

Orthocentre

TP de Mathématiques – Classe de Seconde

Énoncé

Dans le plan, ABC est un triangle quelconque.

On appelle K le centre de son cercle circonscrit, et H son orthocentre.

On recherche sur quel ensemble de points se déplace le point H lorsque C se déplace sur une droite d parallèle à la droite (AB)

Étape 1 - Analyse de la figure

1. Tracer, à main levée ci-dessous une figure illustrant le problème.

2. Dans quel ordre doit-on construire les différents objets de cette figure à l'aide d'un logiciel de géométrie (celui-ci ne sait pas construire directement une droite comme on le fait sur une feuille de papier à l'aide de la règle et du crayon)

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Étape 2 - Construction de la figure

Lancer le logiciel GeoplanGeospace.

Construire la figure à l'aide de celui-ci.

Étape 3 - Conjecture

Visualiser le déplacement du point H en demandant au logiciel de laisser la trace de H sur la figure lorsque C se déplace sur la droite d.

Quelle semble être la forme de cette courbe ? Où a-t-on déjà rencontré une courbe de ce type ?

.....

Étape 4 - Vérification, à l'aide du logiciel, d'une propriété mathématique de la figure

1. M étant un point du plan, comment peut-on construire le point M' tel que $\overline{MM'} = \overline{KA} + \overline{KB} + \overline{KC}$

2. Créer un point M libre dans le plan, puis construire le point M' tel que : $\overline{MM'} = \overline{KA} + \overline{KB} + \overline{KC}$

3. Placer le point M sur le point K ; que constate-t-on ?

.....

4. Déplacer le point C sur la droite d et recommencez l'opération précédente ; peut-on effectuer la même constatation à plusieurs reprises ?

.....

5. Quelle conjecture vous permet d'effectuer le logiciel ?

.....

Étape 5 - Recherche, dans un cas particulier, de l'équation de la courbe visualisée précédemment :

On se place dans un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$; les points A et B sont donnés par leurs coordonnées ; A(-1 ; 1) et B(1 ; 1). Le point C se déplace sur l'axe des abscisses et a pour abscisse x.

1. Créer une nouvelle figure du plan.

2. Faire afficher le repère orthonormé par défaut de Geoplan.

3. Construire à nouveau la figure précédente, puis visualiser la trace du point H lorsque C se déplace sur l'axe des abscisses.

4. Faire afficher les coordonnées des points C, K et H.

5. Que peut-on dire des abscisses des points C et H ?

.....
.....

Justifier cette conjecture.

.....
.....
.....
.....

1. Où le point K se trouve-t-il ? Justifiez votre réponse.

.....
.....
.....

2. Si $x = 0$, déterminez les coordonnées de K. Justifiez votre réponse.

.....
.....
.....

3. Si $x = 1$, déterminez les coordonnées de K. Justifiez votre réponse.

.....
.....
.....

4. Déterminer pour tout point C ($x ; 0$) de l'axe des abscisses l'ordonnée de K en fonction de x .

.....
.....
.....
.....

5. Créer un point M libre dans le plan, puis construire le point M' tel que : $\overline{MM'} = \overline{KA} + \overline{KB} + \overline{KC}$. La conjecture faite à l'étape 4 est-elle toujours vraie ?

.....
.....
.....

6. On admettra pour la suite que cette conjecture est vraie et que le point K a pour coordonnées $(0 ; \frac{2-x^2}{2})$. Déterminer alors les coordonnées du point H.

Que peut-on en conclure ?

.....
.....
.....
.....