# Les objectifs du programme de la classe de seconde

Équipe Académique Mathématiques
Bordeaux, le 3 juillet 2004

## Prendre conscience de la diversité de l'activité mathématique

La seconde est une classe de détermination. Pour que l'élève puisse définir son orientation, il doit avoir pris conscience de la diversité de l'activité mathématique : chercher, trouver des résultats partiels, se poser des questions, appliquer des techniques, étudier la démonstration d'autrui, expliquer une démarche, rédiger au brouillon puis au propre, etc.

Il importe que cette diversité soit présente dans les travaux proposés à la classe ; parmi ceux-ci les travaux écrits faits à la maison restent absolument essentiels à toute progression de l'élève. Le travail personnel des élèves en dehors de la classe se répartit entre les travaux donnés d'un cours à l'autre, qui sont plutôt des exercices d'application directe du cours ou des exercices de base, et les travaux en temps libre qui sont plutôt des exercices de réflexion (avec l'aide du professeur, notamment s'il s'agit de questions ouvertes) et d'entraînement à la rédaction (mise au point d'un exercice résolu en classe par exemple).

## Une base commune pour les classes ultérieures

Le programme est écrit dans le cadre d'une seconde de détermination ; **les capacités attendues**, en nombre volontairement restreint, constituent la **base commune** sur laquelle se fonderont les programmes des classes ultérieures.

Il s'articule en trois chapitres :

- statistiques ;
- fonctions avec mise en œuvre du calcul numérique et algébrique ;
- géométrie.

(1/8 du temps pour les statistiques, - ce temps regroupe les activités en classe et le travail personnel des élèves -, le reste du temps partagé de façon égale entre les deux autres chapitres).

## Des thèmes d'étude

Un ensemble de thèmes d'étude est proposé : l'enseignant choisira en fonction des motivations de ses élèves et s'il le souhaite au delà de ces propositions, au moins un thème pour chacun des trois chapitres (statistique, calcul et fonctions, géométrie). Le document d'accompagnement préconise de réserver une semaine au moins par chapitre, pour le travail sur les thèmes qui ne feront pas l'objet d'évaluation.

## Utilisation des TICE

Il est nécessaire de familiariser les élèves avec certains logiciels ; en seconde, l'usage de logiciels de géométrie est indispensable.

## Entraînement à la logique

Le développement de l'argumentation et l'entraînement à la logique font partie intégrante des exigences des classes de lycée.

Voir un récapitulatif concernant « Les différents types de raisonnement au lycée ».

Les chapitres : fonctions et géométrie, visent **à travers la résolution de problèmes** :

- d'une part à faire fonctionner les connaissances et faire revivre les acquis du collège (donc pas de révisions systématiques) ;

– d'autre part à favoriser l'apprentissage de l'argumentation et de la logique (implication, équivalence, et, ou, contre exemple).

On veillera à choisir des problèmes se prêtant à plusieurs approches et admettant des types de résolution variés.

# La progression

## Quel début et quelle fin ?

Une des principales difficultés pour établir une progression est de **déterminer quel sera le dernier chapitre que l'on traitera**. Un des critères de sélection peut être le choix de ne pas évaluer les élèves dessus. Nous avons choisi dans les trois progressions proposées ici, de traiter en dernier la notion de fluctuation d'échantillonnage qui ne se prête guère à un devoir surveillé.

Une autre difficulté est de **savoir comment démarrer l'année** avec notre nouvelle classe. **Il ne s'agit pas se lancer dans des révisions systématiques** des notions apprises dans les classes antérieures ; cet exercice est très démobilisateur pour les "bons élèves" et très décourageant pour les autres.

## Au sujet de la banque d'outils d'aide à l'évaluation

L'évaluation de début de seconde n'est plus organisée au plan national, comme il y a quelques années, mais peut tout de même être proposée en s'appuyant sur les exercices de la Banque d'Outils. Cette banque d'outils d'aide à l'évaluation concerne tous les niveaux de l'école primaire au lycée. Elle est accessible à l'adresse :

http://www.banqoutils.education.gouv.fr/

Elle permet de faire le point sur les acquis et les besoins des élèves et de mettre rapidement en place l'enseignement modulaire et une aide individualisée adaptés ; de façon à revenir sur des lacunes des classes précédentes auprès des élèves qui en ont besoin.

## Les nombres

Comme premier chapitre nous avons choisi de parler des nombres, en insistant sur les nouveautés du programme de seconde (ensembles de nombres, écritures des nombres...), et en utilisant les heures de module pour faire des calculs sur les racines carrées, résoudre quelques équations et travailler avec la calculatrice.

La partie d'arithmétique sur les nombres premiers, élément de culture générale, pourra être traitée plus tard dans l'année

## La notion de fonction

Le programme de seconde est axé sur la mise en place de la notion de fonction et de quelques-unes de leurs propriétés, leur étude systématique étant laissée aux classes de première (dérivée, limites...). Il conviendra de faire cette présentation assez tôt dans l'année, en tout cas avant les vacances de Noël, et d'utiliser les fonctions dès que possible tout le long de l'année.

Cependant, il faut mettre en place les outils dont on a besoin, notamment les intervalles. Le temps consacré à la valeur absolue doit être très court : il ne s'agit que d'écrire simplement la distance entre deux nombres.

## La géométrie

Il y a peu de nouveautés en géométrie dans le cours de seconde : vecteurs, triangles isométriques et semblables, géométrie dans l'espace.

Nous avons choisi de faire de la géométrie dans l'espace très tôt dans l'année, et de traiter le chapitre en deux fois, l'orthogonalité étant repoussée en fin d'année. Au collège, il s'agit de "géométrie des solides", la notion de plan est installée en seconde. Il ne faut pas oublier que beaucoup d'élèves continueront la géométrie dans l'espace en première : ceux de S, de ES et de STI. On profitera de ce premier chapitre de géométrie pour revoir, en isolant un plan, les configurations planes (qui ne feront pas l'objet d'un chapitre particulier, aucune nouveauté n'apparaissant sur ce sujet en seconde) et refaire des calculs avec des racines carrées et des quotients.

## Les statistiques

Le chapitre de statistique descriptive peut être placé à peu près n'importe quand dans l'année. Le travail le plus important se fera autour de la moyenne (linéarité) que les élèves devront savoir calculer à partir d'une distribution de fréquences, préparant ainsi les lois de probabilités à voir en première.

## Fonctions affines

Le chapitre "fonctions linéaires fonctions affines" (déjà vues au collège, hormis la caractérisation) est volontairement détaché de celui sur les généralités sur les fonctions pour bien faire comprendre aux élèves qu'il ne s'agit que de cas particuliers de fonctions. Ce chapitre peut également être intégré dans le chapitre "fonctions usuelles".

