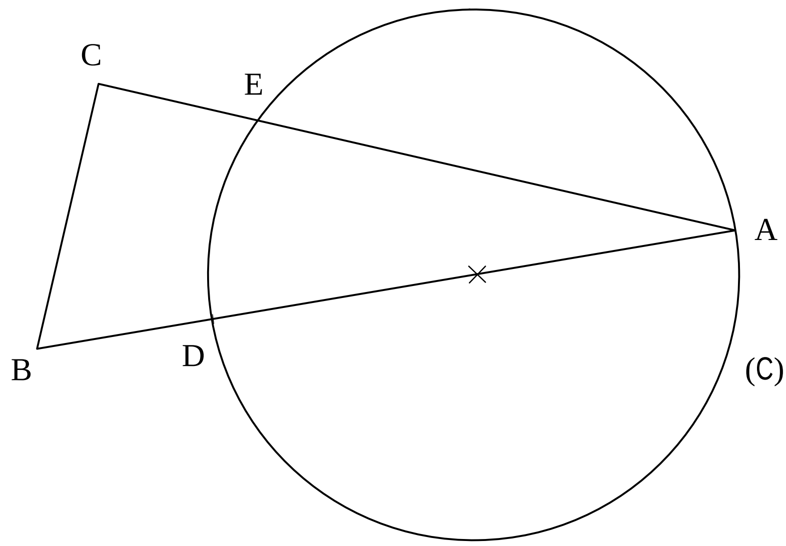
Soit ABC un triangle tel que AB = 10,4 cm, AC = 9,6 cm et BC = 4 cm.

1) Démontrer que ABC est un triangle rectangle en un point à préciser.

2) Soit D le point du segment [AB] tel que AD = 7,8 cm. Le cercle (C) de diamètre [AD] recoupe le segment [AC] en E. Préciser la nature du triangle ADE.

3) Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

4) Calculer DE.



Exercice 3 : (8,5 points)

ABC est un triangle rectangle en A avec AB = 5,4 cm et AC = 7,2 cm.

1) Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure.

2) Calculer BC.

3) Soit A' le milieu de [BC].
   a) Quelle est la nature de la droite (AA') ? Justifier.
   b) Déduire de la question 2), la longueur AA'.

4) Placer le point D symétrique du point A par rapport à A'. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier soigneusement la réponse.

CORRIGE DEVOIR COMMUN 4ème
PARTIE I

Exercice 1 : (3 points : 1,5 + 1,5)

1)

note	0	1	2	3	4	TOTAL
effectif	30	15	105	75	150	375
Fréquence (en %)	**8**	**4**	**28**	**20**	**40**	**100**

$\times \frac{100}{375}$

On peut aussi utiliser la formule « $\frac{\textit{effectif}}{\textit{effectif total}} \times 100$ » pour compléter le tableau.

2) $\frac{0 \times 30 + 1 \times 15 + 2 \times 105 + 3 \times 75 + 4 \times 150}{375} = \frac{1050}{375} = 2{,}8$. La note moyenne est 2,8.

Exercice 2 : (4 points : 1 + 1,5 + 1,5)

$A = \frac{3}{8} - \frac{5}{6}$

$A = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5 \times 4}{6 \times 4}$

$A = \frac{9}{24} - \frac{20}{24}$

$A = -\frac{11}{24}$

$B = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{3}$

$B = \frac{2}{5} - \frac{4}{15}$

$B = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4}{15}$

$B = \frac{6}{15} - \frac{4}{15}$

$B = \frac{2}{15}$

$C = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{21}}$

$C = \frac{3}{7} \times \frac{21}{4}$

$C = \frac{3 \times 7 \times 3}{7 \times 4}$

$C = \frac{9}{4}$

Exercice 3 : (3 points : 1 + 2)

1)

$D = (4x + 3) - (7 - 2x)$

$D = 4x + 3 - 7 + 2x$

$D = 6x - 4$

2)

$E = 3\,(7x + 2) - 2\,(10x + 3)$

$E = 3 \times 7x + 3 \times 2 - 2 \times 10x - 2 \times 3$

$E = 21x + 6 - 20x - 6$

$E = x$

Exercice 4 : (2,5 points : 1,5 + 1)

1) $F = (4 - 2x)\,(x + 2)$

$F = 4 \times x + 4 \times 2 - 2x \times x - 2x \times 2$

$F = 4x + 8 - 2x^2 - 4x$

$F = -2x^2 + 8$

2) Si $x = 1$ alors

$F = (4 - 2 \times 1)\,(1 + 2) = 2 \times 3 = 6$

Exercice 5 : (5,5 points : 2 + 2 + 1,5)

1)

$10^2 \times 10^5 = 10^{2+5} = 10^7$

$\frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3}$

$10^4 \times 10^{-4} = 10^{4-4} = 10^0$

$(10^4)^4 = 10^{4 \times 4} = 10^{16}$

$10 \times 10^{-8} \times 10^2 = 10^{1-8+2} = 10^{-5}$

2) $G = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}}$

$G = \frac{7 \times 4}{2} \times \frac{10^{-12+5}}{10^{-4}}$

$G = 14 \times 10^{-7+4}$

$G = 14 \times 10^{-3}$

$G = 1{,}4 \times 10^1 \times 10^{-3}$

$G = 1{,}4 \times 10^{-2}$ (écriture scientifique)

$G = 0{,}014$ (écriture décimale).

