PRÉSENTATION DU PROGRAMME DE PREMIÈRE S PAR “GRANDES IDÉES”

Une tentative de dégager les grandes idées du programme de Première S :

- **INTRODUIRE LES CONCEPTS DE BASE DE L’ANALYSE (DÉRIVÉE, LIMITES, SUITES).**
- INCLURE L’ALGÈBRE DANS L’ANALYSE.
- IMPORTANCE DES EXEMPLES ; DES OBSERVATIONS ; DES APPLICATIONS, DES APPROCHES HISTORIQUES.
- UTILISER LES OUTILS INFORMATIQUES
- SIMPLIFICATION ET RECOURS À L’INTUITION : LES LIMITES DE FONCTIONS
- INTRODUCTION À LA THÉORISATION MATHÉMATIQUE : LES LIMITES DE SUITES

EXTRAITS DES PROGRAMMES : B.O. N°7 31 AOÛT 2000 HORS-SÉRIE

Souligné : CONTENUS **EN GRAS : Modalités de Mise en Oeuvre.** Sinon : Commentaires.

Généralités sur les fonction

INCLURE L’ALGÈBRE DANS L’ANALYSE.	IMPORTANCE DES EXEMPLES ; DES OBSERVATIONS ; DES APPLICATIONS, DES APPROCHES HISTORIQUES	UTILISER LES OUTILS INFORMATIQUES
Opérations sur les fonctions: $u+v$, λu, uv, u, $u \circ v$. **Définition d’une fonction polynôme et de son degré.** **On partira des fonctions étudiées en classe de 2nde. Sur des exemples et selon le problème traité, on proposera plusieurs écritures d’une même fonction trinôme, d’une même fonction homographique.** **Résolution de l’équation du second degré. Étude du signe d’un trinôme.** **On aboutira ici aux formules usuelles donnant les racines et la forme factorisée d’un trinôme du second degré.**	Les transformations d’écritures s’effectueront à l’occasion des différentes activités de ce chapitre (dérivation, recherche d’asymptotes, résolution d’équations). On remarquera que certaines familles de fonctions sont stables par certaines opérations, pas par d’autres. On remarquera à l’aide de contre-exemples qu’on ne peut pas énoncer de règle donnant dans tous les cas le sens de variation de $u+v$ ou de uv. On justifiera les symétries observées sur les représentations graphiques. On fera le lien entre les résultats et l’observation des représentations graphiques obtenues à l’aide d’un grapheur.	**Sens de variation et représentation graphique d’une fonction de la forme $u+\lambda$, λu, la fonction u étant connue.** **Sens de variation de $u \circ v$, u et v étant monotones.** **On travaillera, à l’aide de grapheurs, sur des familles de courbes représentatives de fonctions associées à deux fonctions données u et v : $u+\lambda$, λu, $u+v$, $\lvert u \rvert$, $x \mapsto u(\lambda x)$ et $x \mapsto u(x+\lambda)$.**

Dérivation

<table>
<tr><td>INTRODUIRE LES CONCEPTS DE BASE DE L'ANALYSE</td><td>SIMPLIFICATION ET RECOURS À L'INTUITION : LES LIMITES.</td><td>IMPORTANCE DES EXEMPLES ; DES OBSERVATIONS ; DES APPLICATIONS, DES APPROCHES HISTORIQUES</td></tr>
<tr><td>
<u>Approche cinématique ou graphique du concept de nombre dérivé d'une fonction en un point.</u>

INTRODUCTION AU PROGRAMME : L' acquisition du concept de dérivée est un point fondamental du programme de première; il est conseillé de l'aborder rapidement.

