

Triangles isocèles de périmètre donné

Fiche élève

On considère l'ensemble des triangles isocèles de périmètre 16cm.

Peuvent-ils avoir des formes particulières ?

Comment leur aire varie-t-elle ?

Partie A. Explorer la situation à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique

1. Soit ABC un triangle isocèle en C de périmètre 16cm. On pose $2x$ la longueur de la base [AB]. Montrer que : $0 \leq x \leq 4$ et déterminer la longueur du segment [AC] en fonction de x .
2. On appelle I le milieu du segment [AB] ; construire un point I fixé puis construire un point A tel que la longueur $x = IA$ soit comprise entre 0 et 4. Faire afficher cette longueur.
3. Créer le triangle isocèle ABC de périmètre 16. Calculer et faire afficher son aire.
4. Créer le point M ayant pour abscisse x et pour ordonnée l'aire du triangle ABC, puis créer son lieu. Que représente ce lieu ?
5. Le triangle ABC peut-il être rectangle ? Pour quelle(s) valeur(s) de x ?
6. Déterminer graphiquement la valeur approchée de x pour laquelle l'aire du triangle ABC est maximale. Quelle est alors la valeur de cette aire ?
Quelle semble être alors la nature du triangle ABC ?
7. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du triangle ABC est-elle égale à 12 ?

Partie B : Démonstration des conjectures en s'aidant du logiciel Maxima

1. Démontrer la réponse conjecturée à la question A-5.
2. Calculer l'aire $f(x)$ du triangle ABC en fonction de x .
3. À l'aide du logiciel Maxima, rechercher pour quelle valeur de x , $f(x)$ sera maximum.
4. En déduire les réponses à la question A-6.
5. Montrer que résoudre l'équation $f(x) = 12$ revient à résoudre une équation du troisième degré que l'on précisera.
Résoudre cette équation et en déduire les solutions exactes de la question A-7.

Partie C : Pour aller plus loin

ABC est cette fois un triangle isocèle de périmètre donné p ; on pose $2x$ la longueur de la base [AB].

1. Déterminer en fonction de p , pour quelle valeur de x le triangle ABC est rectangle.
2. Déterminer en fonction de p , pour quelle valeur de x l'aire du triangle ABC est maximale. Quelle est alors la nature du triangle ABC ?