## Les vecteurs

Enfin le cours sur les vecteurs peut être déplacé dans l'année ; mais pour faire le lien entre équation de droite et représentation d'une fonction affine, il vaut mieux le faire après l'étude de celles-ci.

## Que dire de plus de ces progressions ou d'une progression en général ?

- Tout d'abord, que s'il existait une progression idéale pour chaque niveau, cela se saurait !

- Que c'est difficile ensuite, surtout quand on débute dans le métier, d'établir les progressions des classes dont on a la charge. Il paraît quand même indispensable de démarrer l'année scolaire avec une progression dûment planifiée, quitte à la faire évoluer un peu en cours d'année.

- Toutes les notions et méthodes doivent être régulièrement réinvesties lors d'activités, travaux à la maison, modules. On n'insistera jamais assez sur le rôle des devoirs en temps libre, qui permettent autant d'introduire certaines notions que d'en réactiver d'autres.

- Les durées des chapitres tiennent compte des contrôles en classe, correction comprise.

- Ces progressions de seconde sont établies sur 28 semaines, ce qui laisse une petite latitude, l'année scolaire comptant en lycée plutôt 32 semaines que 28.

# Trois exemples de progression en classe de seconde

Équipe Académique Mathématiques
Bordeaux, le 3 juillet 2004

Les supports d'activités sont présentés ici au format Adobe Acrobat PDF.
Une majorité d'entre eux sont disponibles au format Word RTF.
Cliquer ici pour les télécharger sous ce format (ZIP, 303 Ko)
et ici pour télécharger toutes les fiches au format PDF.

| | Cours | Durée en sem. | Supports pour activités, modules, travaux dirigés, devoirs à la maison |
|---|---|---|---|
| 1 | **Les nombres**<br>Les ensembles de nombres.<br>Les différentes écritures des nombres.<br>Valeurs approchées.<br>Arithmétique : divisibilité ; nombres premiers ; décomposition. | 3 | Fiches 1 - Rechercher : Faire le bon choix des mots de liaison (PDF, 82 Ko)<br>Fiche 2 - Chaînes opératoires (PDF, 67 Ko)<br>Fiche 3 - Programmes de calcul (PDF, 48 Ko)<br><br>Équation $ax + b = 0$.<br>Représentation de rationnels, de sur la droite réelle (th. de Pythagore et de Thalès)<br>Affichage de la calculatrice ; priorité des opérations.<br>Fiche 4 - Connaître sa calculatrice (PDF, 145 Ko). |
| 2 | **Géométrie dans l'espace**<br>Positions relatives ; règles d'incidence. | 3 | Calculs sur les quotients, les puissances, les radicaux.<br>Fiches 5 - Justification (PDF, 66 Ko)<br>Fiche 6 - Voir pour comprendre (PDF, 47 Ko)<br>Fiche 8 - Calculs de longueurs et d'angles dans l'espace (PDF, 22 Ko)<br><br>Configurations du plan.<br>Fiche 7 - S'informer, analyser (PDF, 49 Ko)<br>Fiche 8 - Calculs de longueurs et d'angles dans l'espace (PDF, 22 Ko) |
| 3 | **Ordre**<br>Ordre et opérations ; comparaison de $a$, $a^2$... $a^n$.<br>Intervalles.<br>Valeur absolue – distance. | 3 | Inéquation $ax + b > 0$<br>Fiche 9 - Rechercher : vers l'implication (PDF, 45 Ko) |
| 4 | **Généralités sur les fonctions numériques**<br>Ensemble de définition.<br>Courbe représentative.<br>Sens de variations.<br>Extremums.<br>Résolution graphique d'équations et d'inéquations. | 4 | Fiche 10 – Vocabulaire et fonctions (PDF, 49 Ko)<br>Fiche 11 – Fonctions : différents registres (PDF, 149 Ko)<br><br>Calcul algébrique.<br>Fiche 12 - Vers la factorisation (PDF, 66 Ko)<br>Fiche 13 - Établir une égalité (PDF, 41 Ko)<br><br>Équations du type AB = 0, A/B = 0 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 5 | **Statistique descriptive**<br>Médiane ; moyenne pondérée ; linéarité de la moyenne. | 1 | |
| 6 | **Triangles**<br>Triangles isométriques ; triangles de même forme. | 3 | Transformations planes - Configurations du plan – Angles ; angle inscrit.<br>Fiche 14 - S'informer, analyser / rechercher (PDF, 54 Ko)<br>Fiche 15 - S'informer, analyser (PDF, 49 Ko)<br>Fiche 16 – Argumenter (PDF, 42 Ko) |
| 7 | **Fonctions linéaires et fonctions affines**<br>Caractérisation ; représentation graphique.<br>Signe de *a x* + *b.* | 2 | Inéquations du type AB > 0, A/B > 0<br>Calcul algébrique : transformations d'écritures ; choix d'une écriture adaptée.<br>Fiche 17 - Forme d'une expression : choix de la forme appropriée (PDF, 103 Ko) |
| 8 | **Vecteurs**<br>Repérage.<br>Équations de droites. | 3 | Fiche 13 - Établir une égalité (PDF, 41 Ko)<br>Fiche 18 - S'informer, analyser (PDF, 48 Ko)<br>Fiche 19 - S'informer, analyser (PDF, 44 Ko)<br>Fiche 20 - S'informer, analyser (PDF, 57 Ko)<br><br>Système de deux équations du premier degré à deux inconnues |
| 9 | **Fonctions usuelles**<br>Fonction carré ; Fonction inverse.<br>Fonctions sinus ; Fonction cosinus. | 3 | |
| 10 | **Géométrie dans l'espace**<br>Orthogonalité. | 1 | |
| 11 | **Simulation**<br>**Fluctuation d'échantillonnage** | 2 | |

**Variante 1** : 1 – 2 – 6 – 3 – 4 – 5 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11

**Variante 2** : 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 8 – 7 – 6 – 9 – 10 – 11

Des activités TICE sont disponibles sur ce site ainsi que sur le site Educnet :

http://www.educnet.education.fr/

# Rechercher : Faire le bon choix des mots de liaison

## Exercice 1

Compléter les phrases suivantes par **car** ou **donc.**

- Il est malade ...... il ne viendra pas.
- J'ai reçu un cadeau ..... c'est mon anniversaire.
- Je suis Européen ..... je suis Français.
- Je ne suis pas Européen ..... je ne suis pas Allemand.
- Fabrice est triste ..... c'est la fin des vacances.
- Il pleut ..... la fête est annulée.

- Le nombre $x$ est supérieur à 3 ..... il est supérieur à 2.
- $y^2 = 9$ ..... $y = 3$.
- $x \in [-1 ;4]$ ..... $x \in [-2 ; 5]$.
- Le nombre $a$ est inférieur à 5 ..... $a$ est inférieur à 3.
- Le quadrilatère a deux angles droits ..... c'est un rectangle.