<u>Nombre dérivé d'une fonction en un point: définition comme limite de $(f(a+h) - f(a)) / h$ quand h tend vers 0.</u>

<u>Tangente à la courbe représentative d'une fonction f dérivable ; approximation affine associée de la fonction.</u>

<u>Dérivée des fonctions usuelles: $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \sqrt{x}$, $x \mapsto \cos x$ et $x \mapsto \sin x$. Dérivée d'une somme, d'un produit, d'un quotient et de $x \mapsto f(ax + b)$.</u>

<u>Lien entre signe de la dérivée et variations.</u>

<u>Comportement asymptotique de certaines fonctions Asymptotes verticales, horizontales ou obliques.</u>
</td><td>
INTRODUCTION AU PROGRAMME : Les fonctions étudiées au lycée sont toutes régulières; on se contentera donc d'une approche intuitive des limites finies en un point à travers la notion de dérivée. Pour les autres types de limites (limite infinie, limite à l'infini), on gardera de même une vision intuitive.
On ne donnera pas de définition formelle de la notion de limite. Le vocabulaire et la notation relatifs aux limites seront introduits sur des exemples puis utilisés de façon intuitive.
[…]On ne soulèvera aucune difficulté à [ce] propos et on admettra tous les résultats utiles.

On s'appuiera sur l'intuition; les résultats usuels sur les sommes et produits de limites apparaîtront à travers des exemples et seront ensuite énoncés clairement.
</td><td>
Plusieurs démarches sont possibles: passage de la vitesse moyenne à la vitesse instantanée pour des mouvements rectilignes suivant des lois horaires élémentaires (trinôme du second degré dans un premier temps); zooms successifs sur une représentation graphique obtenue à l'écran de la calculatrice.

On construira point par point un ou deux exemples d'approximation de courbe intégrale définie par: $y' = f(t)$ et $y(t_0) = y_0$ en utilisant l'approximation $\Delta f \approx f'(a)\,\Delta t$.

L'étude de fonctions ne sera pas présentée comme une fin en soi, mais interviendra lors de la résolution de problèmes.

On étudiera, sur des exemples très simples (fonctions polynômes de degré 2 ou 3, fonctions rationnelles du type $x \mapsto ax + b + h(x)$ avec h tendant vers 0 en $+\infty$ ou $-\infty$), les limites aux bornes de l'intervalle de définition et les asymptotes éventuelles.
</td></tr>
</table>

Suites (généralités)

INTRODUIRE LES CONCEPTS DE BASE DE L'ANALYSE	IMPORTANCE DES EXEMPLES ; DES OBSERVATIONS ; DES APPLICATIONS, DES APPROCHES HISTORIQUES	UTILISER LES OUTILS INFORMATIQUES
Modes de générations d'une suite numérique. Suite croissante, suite décroissante. Suites arithmétiques et suites géométriques.	**Étude de l'évolution de phénomènes discrets amenant à une relation de récurrence. Calcul des termes d'une suite sur calculatrice observation des vitesses de croissance (resp. de décroissance) pour des suites arithmétiques et des suites géométriques. Comparaison des valeurs des premiers termes des suites $(1 + t)^n$ et $1 + n\,t$ pour différentes valeurs de t (en lien avec la notion de dérivée).**	**On pourra étudier numériquement, sur ordinateur ou calculatrice, le temps de doublement d'un capital placé à taux d'intérêt constant, la période de désintégration d'une substance radioactive, etc.** On veillera à faire réaliser sur calculatrice ou tableur des programmes où interviennent boucle et test.

Suites : LIMITES . • LE PROGRAMME **Notion intuitive de limite infinie perçue à partir d'exemples. Définition de la convergence d'une suite, utilisation de cette définition. Limite d'une suite géométrique.**

On utilisera au choix une des définitions suivantes pour la convergence d'une suite, vers *a* : *Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite sauf un nombre fini d'entre eux. Tout intervalle ouvert contenant a contient tous les termes de la suite à partir d'un certain rang.*

Démonstration du théorème "des gendarmes"; les théorèmes sur la somme, le produit et le quotient de suites convergentes seront pour la plupart admis.

On pourra mettre la définition en œuvre pour étudier une limite (exemple: suite (w_n) définie/ par $w_n = \max(u_n, v_n)$ ou pour montrer l'unicité de la limite.

On montrera avec des exemples la variété decomportement de suites convergeant vers une même limite.

