

Etablir une égalité

Objectif : mettre en évidence et apprendre à utiliser différentes méthodes pour démontrer une égalité.

Méthode 1 : on transforme par étapes successives un membre de l'égalité à établir pour obtenir le second.

Prouver par cette méthode que $(1 + 2\sqrt{3})^2 = 13 + 4\sqrt{3}$.

Méthode 2 : on transforme chaque membre de l'égalité pour montrer qu'ils sont égaux à un même réel.

Démontrer par cette méthode, que pour tout x réel, $x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2 + 3x + 1)^2$.

Méthode 3 : on calcule la différence des deux membres et on montre qu'elle est nulle.

Démontrer par cette méthode que $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{2}}$.

Application :

En précisant le numéro de la méthode utilisée, démontrer que :

1. Pour tout nombre réel a , $a^3 - 1 = (a - 1)(a^2 + a + 1)$.
2. Pour tout nombre réel x , $(x - 3)(x^2 + 3x - 10) = (x + 5)(x^2 - 5x + 6)$.
3. Pour tout nombre réel x différent de 1, $\frac{2x^2 - 5x - 1}{x - 1} = 2x - 3 - \frac{4}{x - 1}$.
4. Pour tout nombre réel x , $9x^2 - 6x - 3 = (3x - 1)^2 - 4$.
5. Pour tous points du plan A, B, C et D : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB}$

D'après Belin seconde 2000