*Fractale seconde – BORDAS 94*

## Exercice 2

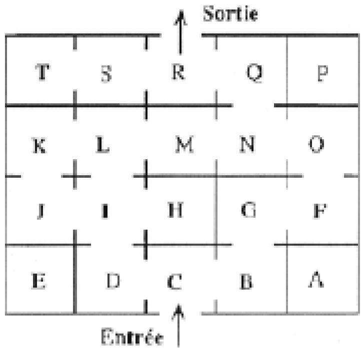
Compléter les phrases par l'un des mots suivants : **si, alors, donc, comme, lorsque**

- ......... deux droites sont perpendiculaires à une même droite, ......... elles sont parallèles.
- ABCD est un parallélogramme, ......... ses diagonales se coupent en leur milieu.
- ......... I est le milieu de [AB], on a AI = IB.
- ........ un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur, ......... c'est un losange.
- Le triangle ABC est inscrit dans un cercle de diamètre [BC], ......... il est rectangle en A.
- ......... deux droites sont parallèles à une même droite, elles sont parallèles.
- ......... le triangle ABC a ses côtés [AB] et [BC] de même longueur, il est isocèle en B.
- ......... un point M appartient à la médiatrice d'un segment, il est équidistant des extrémités de ce segment.
- Les droites D et D' du plan P sont perpendiculaires à une même droite de ce plan, ......... elles sont parallèles.
- ......... un quadrilatère ABCD a ses diagonales [AC] et [DB] qui se coupent perpendiculairement en leur milieu, ......... c'est un losange.
- ......... les droites D et D' sont coplanaires et non parallèles, elles sont sécantes.

*d'après : Mathématiques en seconde – CRDP de Lille*

# Rechercher : À propos du si ... alors

***Ce test de logique, destiné à des élèves de seconde,, a pour origine une évaluation menée en 1886 par l'IREM de Besançon. Il a été repris en 1991 par le groupe AVAPM de l'APMEP pour l'évaluation nationale de fin de seconde, testé à grande échelle. (d'après l'IREM de LYON)***




**Voici un labyrinthe**

**Lire attentivement les lignes ci-dessous avant de répondre aux questions.**
Une personne que nous appellerons X, a traversé ce labyrinthe, de l'entrée à la sortie, sans jamais être passée deux fois par la même porte. Les pièces sont nommées A, B, C....
Il est possible d'énoncer des phrases qui aient un sens par rapport à la situation proposée et sur la vérité desquelles on puisse se prononcer (**Vrai** ou **Faux**), ou qui peuvent être telles que les informations que l'on possède ne suffisent pas pour décider si elles sont vraies ou fausses (**On ne peut pas savoir**).

| Pour chacune des 6 phrases suivantes, dire si elle **vraie**, si elle est **fausse** ou si **on ne peut pas savoir** et dans chaque cas, expliquer la réponse : | **Vrai** | **Faux** | **On ne peut pas savoir** |
|---|---|---|---|
| Phrase n° l : " X est passé par P " | | | |
| Phrase n° 2 : " X est passé par N " | | | |
| Phrase n° 3 : " X est passé par M " | | | |
| Phrase n° 4 : " Si X est passé par O, alors X est passé par F " | | | |
| Phrase n° 5 : " Si X est passé par K, alors X est passé par L " | | | |
| Phrase n° 6 : " Si X est passé par L, alors X est passé par K " | | | |

# Bien interpréter une règle

### Exercice 1

La phrase suivante est supposée exacte :
« si la télévision est allumée, il y a obligatoirement quelqu'un qui la regarde ».
Pour chaque question, répondre par : **oui**, **non**, **on ne peut pas savoir.**

- La télévision est allumée, y a–t–il quelqu'un qui la regarde ?
- Il n'y a personne devant la télévision est–elle allumée ?
- La télévision n'est pas allumée. Y a–t–il quelqu'un devant ?
- Il y a quelqu'un devant la télévision. Est–elle allumée ?

### Exercice 2

Même énoncé avec la phrase : « l'équation (E) n'a pas de solution négative »

- Le nombre –2 est–il solution de l'équation (E) ?
- Le nombre $a$ est solution de (E). $a$ est–il négatif ?
- Le nombre 3 est–il solution de (E) ?
- Le nombre $x$ n'est pas solution de (E). $x$ est–il négatif ?

*Fractale seconde – BORDAS 94*

# Rechercher : Démonstration puzzle

Texte : ABC est un triangle rectangle en A.
H est le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ABC.
I et J sont les milieux respectifs de [BH] et [AH].
Démontrer que les droites (AI) et (CJ) sont perpendiculaires.

Démonstration à reconstituer :

- donc les droites (AI) et (CJ) sont perpendiculaires.
- donc la droite (IJ) est la hauteur issue de I dans le triangle ACI.
- par hypothèse, ABC est un triangle rectangle en A, donc les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires..
- donc la droite (IJ) est perpendiculaire à la droite (AC).
- par hypothèse, dans le triangle ABH, on a I milieu de [BH] et J milieu de [AH].
- de plus la droite (AH) est la hauteur issue de A dans ke triangle ACI.
- si deux droites sont parallèles, toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.
- donc les droites (IJ) et (AB) sont parallèles.
- donc J, point d'intersection des droites (AH) et (IJ) est....
- par conséquent, la droite (CJ) est la hauteur issue de C dans le triangle ACI
- l'orthocentre du triangle ACI.

*d'après : Mathématiques en seconde – CRDP de Lille*

# Chaînes opératoires

## Exercice 1

1. Pour calculer une expression, on effectue une suite d'opérations.

   a) Par exemple, le calcul de $2x - 1$ peut être illustré de la façon suivante :

   $x \xrightarrow{\times 2} 2x \xrightarrow{+(-1)} 2x-1$ ; $2x - 1$ est la somme de $2x$ et de $-1$.

   b) De même, le calcul de $(x + 3)(x - 2)$ correspond au schéma suivant :

   $\left.\begin{array}{l} x \xrightarrow{+3} x+3 \\ x \xrightarrow{+(-2)} x-2 \end{array}\right\} \times \to (x+3)(x-2)$ ; $(x + 3)(x - 2)$ est le produit de $(x + 3)$ et de $(x - 2)$.

2. Compléter les lignes suivantes et préciser si l'expression obtenue est une somme ou un produit :

   a) $x \xrightarrow{\times(-5)} \ldots\ldots \xrightarrow{+1} \ldots\ldots\ldots$ ............................................... ; ............................................

   b) $\left.\begin{array}{l} x \xrightarrow{\times 3} \ldots\ldots \xrightarrow{+(-2)} \ldots\ldots\ldots \\ x \xrightarrow{\times 2} \ldots\ldots \xrightarrow{+5} \ldots\ldots\ldots \end{array}\right\} \times \to$ ........... .......................... ; ............................................

   c) $\left.\begin{array}{l} x \xrightarrow{+3} \ldots\ldots \\ \qquad\qquad x \end{array}\right\} \times \to \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \xrightarrow{+(-4)}$ .......................... ; ............................................

   d) $x \xrightarrow{+(-1)} \ldots\ldots\ldots\ldots \xrightarrow{(\ )^2}$ ................................................ ; ............................................

   e) $x \xrightarrow{(\ )^2} \ldots\ldots\ldots\ldots \xrightarrow{+(-1)}$ .................................................... ; ............................................

## Exercice 2

Écrire le schéma correspondant à chacune des expressions suivantes :

$(x + 2)(x - 1)$ $\qquad$ $3x^2 - 1$ $\qquad$ $5(x + 1)$ $\qquad$ $x(x - 2)^2$

## Exercice 3

Calculer chacune des expressions suivantes pour le réel $x$ indiqué :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $3x + 4$ | pour $x = -2$ | $3x^2 - 1$ | pour $x = -3$ |
| $2 - 5x$ | pour $x = \frac{1}{2}$ | $(x - 1)^2$ | pour $x = -\frac{3}{2}$ |
| $x(x + 1)$ | pour $x = -4$ | $x + (x - 1)(x + 2)$ | pour $x = 7$ |
| $x(x + 3) - 4$ | pour $x = 2$ | $2x(x - 3) + 3(x - 1)$ | pour $x = -5$ |

### Exercice 4

1. On veut résoudre l'équation : $4\,x = 3$.

*1^ère^ étape* : $4\,x$ est le <u>produit</u> de $x$ par 4.

*2^nde^ étape* : pour trouver $x$, on <u>multiplie</u> par l'inverse de 4.

*résolution :* $4\,x = 3$.

$x = 3 \times \left(\frac{1}{4}\right)$

$x = \frac{3}{4}$

2. On veut résoudre l'équation : $x + 5 = -3$

*1^ère^ étape* : $x + 5$ est la <u>somme</u> de $x$ et 5.

*2^nde^ étape* : pour trouver $x$, on <u>ajoute</u> l'opposé de 5.

*résolution :* $x + 5 = -3$

$x = -3 + (-5)$

$x = -8$

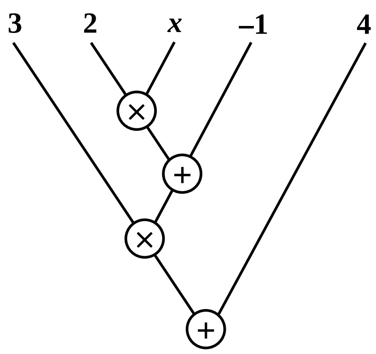
3. Résoudre les équations suivantes en s'inspirant des exemples précédents :

$x + 7 = 10$ $\qquad -3\,x = 2$ $\qquad x + 4 = 0$ $\qquad 6\,x = 0$

$2 - 3\,x = 8$ $\qquad \frac{7}{3}x - 2 = 5$ $\qquad 3 - \frac{x}{6} = 0$ $\qquad \frac{4x-3}{2} = -9$

## Arbres

1. Compléter l'arbre puis donner l'expression littérale obtenue.




2. Fabriquer l'arbre de chacune des expressions suivantes :

a) $3x + 5$ b) $3\,(x + 5)$ c) $2x + 5\,(6 - x)$ d) $(3x + 5)\,(6 - x)$

*Bulletin Réciproques n°19 - Académie de Bordeaux*

# Programmes de calcul

1

Voici un programme de calcul et la traduction de chaque étape à l'aide d'expressions algébriques :

| | | |
|---|---|---|
| Étape 1 | Soit un nombre de départ que l'on nomme $x$ | $x$ |
| Étape 2 | Prendre son double puis ajouter 3 | $2x + 3$ |
| Étape 3 | Prendre le carré du résultat | $(2x + 3)^2$ |
| Étape 4 | Diviser le résultat obtenu par 2 puis retrancher 30 | $\frac{(2x+3)^2}{2} - 30$ |

1. Compléter le tableau pour cet autre programme de calcul :

| | | |
|---|---|---|
| Étape 1 | Soit un nombre de départ que l'on nomme $x$ | $x$ |
| Étape 2 | Multiplier ce nombre par 3 puis élever le résultat au carré | |
| Étape 3 | Ajouter 4 à l'inverse du résultat obtenu | |

2. Compléter le tableau en écrivant chaque étape du programme en face d l'expression algébrique correspondante.

Comme dans l'exemple, la lettre $x$ ne sera plus utilisée à partir de l'étape 2.

| | |
|---|---|
| Étape 1 | $x$ |
| Étape 2 | $6x^2$ |
| Étape 3 | $\frac{1}{5+6x^2}$ |
| Étape 4 | $\frac{3}{5+6x^2} - \frac{1}{2}$ |

*MEN DP&D évaluation entrée seconde*

2

Transformer chacune des phrases ci–dessous en langage mathématique :

a) Choisir un nombre, calculer son triple, il est égal à 13.
b) La somme du carré d'un nombre $a$ et de 4.
c) Le produit de la moitié d'un nombre $x$ par 7.
d) Le carré de la somme de 2 et d'un nombre.
e) Le produit d'un nombre par la différence du double de ce nombre et de 8 est égal à 0.

*Magnard 3°*

3

L'expression $x^2 + 5$ se traduit par : « la **somme** du **carré** de $x$ et de 5 ».

Traduire les expressions littérales ci–dessous en utilisant les mots suivants :

**carré** **cube** **double somme** **produit** **opposé** **inverse**

$x^2 + y$ $\frac{1}{x} + 2y$ $x^3 \times 2y$ $-(x+y)^2$

*Magnard 3°*

# CONNAÎTRE SA CALCULATRICE

## Exploration de la machine

### Exercice 1. Chasser l'intrus

Le tableau suivant donne quelques indications sur les symboles employés dans les exercices :

| Symbole | Signification | Touches habituelles |
|---|---|---|
| $\boxed{+/-}$ | Changer de signe | $\boxed{+/-}$ $\boxed{(-)}$ $\boxed{-}$ |
| $\boxed{1/x}$ | Prendre l'inverse | $\boxed{1/x}$ $\boxed{x^{-1}}$ |
| $\boxed{x^2}$ | Élever au carré | $\boxed{x^2}$ |
| $\boxed{\wedge}$ | Élever à une puissance | $\boxed{\wedge}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{y^x}$ $\boxed{\uparrow}$ |
| $\boxed{\times 10^x}$ | Décaler la virgule | $\boxed{\times 10^x}$ $\boxed{\text{EE}}$ |
| $\boxed{\hookleftarrow}$ | Valider | $\boxed{\hookleftarrow}$ $\boxed{\text{EXE}}$ $\boxed{\text{ENTER}}$ |

Frapper les séquences suivantes selon la calculatrice utilisée.