3) Calculer :

$H = 5 + 4 \times 3^2$

$H = 5 + 4 \times 9$

$H = 5 + 36$

$H = 41$

$I = (5 + 4) \times 2^3$

$I = 9 \times 8$

$I = 72$

$J = 2^3 + 5^3$

$J = 8 + 125$

$J = 133$

Exercice 6 : (2 points : 1 + 1)

1) A = coté × côté

$A = (x + 1) \times (x + 1)$

$A = x^2 + x + x + 1$

$A = x^2 + 2x + 1$

L'aire d'une face de ce cube est $x^2 + 2x + 1$

2) $L = 12 \times (x + 1)$

$L = 12x + 12$

La longueur totale des arêtes de ce cube $12x + 12$

CORRIGE DEVOIR COMMUN 4ème
PARTIE II

Exercice 1 : (3 points). Dans le triangle OHB rectangle en B, on a :

$\cos \widehat{H} = \dfrac{HB}{HO}$

$\cos 80° = \dfrac{HB}{30}$

$\dfrac{\cos 80°}{1} = \dfrac{HB}{30}$

d'où $HB = \dfrac{30 \times \cos 80°}{1}$ (valeur exacte)

HB = 5,209445… (machine)

HB ≈ 5,21 m (arrondi au cm).

La hauteur de la tour est environ 5,21mètres.

Exercice 2 : (8,5 points : 2,5 + 1,5 + 1,5 + 3)

1)

$AB^2 = 10{,}4^2 = 108{,}16$

$AC^2 + BC^2 = 9{,}6^2 + 4^2 = 92{,}16 + 16 = 108{,}16$

Donc, $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Donc, le triangle ABC est rectangle en C d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2)

Je sais que E est un point du cercle de diamètre [AD].
Or, si on joint un point d'un cercle aux extrémités de l'un de ses diamètres alors on obtient un triangle rectangle qui a pour hypoténuse le diamètre de ce cercle.
Donc, ADE est rectangle en E.

3)

Je sais que (BC) perpendiculaire à (AC) puisque ABC rectangle en C
Et (DE) perpendiculaire à (AC) puisque ADE rectangle en E et C, E, A alignés.
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles.
Donc, (BC) et (DE) sont parallèles.

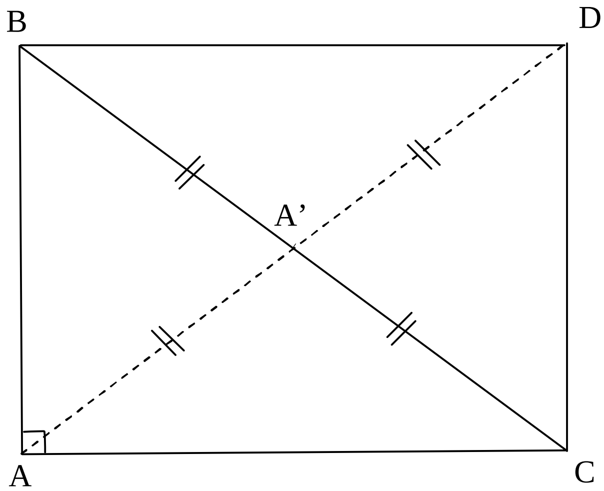
4)

Dans les triangles ABC et ADE ayant **A** pour sommet commun, on a :
E appartient à [AC], D appartient à [AB] et (BC) parallèle à (DE). On peut donc utiliser la propriété de Thalès et on a : $\dfrac{\mathbf{A}E}{\mathbf{A}C} = \dfrac{\mathbf{A}D}{\mathbf{A}B} = \dfrac{ED}{CB}$

$\dfrac{AE}{9{,}6} = \dfrac{7{,}8}{10{,}4} = \dfrac{ED}{4}$. On utilise l'égalité $\dfrac{7{,}8}{10{,}4} = \dfrac{ED}{4}$

$ED = \dfrac{7{,}8 \times 4}{10{,}4}$, soit ED = 3 cm.

Exercice 3 : (8,5 points : 1 pour la figure complète + 2 + 1 + 2 + 2,5)



2) On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

$BC^2 = 5{,}4^2 + 7{,}2^2$

$BC^2 = 29{,}16 + 51{,}84$

$BC^2 = 81$

$BC = \sqrt{81}$, soit BC = 9 cm.

3) a) La droite (AA') passe par le sommet A du triangle ABC et par le milieu A' du côté [BC], c'est donc la médiane du triangle ABC relative au côté [BC].

b) Je sais que ABC est un triangle rectangle en A et (AA') médiane relative à l'hypoténuse [BC].
Or, si un triangle est rectangle alors la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse.
Donc, $AA' = \dfrac{BC}{2}$ et comme BC = 9 cm d'après 2), on a donc AA' = 4,5 cm

4) D symétrique de A par rapport à A' signifie que A' milieu de [AD]. De plus, A' milieu de [BC].
Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Donc, ABDC est un parallélogramme.
De plus, le parallélogramme ABDC a l'angle $\widehat{BAC}$ qui est droit puisque ABC est rectangle en A.
Or, si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.
Donc, ABDC est un rectangle.
Autre méthode : prouver que ABDC est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur.