$4^{ème}$ DEVOIR COMMUN DE MATHEMATIQUES

Jeudi 20 mars 2008
Durée de l'épreuve : 2 heures

Partie I

Exercice 1 : (3 points)
Lors d'un test, noté de 0 à 4, passé dans un collège comptant 375 élèves, on a relevé les résultats suivants :

Note	0	1	2	3	4
Effectif	30	15	105	75	150
Fréquence (en %)					

1/ Reproduire et compléter le tableau.
2/ Quelle est la note moyenne obtenue au test par les 375 élèves du collège ?

Exercice 2 : (4,5 points)
1/ On donne : $a = 3,5$ $b = -2$ $c = 7$ et $d = -0,5$.
Calculer en détaillant les étapes : $A = a - (b + c + d)$ et $B = \frac{a \times b}{c} + d$
2/ Calculer en détaillant les étapes : $C = -4 + 2 \times [-3 \times (5 - 7) - 9]$

Exercice 3 : (4 points) Calculer et écrire sous la forme d'une fraction irréductible :

$$D = \frac{3}{8} - \frac{5}{6} \quad ; \quad E = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{3} \quad ; \quad F = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{21}}$$

Exercice 4 : (5,5 points) *les questions sont indépendantes.*

1) Écrire sous la forme 10^n, où n est un entier relatif.

$$10^2 \times 10^5 \quad ; \quad \frac{10^2}{10^5} \quad ; \quad 10^4 \times 10^{-4} \quad ; \quad (10^4)^4 \quad ; \quad 10 \times 10^{-8} \times 10^2$$

2) Calculer G. Donner l'écriture scientifique de G, puis l'écriture décimale de G.

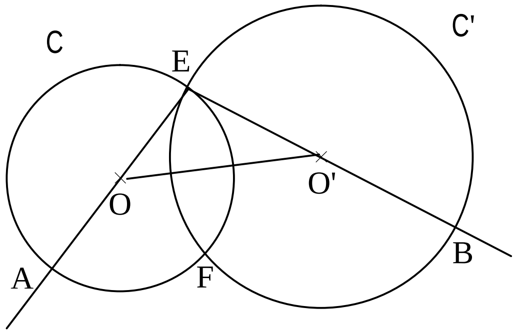
$$G = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}}$$

3) Calculer : $H = 5 + 4 \times 3^2$; $I = (5 + 4) \times 2^3$; $J = 2^3 + 5^3$

Exercice 5 : (3 points)
Quatre amis se partagent les bonbons qu'ils ont récoltés le soir d'Halloween. Le premier en prend deux cinquièmes, le second un sixième et le troisième trois dixièmes. Le dernier prend 240 bonbons.
1/ Quelle fraction de bonbons revient au dernier ?
2/ Quel nombre de bonbons les quatre amis se sont-ils partagés ?

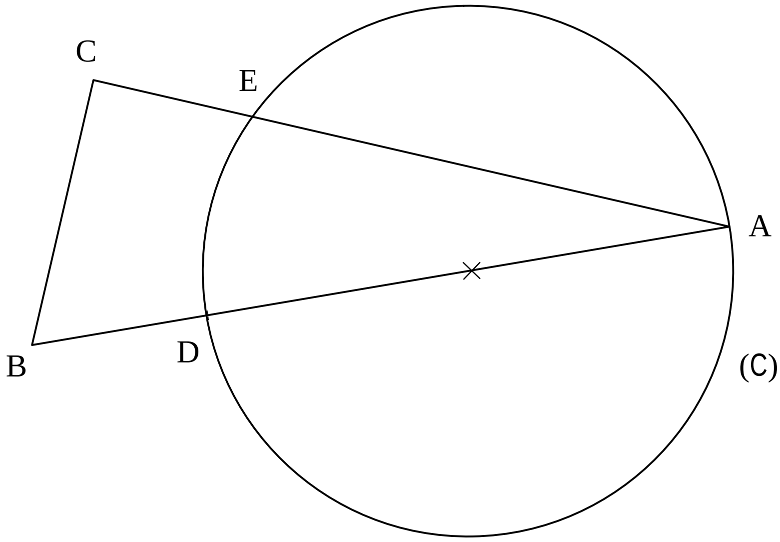
Partie II

Exercice 1 : (4 points) *la figure est donnée à titre indicatif, elle n'est pas en vraie grandeur.*



Le segment [OO'] mesure 5 cm.
C est le cercle de centre O et de rayon 3 cm, C' est le cercle de centre O' et de rayon 4 cm. Les cercles C et C' se coupent en E et F.
La droite (EO) coupe le cercle C en A. La droite (EO') coupe le cercle C' en B.
1/ Montrer que (AB) est parallèle à (OO').
2/ Calculer la longueur du segment [AB].

Exercice 2 : (8 points) *la figure est donnée à titre indicatif, elle n'est pas en vraie grandeur.*



Soit ABC un triangle tel que AB = 10,4 cm, AC = 9,6 cm et BC = 4 cm.

1/ Démontrer que ABC est un triangle rectangle en un point à préciser.

2/ Soit D le point du segment [AB] tel que AD = 7,8 cm. Le cercle (C) de diamètre [AD] recoupe le segment [AC] en E. Préciser la nature du triangle ADE.

3/ Démontrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles.

4/ Calculer DE.

Exercice 3 : (8 points)

ABC est un triangle rectangle en A avec AB = 5,4 cm et AC = 7,2 cm.

1/ Faire une figure qui sera complétée au fur et à mesure.

2/ Calculer BC.

3/ Soit A' le milieu de [BC].
a) Quelle est la nature de la droite (AA') ? Justifier.
b) Déduire de la question 2), la longueur AA'.

4/ Placer le point D symétrique du point A par rapport à A'. Quelle est la nature du quadrilatère ABDC ? Justifier soigneusement la réponse.

CORRIGE DEVOIR COMMUN $4^{ème}$

PARTIE I

Exercice 1 : (3 points : 1,5 + 1,5)

1/

Note	0	1	2	3	4	TOTAL
Effectif	30	15	105	75	150	375
Fréquence (en %)	**8**	**4**	**28**	**20**	**40**	**100**

$\times \frac{100}{375}$

On peut aussi utiliser la formule « $\frac{\textit{effectif}}{\textit{effectif total}} \times 100$ » pour compléter le tableau.

2/ $\frac{0 \times 30 + 1 \times 15 + 2 \times 105 + 3 \times 75 + 4 \times 150}{375} = \frac{1050}{375} = 2{,}8$. La note moyenne est 2,8.

Exercice 2 : (4,5 points : 1,5 + 1,5 + 1,5)

1/ $A = a - (b + c + d)$

$A = 3{,}5 - (-2 + 7 + (-0{,}5))$

$A = 3{,}5 - (-2 + 7 - 0{,}5)$

$A = 3{,}5 - (5 - 0{,}5)$

$A = 3{,}5 - 4{,}5$

$A = -1$

$B = \frac{a \times b}{c} + d$

$B = \frac{3{,}5 \times (-2)}{7} + (-0{,}5)$

$B = \frac{-7}{7} + (-0{,}5)$

$B = -1 - 0{,}5 = -1{,}5$

2/ $C = -4 + 2 \times [-3 \times (5 - 7) - 9]$

$C = -4 + 2 \times [-3 \times (-2) - 9]$

$C = -4 + 2 \times [6 - 9]$

$C = -4 + 2 \times (-3)$

$C = -4 + (-6)$

$C = -10$

Exercice 3 : (4 points : 1 + 1,5 + 1,5)

$D = \frac{3}{8} - \frac{5}{6}$

$D = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} - \frac{5 \times 4}{6 \times 4}$

$D = \frac{9}{24} - \frac{20}{24}$

$D = -\frac{11}{24}$

$E = \frac{2}{5} - \frac{1}{5} \times \frac{4}{3}$

$E = \frac{2}{5} - \frac{4}{15}$

$E = \frac{2 \times 3}{5 \times 3} - \frac{4}{15}$

$E = \frac{6}{15} - \frac{4}{15}$

$E = \frac{2}{15}$

$F = \frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{21}}$

$F = \frac{3}{7} \times \frac{21}{4}$

$F = \frac{3 \times 7 \times 3}{7 \times 4}$

$F = \frac{9}{4}$

Exercice 4 : (5,5 points : 2,5 + 1,5 + 1,5)

1/ $10^2 \times 10^5 = 10^{2+5} = 10^7$

$\frac{10^2}{10^5} = 10^{2-5} = 10^{-3}$

$10^4 \times 10^{-4} = 10^{4-4} = 10^0$

$(10^4)^4 = 10^{4 \times 4} = 10^{16}$

$10 \times 10^{-8} \times 10^2 = 10^{1-8+2} = 10^{-5}$

2/ $G = \frac{7 \times 10^{-12} \times 4 \times 10^5}{2 \times 10^{-4}}$

$G = \frac{7 \times 4}{2} \times \frac{10^{-12+5}}{10^{-4}}$

$G = 14 \times 10^{-7-(-4)}$

$G = 14 \times 10^{-3}$

$G = 1{,}4 \times 10^1 \times 10^{-3}$

$G = 1{,}4 \times 10^{-2}$ (écriture scientifique)

$G = 0{,}014$ (écriture décimale).

3/ Calculer :

$H = 5 + 4 \times 3^2$

$H = 5 + 4 \times 9$

$H = 5 + 36$

$H = 41$

$I = (5 + 4) \times 2^3$

$I = 9 \times 8$

$I = 72$

$J = 2^3 + 5^3$

$J = 8 + 125$

$J = 133$

Exercice 5 : (3 points : 2 + 1)

1/ $\frac{2}{5} + \frac{1}{6} + \frac{3}{10} = \frac{2 \times 6}{5 \times 6} + \frac{1 \times 5}{6 \times 5} + \frac{3 \times 3}{10 \times 3} = \frac{12 + 5 + 9}{30} = \frac{26}{30} = \frac{13}{15}$. Le quatrième enfant reçoit donc $\frac{2}{15}$ des bonbons.