#### Calculatrice de type I : les calculs sont effectués au fur et à mesure

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2+7\times3\boxed{=}$ | $(2+7)\times3\boxed{=}$ | $2+7\boxed{=}\times3\boxed{=}$ | |
| 2 | $1\div1+7\boxed{=}$ | $1\div(1+7)\boxed{=}$ | $8\boxed{\frac{1}{x}}$ | $8\boxed{y^x}1\boxed{+/-}\boxed{=}$ |
| 3 | $7\div2\times5\boxed{=}$ | $(7\div2)\times5\boxed{=}$ | $7\div(2\times5)\boxed{=}$ | $7\times2\boxed{\frac{1}{x}}\times5\boxed{=}$ |
| 4 | $7\div2\div5\boxed{=}$ | $(7\div2)\div5\boxed{=}$ | $7\div(2\div5)\boxed{=}$ | $7\div2\boxed{=}\div5\boxed{=}$ |
| 5 | $3\boxed{x^2}\boxed{+/-}$ | $3\boxed{+/-}x^2$ | $0-3\boxed{x^2}\boxed{=}$ | |
| 6 | $7-2\boxed{x^2}\boxed{=}$ | $(7-2)\boxed{x^2}$ | $7-2=\boxed{x^2}$ | |
| 7 | $7\times2\boxed{y^x}3\boxed{=}$ | $(7\times2)\boxed{y^x}3\boxed{=}$ | $2\boxed{y^x}3\boxed{=}\times7\boxed{=}$ | |
| 8 | $4\times49\boxed{\sqrt{x}}\boxed{=}$ | $(4\times49)\boxed{\sqrt{x}}$ | $4\boxed{\sqrt{x}}\times49\boxed{\sqrt{x}}\boxed{=}$ | $4\times49\boxed{=}\boxed{\sqrt{x}}$ |

#### Calculatrice de type II : les calculs restent affichés et sont effectués en fin de frappe

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $2+7\times3\boxed{\text{EXE}}$ | $(2+7)\times3\boxed{\text{EXE}}$ | $2+7\boxed{\text{EXE}}\times3\boxed{\text{EXE}}$ | |
| 2 | $1\div1+7\boxed{\text{EXE}}$ | $1\div(1+7)\boxed{\text{EXE}}$ | $8\boxed{x^{-1}}\boxed{\text{EXE}}$ | $8\boxed{y^x}(-)1\boxed{\text{EXE}}$ |
| 3 | $7\div2\times5\boxed{\text{EXE}}$ | $(7\div2)\times5\boxed{\text{EXE}}$ | $7\div(2\times5)\boxed{\text{EXE}}$ | $7\times2\boxed{x^{-1}}\times5\boxed{\text{EXE}}$ |
| 4 | $7\div2\div5\boxed{\text{EXE}}$ | $(7\div2)\div5\boxed{\text{EXE}}$ | $7\div(2\div5)\boxed{\text{EXE}}$ | $7\div2\boxed{\text{EXE}}\div5\boxed{\text{EXE}}$ |
| 5 | $\boxed{(-)}\left(3\boxed{x^2}\right)\boxed{\text{EXE}}$ | $\left(\boxed{(-)}3\right)\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ | $0-3\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ | $(-)3\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ |
| 6 | $7-2\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ | $(7-2)\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ | $7-2\boxed{\text{EXE}}\boxed{x^2}\boxed{\text{EXE}}$ | |
| 7 | $7\times2\boxed{y^x}3\boxed{\text{EXE}}$ | $(7\times2)\boxed{y^x}3\boxed{\text{EXE}}$ | $2\boxed{y^x}3\boxed{\text{EXE}}\times7\boxed{\text{EXE}}$ | |
| 8 | $\boxed{\sqrt{\ }}4\times49\boxed{\text{EXE}}$ | $\boxed{\sqrt{\ }}(4\times49)\boxed{\text{EXE}}$ | $\boxed{\sqrt{\ }}4\times\boxed{\sqrt{\ }}49\boxed{\text{EXE}}$ | $4\times49\boxed{\text{EXE}}\boxed{\sqrt{\ }}\boxed{\text{Ans}}\boxed{\text{EXE}}$ |

## Exercice 2. Pour s'entraîner

Calculer à l'aide de la machine :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $A = 13{,}1 \times (-4{,}2)$ | | $F = \dfrac{74{,}3 - 28{,}12}{4{,}8}$ | |
| $B = 1{,}8 \times \sqrt{2{,}5} - 3{,}24$ | | $G = 2{,}8 \times \dfrac{12{,}7 - 8{,}4}{11}$ | |
| $C = \sqrt{1{,}69} - 0{,}25$ | | $H = 3{,}5 \times \dfrac{6{,}5 + 3{,}47}{5{,}8 + 4{,}12}$ | |
| $D = \sqrt{1{,}69 - 0{,}25}$ | | $I = \sqrt{\dfrac{12{,}4 - 4{,}51}{2{,}7}}$ | |
| $E = 3{,}7 + \sqrt{4{,}8 \times 2{,}7} - 1$ | | $J = 45{,}3 \times \dfrac{\sqrt{12{,}8 - 5{,}91}}{13{,}4 \times 7{,}6}$ | |

## Exercice 3. De la formule littérale au calcul numérique

### En sciences physiques

La résistance $R$ d'un ensemble de deux conducteurs ohmiques de résistances $R_1$ et $R_2$, montés en parallèle, est donnée par : $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}$. $R$, $R_1$ et $R_2$ sont exprimées en ohms.

Quelle est la résistance obtenue en montant en parallèle deux conducteurs ohmiques de $3\ \Omega$ et $4\ \Omega$ ?

Quelle doit être la résistance d'un conducteur ohmique associé en parallèle à un conducteur ohmique de $5\ \Omega$ pour obtenir un montage de résistance $2{,}5\ \Omega$ ?

### En mathématiques

Le volume d'une boule de rayon $R$ est donné par la formule : $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Calculer le volume d'une boule de $2\ \mathrm{cm}$ de rayon.

Calculer le rayon d'une boule dont le volume est $10\ \mathrm{cm}^3$ (la racine cubique de $x$ est notée $x^{\frac{1}{3}}$).