[…] On indiquera clairement qu'une fois la définition posée et les théorèmes établis, il est en général plus facile d'avoir recours aux théorèmes (ils sont là pour ça) plutôt qu'à la définition, sauf pour les contre-exemples. La définition d'une limite infinie pourra être abordée ou non.

LE RESTE DES TEXTES EST TIRÉ DES COMMENTAIRES DU GEPS SUR LES PROGRAMMES :

http://www.ac-poitiers.fr/gtdmaths/ ou : **http://www.eduscol.education.fr/disc_h/**

• IMPORTANCE DES EXEMPLES ; DES PROBLÈMES ; DES OBSERVATIONS ; DES APPLICATIONS

Le travail sur les suites sera d'abord d'en cueillir un peu partout (en géométrie comme en dehors du champ des mathématiques);
L'objectif n'est en aucun cas de tout compliquer par une définition dont on ne comprend pas la nécessité, ou d'essayer subrepticement de « couper des epsilon en quatre». En première, on étudie surtout l'évolution «en temps fini » des termes d'une suite, la limite jouant le rôle d'un point sur la ligne d'horizon […]

En terminale, on définira la continuité par les suites (l'image de toute suite convergeant vers a est une suite convergeant vers f(a)) ; il sera pour cela utile d'avoir construit de nombreuses suites aux comportements variés convergeant vers un nombre a.

• UTILISER LES OUTILS INFORMATIQUES

A l'occasion de ce travail, l'élève apprendra à avoir des critères de lecture des résultats fournis par des calculatrices ou des ordinateurs : monotonie, oscillations, stationnarité, vitesse de convergence, comportements très différents suivant des valeurs voisines des paramètres ; cette lecture sera complétée par des calculs algébriques (encadrements, formules à établir). Par ailleurs, l'étude des suites est un terrain propice pour comprendre la nécessité et l'efficacité de faire des allers et retours entre l'ordinateur ou la calculatrice et le «papier-crayon».

• INTRODUCTION À LA THÉORISATION MATHÉMATIQUE : LES LIMITES DE SUITES

Le travail demandé ici à propos de la définition de la convergence d'une suite est de nature épistémologique;il sera présenté aux élèves comme tel et pourra permettre d'amorcer une réflexion, poursuivie en terminale, sur la nature des mathématiques. Toute définition en ε et N est exclue.

L'objectif de l'introduction de cette définition est :

- de montrer qu'à l'intérieur du champ des mathématiques, il existe une définition précise et relativement complexe à partir de laquelle on établit des propriétés et des théorèmes (théorème des "gendarmes" par exemple) qui permettent d'éviter de recourir à cette définition complexe ;
- de proposer un travail de nature épistémologique sur la façon dont s'élaborent les mathématiques : on pourra signaler, en s'appuyant sur des éléments historiques, que les mathématiques ont beaucoup avancé sans définition précise de la notion de limite de suite ou de fonction mais qu'à un moment, quand la notion intuitive s'avère buter sur des difficultés, il devient nécessaire de l'expliciter et de l'introduire comme nouvelle notion mathématique ;
- de rappeler que le discours de l'enseignant évolue dans un paysage mathématique où le statut des éléments qui le composent est identifiable par l'élève ; il convient d'éviter que l'élève navigue dans un océan où tout (propriétés et théorèmes) apparaisse plus ou moins comme axiome ;
- de travailler un ou deux exemples de suites divergentes très simples (c'est l'occasion d'un travail de logique sur la définition) ;
- d'indiquer aux élèves que s'ils vont en DEUG de sciences ou en classe préparatoire, certains éléments non définis le seront alors, et de leur montrer (cf. la suite max(un,vn)) le type de travail qu'on peut alors faire. Beaucoup d'élèves sont en effet très surpris quand ils arrivent dans différentes filières de l'enseignement supérieur et il serait utile qu'il aient été avertis bien avant...

Dans le document d'accompagnement, on trouvera des compléments sur les suites :

http://www.ac-poitiers.fr/gtdmaths/ ou : http://www.eduscol.education.fr/disc_h/