2/ Notons N le nombre total de bonbons. On a alors $\frac{2}{15} \times N = 240$, donc $N = 240 \div \frac{2}{15} = 240 \times \frac{15}{2} = 1\,800$.

Les quatre enfants se sont partagés 1 800 bonbons.

CORRIGE DEVOIR COMMUN 4ème
PARTIE II

Exercice 1 : (3 points : 1 + 1,5 + 1,5)

1/ [AE] est un diamètre du cercle C de centre O, donc O est le milieu de [AE]. De même, O' est le milieu de [EB].
Dans le triangle AEB, la droite (OO') passe par les milieux des côtés [EA] et [EB] donc elle est parallèle au troisième côté [AB].

2/ De plus le segment [OO'] joint les milieux de deux côtés, donc [OO'] mesure la moitié de la longueur de [AB] d'où
$AB = 2 \times OO' = 2 \times 5 = 10$.
Le segment [AB] mesure 10 cm.

Exercice 2 : (8 points : 2,5 + 2 + 1 + 2,5)

1)
$AB^2 = 10,4^2 = 108,16$
$AC^2 + BC^2 = 9,6^2 + 4^2 = 92,16 + 16 = 108,16$
Donc, $AB^2 = AC^2 + BC^2$
Donc, le triangle ABC est rectangle en C d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2)
Je sais que E est un point du cercle de diamètre [AD].
Or, si on joint un point d'un cercle aux extrémités de l'un de ses diamètres alors on obtient un triangle rectangle qui a pour hypoténuse le diamètre de ce cercle.
Donc, ADE est rectangle en E.

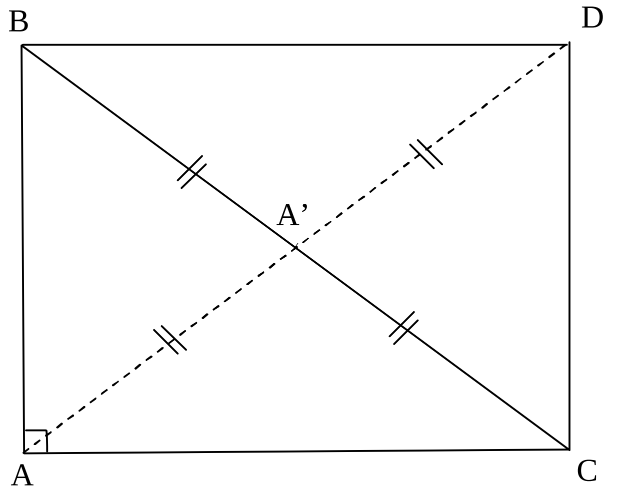
3)
Je sais que (BC) est perpendiculaire à (AC) puisque ABC rectangle en C
Et (DE) est perpendiculaire à (AC) puisque ADE est rectangle en E et C, E, A sont alignés.
Or, si deux droites sont perpendiculaires à une même droite, alors ces deux droites sont parallèles.
Donc, (BC) et (DE) sont parallèles.

4)
Dans les triangles ABC et ADE ayant **A** pour sommet commun, on a :
E appartient à [AC], D appartient à [AB] et (BC) parallèle à (DE). On peut donc utiliser la propriété de Thalès et on a : $\frac{\mathbf{A}E}{\mathbf{A}C} = \frac{\mathbf{A}D}{\mathbf{A}B} = \frac{ED}{CB}$

$\frac{AE}{9,6} = \frac{7,8}{10,4} = \frac{ED}{4}$. On utilise l'égalité $\frac{7,8}{10,4} = \frac{ED}{4}$

$ED = \frac{7,8 \times 4}{10,4}$, soit ED = 3 cm.

Exercice 3 : (8 points : 2 pour la figure complète + 2 + 2 + 2)



2) On utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :
$BC^2 = AB^2 + AC^2$
$BC^2 = 5,4^2 + 7,2^2$
$BC^2 = 29,16 + 51,84$
$BC^2 = 81$
$BC = \sqrt{81}$, soit BC = 9 cm.

3) a) La droite (AA') passe par le sommet A du triangle ABC et par le milieu A' du côté [BC], c'est donc la médiane du triangle ABC relative au côté [BC].
b) Je sais que ABC est un triangle rectangle en A et (AA') médiane relative à l'hypoténuse [BC].
Or, si un triangle est rectangle alors la médiane relative à l'hypoténuse mesure la moitié de l'hypoténuse.
Donc, $AA' = \frac{BC}{2}$ et comme BC = 9 cm d'après 2), on a donc AA' = 4,5 cm

4) D symétrique de A par rapport à A' signifie que A' milieu de [AD]. De plus, A' milieu de [BC].
Or, si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Donc, ABDC est un parallélogramme.
De plus, le parallélogramme ABDC a l'angle $\widehat{BAC}$ qui est droit puisque ABC est rectangle en A.
Or, si un parallélogramme a un angle droit alors c'est un rectangle.
Donc, ABDC est un rectangle.
<u>Autre méthode :</u> prouver que ABDC est un parallélogramme qui a ses diagonales de même longueur.