## Exercice 4. La machine se fait scientifique

1. À l'aide de la calculatrice, compléter le tableau suivant :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $1\ \boxed{\mathrm{EXP}}\ 12\ \boxed{=}$<br>ou $1\ \boxed{\mathrm{EE}}\ 12\ \boxed{=}$<br>ou $1 \times \boxed{10^x}\ 12\ \boxed{=}$ | | $10\ \boxed{\mathrm{EXP}}\ 12\ \boxed{=}$<br>ou $10\ \boxed{\mathrm{EE}}\ 12\ \boxed{=}$<br>ou $10 \times \boxed{10^x}\ 12\ \boxed{=}$ | |
| $1\ \boxed{y^x}\ 12\ \boxed{=}$ | | $10\ \boxed{y^x}\ 12\ \boxed{=}$ | |

2. L'année-lumière ($a.l.$) est une unité de longueur qui correspond à la distance parcourue par la lumière en une année. On retiendra que $1\ a.l.$ correspond à $9{,}461 \times 10^{12}$ km.
   a. Le Soleil est une étoile d'une galaxie appelée « Voie lactée ». Il est situé à $32\ 000\ a.l.$ du centre de la galaxie. Le grand diamètre de la galaxie est d'environ $100\ 000\ a.l.$ La nébuleuse d'Andromède est une autre galaxie située à environ $2{,}5$ millions d'années-lumière de la Voie lactée. Traduire ces distances en kilomètres.
   b. La Terre est située à environ $149{,}6$ millions de kilomètres du Soleil, la Lune est à environ $300\ 000$ km de la Terre. Langon est à $47$ km au sud-est de Bordeaux. Traduire ces distances en années-lumière.

### Exercice 5. La machine se souvient

Compléter la dernière ligne du tableau suivant et, en utilisant la mémoire de la machine ou une variable pour les calculatrices alphanumériques, remplir les colonnes de pourcentages (arrondis à une décimale).

| Répartition du commerce extérieur de l'Europe par produits pour l'année 1985 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| **Types de produits** | **Importations** | | **Exportations** | |
| | **en millions d'écus** | **%** | **en millions d'écus** | **%** |
| Alimentation, boissons, tabac | 37 824 | | 29 241 | |
| Produits énergétiques | 120 185 | | 18 575 | |
| Matières premières | 41 623 | | 8 931 | |
| Produits chimiques | 22 300 | | 42 077 | |
| Machines, matériel de transports | 76 513 | | 138 624 | |
| Autres produits manufacturés | 83 832 | | 119 178 | |
| Divers | 23 419 | | 21 885 | |
| **TOTAL** | | **100,0** | | **100,0** |

## Aux limites de la machine

### Exercice 1. La machine calcule avec des valeurs approchées

*Consigne : les élèves sont associés par deux et travaillent en parallèle.*

1. Soit $f(x)=\dfrac{(x-2)(2x-5)+10x-4x^2}{(x-2)^2-6}$ (écriture 1).
   a. Écrire $f(x)$ sous forme d'un quotient de deux produits (écriture 2).
   b. Écrire $f(x)$ sous la forme d'un quotient de deux sommes réduites (écriture 3).
   c. L'élève A calcule avec la machine, et en utilisant l'écriture 1, les images par $f$ des nombres suivants : $0\ ;\ 1\ ;\ \dfrac{5}{2}\ ;\ 2-\sqrt{6}\ ;\ 2\ ;\ \sqrt{2}$.
   d. Pendant ce temps l'élève B calcule, sans utiliser la machine, les mêmes images mais en choisissant chaque fois parmi les trois écritures celle qui est la mieux adaptée.
   e. Confronter les résultats trouvés. Lequel des deux élèves a trouvé la valeur exacte de $f\left(\sqrt{2}\right)$ ?

2. Soit $q=\dfrac{\left(2^9\times 2^2\right)^3}{6^7\times 8^3}$
   a. L'élève B calcule $q$ à l'aide de la calculatrice.
   b. L'élève A calcule $q$ sans utiliser la machine, mais en se servant des propriétés des puissances.
   c. Confronter les deux résultats. Lequel des deux élèves a trouvé la valeur exacte de $q$ ?

### Exercice 2. La machine et la notation scientifique

1. La vitesse de la lumière est de $299\ 792\ 458$ m/s.
   a. Exprimer en km une année-lumière (distance parcourue par la lumière pendant un an).
   Comment la machine écrit-elle ce résultat ? Écrire ce nombre à l'aide d'un entier.

b. L'étoile la plus proche (*Proxima du Centaure*) est à 4,22 années-lumière. Exprimer cette distance en km.

2. On suppose que les neuf planètes de notre système solaire décrivent des orbites qui sont des cercles (ce qui n'est pas tout à fait exact) dont les rayons sont approximativement les nombres indiqués dans le tableau ci-après :

| Planètes | Rayon $R$ de l'orbite (en km) | Durée $P$ de la révolution autour du Soleil (en jours) | Vitesse moyenne $V$ (en km/h) | Masse $M$ (en tonnes) |
|---|---|---|---|---|
| **Mercure** | 57 900 000 | 87,969 | | $3{,}25.10^{20}$ |
| **Vénus** | $1{,}082.10^{8}$ | 224,701 | | $4{,}869.10^{21}$ |
| **Terre** | 149 597 870 | 365,256 | | $5{,}977.10^{21}$ |
| **Mars** | $2{,}279.10^{8}$ | 686,986 | 86 850 | $6{,}432.10^{20}$ |
| **Jupiter** | $7{,}783.10^{8}$ | 4 402 | 46 300 | $1{,}8964.10^{24}$ |
| **Saturne** | 1 427 000 000 | 10 759 | | $5{,}679.10^{23}$ |
| **Uranus** | $2{,}869.10^{9}$ | 30 688 | 24 500 | $8{,}661.10^{22}$ |
| **Neptune** | $4{,}505.10^{9}$ | 60 181 | 19 500 | $1{,}052.10^{23}$ |
| **Pluton** | $5{,}913.10^{9}$ | 90 467 | 17 100 | $1{,}4.10^{19}$ |

On veut calculer la vitesse moyenne $V$ (en km/h) de chaque planète.

a. Justifier que : $V = \dfrac{\frac{2\pi R}{P}}{24} = \dfrac{2\pi R}{24P}$ donc que $V \approx 0{,}2618 \times \dfrac{R}{P}$.

b. Compléter la quatrième colonne du tableau (pour multiplier par le facteur 0,261 8 on devra utiliser la mémoire de la calculatrice ou une variable pour les machines alphanumériques).

*Remarque : pour une calculatrice avec facteur constant (Casio 180P,...), taper* $0.2618 \times\times$ *(MK s'écrit sur l'écran) ; puis faire* $(R_1 \div P_1) = \ldots;\ (R_2 \div P_2) = \ldots;\ (R_3 \div P_3) = \ldots;$ etc.

3. a. Calculer, en tonnes, la masse totale des planètes.

b. La masse du Soleil est égale à 324 000 fois la masse de la Terre. Calculer la masse du Soleil.

c. Pour estimer la masse de notre système solaire, peut-on négliger les planètes et ne considérer que le Soleil ?

## Exercice 3. La machine cache des chiffres

1. La machine peut-elle calculer la valeur exacte de $\dfrac{43}{7}$ ?

2. a. Écrire la valeur approchée complète $a$ affichée pour $\dfrac{43}{7}$.

b. Compter le nombre total de chiffres, $s$, qu'affiche votre machine pour écrire $a$. Ce nombre $s$ est appelé le nombre de chiffres significatifs que fournit la machine pour $a$ (registre d'affichage).

3. a. Effectuer à la machine le calcul $\dfrac{43}{7} - a$. Que constate-t-on ?

b. En déduire, avec le maximum de précision, une valeur approchée de $\dfrac{43}{7}$.

c. Avec combien de chiffres significatifs de $\dfrac{43}{7}$ votre machine calcule-t-elle ? (Dans son registre de calcul, la calculatrice utilise plus de chiffres que dans le registre d'affichage ; ces chiffres supplémentaires sont appelés chiffres de garde).

## Exercice 4. La machine ment

1. Compléter : $\frac{1}{3} \approx$
2. Compléter le tableau suivant en effectuant les calculs avec et sans machine, sachant que :

$$a_1 = \frac{1}{3} \ ; \ a_2 = 1000a_1 - 333 \ ; \ a_3 = 1000a_2 - 333 \ ; \ a_4 = 1000a_3 - 333 \ ; \text{ etc.}$$

| | $a_1$ | $a_2$ | $a_3$ | $a_4$ | $a_5$ | $a_6$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **Avec machine** | | | | | | |
| **Sans machine** | $\frac{1}{3}$ | | | | | |

Pourquoi une telle défaillance ?

## Exercice 5. La machine délire

Mettre en mémoire les entiers naturels $x = 1\,960$ et $y = 4\,801$.
On veut calculer le nombre $A = 36x^4 - y^4 + 2y^2$ de trois façons différentes.

1. Calculer $A$ à l'aide de la machine.

2. On veut réaliser un calcul approché de $A$ en remarquant que $\frac{y}{x}$ est proche de $\sqrt{6}$.
   a. Comparer les valeurs affichées par la machine pour $\sqrt{6}$ et pour $\frac{y}{x}$.
   b. Comparer $36x^4$ et $y^4$ en remplaçant $y$ par $x\sqrt{6}$. Que devient alors $A$ ?
   c. Calculer $A$ en utilisant l'expression obtenue à la question précédente et comparer les résultats avec ceux obtenus à la question 1.

3. Factoriser $36x^4 - y^4$.

   Calculer, à l'aide de la machine, $6x^2 - y^2$.

   Calculer *A* en simplifiant son expression.

4. Quelle est la valeur exacte de $A$ ?

# Justification

1. Répondre par VRAI ou FAUX :

| | |
|---|---|
| 9 a pour carré $\sqrt{3}$<br>9 est le carré de 3 et de –3<br>(–3) a pour carré 9<br>(–3) est la racine carrée de 9 | 9 est la racine carrée de 81<br>–9 est la racine carrée de –81<br>$(-\sqrt{3})$ a pour carré 3<br>$3\sqrt{3}$ a pour carré 27 |

2. Entourer la bonne réponse :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | $10^{-4}$ | –40 | 0,0001 | 10000 |
| 2 | 0,0008 s'écrit aussi | $8 \times 10^{-3}$ | $8 \times 10^{-4}$ | 8/100 |
| 3 | $10^6 \times 10^2 \times 10^3$ est égal à | $1000^{11}$ | $10^{36}$ | $10^{11}$ |
| 4 | $6^2 + 8^2$ est égal à | $14^2$ | $14^4$ | $10^2$ |
| 5 | $3^4 \times 3^5 \times 3^2$ égale | $3^{11}$ | $27^{11}$ | $3^{60}$ |
| 6 | $(a^2b\,c)^2$ égale | $a^4 + b^2 + c^2$ | $a^4b^2c^2$ | $2a^2bc$ |
| 7 | $(3\,ab)^2$ égale | $9a^2b^2$ | $3a^2b^2$ | $6a^2b^2$ |
| 8 | $5 \times 10^{-3}$ égale | 0,005 | 0,0005 | – 150 |
| 9 | $\frac{a^3b^2}{ab}$ s'écrit | $\frac{a}{b}$ | $a^4b^3$ | $a^2b$ |
| 10 | $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ est égal à | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{8}$ | $\frac{3}{6}$ |
| 11 | $(4 \times 5)^{-2}$ est égal à | 0,0025 | –400 | 0,25 |
| 12 | $3 \times (2^3)$ | 12 | 18 | 24 |
| 13 | $(3 \times 2)^3$ | 18 | 24 | 216 |
| 14 | $(-2 \times 4)^2$ | –64 | 64 | 36 |

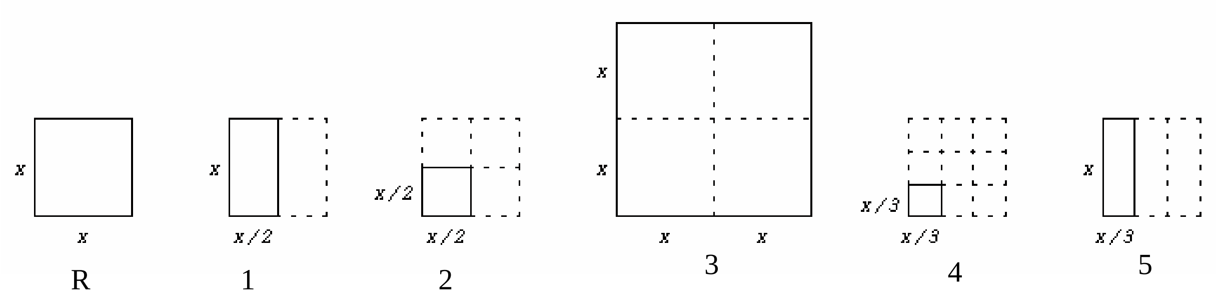
3. Voici un extrait de la copie d'un élève ; relever et expliquer les fautes :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $A=\frac{4}{7}+\frac{5}{2}$<br>$A=\frac{2}{7}+5$<br>$A=\frac{7}{7}=1$ | $B=\frac{1+\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}}$<br>$B=\frac{\frac{3}{4}}{-\frac{3}{4}}=-1$ | $C=\frac{1}{4}-\frac{2}{3}\times\frac{5}{6}$<br>$C=\frac{1}{4}-\frac{4}{6}\times\frac{5}{6}$<br>$C=\frac{1}{4}-\frac{20}{6}$ | $D=2^{-1}\times 3$<br>$D=-6$<br>$E=\frac{2+\sqrt{6}}{4}$<br>$E=\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ | $F=\frac{2+\frac{1}{4}}{2-\frac{1}{4}}$<br>$F=(2+\frac{1}{4})(\frac{1}{2}-4)$ | $G=\frac{2}{\sqrt{5}-1}-\frac{3}{\sqrt{5}+1}$<br>$G=\frac{2(\sqrt{5}+1)-3(\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}-1\times\sqrt{5}+1}$<br>$G=\frac{5-\sqrt{5}}{(\sqrt{5})^2-1}$<br>$G=\frac{\sqrt{5}}{4}$ |

*D'après Espace Modules seconde CRDP d'Aquitaine*

# Voir pour comprendre

1. Calculer l'aire des rectangles suivants :
   On appelle R le carré de départ puis on numérote les autres de 1 à 5.

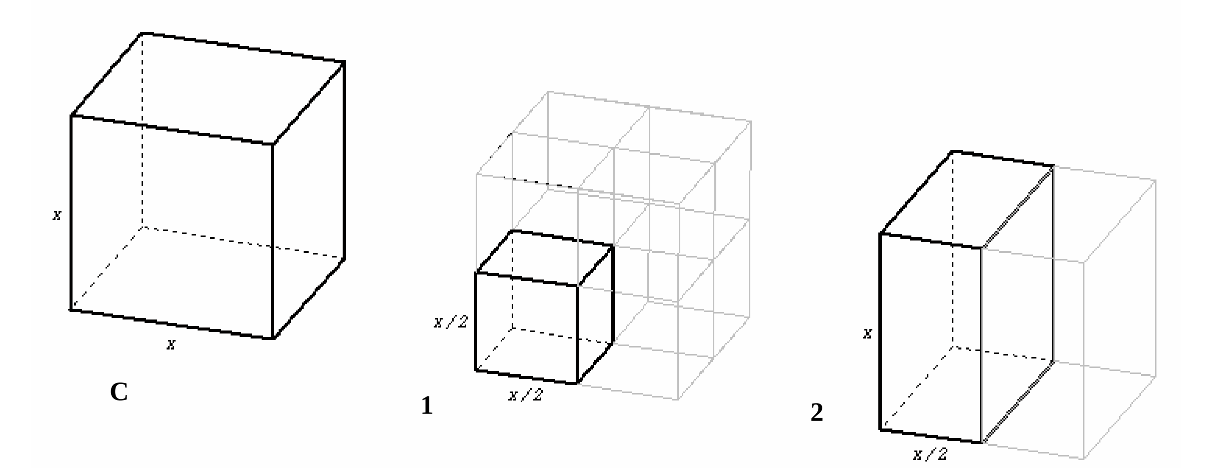



Exprimer ces aires en fonction de l'aire du carré de référence.

En déduire les expressions suivantes :

$$\left(\frac{1}{2}x\right)\times x = \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}x\right)^2 = \quad ; \quad (2x)^2 = \quad ; \quad \left(\frac{1}{3}x\right)^2 = \quad ; \quad \left(\frac{1}{3}x\right)\times x =$$

2. Calculer le volume des pavés suivants : on appelle C le cube de départ puis on numérote les autres 1 et 2




Exprimer ces volumes en fonction du volume du cube de référence C.
En déduire les expressions suivantes :

$$\left(\frac{1}{2}x\right)^2 \times \frac{x}{2} = \qquad\qquad \left(\frac{1}{2}x\right) \times x^2 =$$

3. Calculer :

$$(2x)^2 \quad ; \quad (2x)^3 \quad ; \quad \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \quad ; \quad \left(\frac{1}{3}x\right)^3 \quad ; \quad 3x \times x^2 \quad ; \quad (2x)^2 \times x \quad ; \quad \frac{1}{4}x \times (2x)^2$$

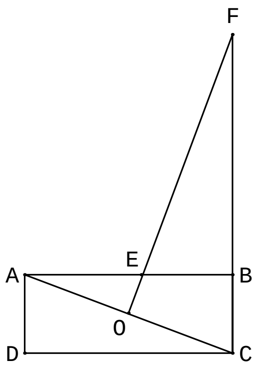
*D'après : Mathématiques en seconde – CRDP de LILLE*

# S'informer, analyser

## Ex 1

ABCD est un rectangle de centre O.
La médiatrice du segment [AC] coupe
la droite (AB) en E et la droite (BC) en F.

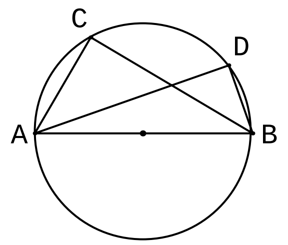
1. Coder la figure.
2. Démontrer que
   les droites (CE) et (AF) sont perpendiculaires.




*Evaluation à l'entrée en seconde*

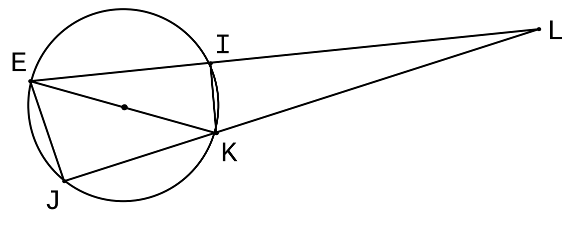
## Ex 2 :

Compléter la figure ci–dessous pour faire apparaître une configuration d'orthocentre dans un triangle dont les trois angles sont aigus.



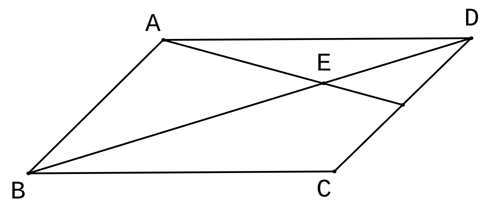

## Ex 3

Refaire la figure ci–dessous et la compléter la figure de façon que le point K apparaisse comme l'orthocentre d'un triangle dont les trois angles sont aigus.




## Ex 4

Compléter la figure ci–dessous de façon que le point E apparaisse comme le centre de gravité d'un triangle.




*Extraits de : Les méthodiques 2 – pour résoudre des problèmes – HATIER 1992*

| | |
|---|---|
| **NIVEAU :** | **LYCEE - seconde LEGT** |
| **DISCIPLINE :** | Mathématiques |
| **CHAMP :** | Géométrie dans l'espace |
| **COMPETENCES :** | **Organiser l'information - Elaborer une démarche - Exécuter** |
| **MOTS CLES :** | Espace - Cube - Figure extraite |

## TITRE

Espace : dans le cube, calculs de longueurs et d'angle.
Extrait du tome 1 de "Aide à l'évaluation" paru en 1995.

## PRESENTATION

***- Nature de l'activité et objectifs:*** exercice conduisant à :

- calculer des longueurs et des angles dans un solide usuel de l'espace ;
- mobiliser ses connaissances afin d'extraire des figures planes (triangles) d'un solide. Ce sont les propriétés du solide liées à l'incidence, au parallélisme et à l'orthogonalité qui permettront de préciser la nature de ces figures ;
- appliquer les résultats numériques de la géométrie plane à chaque figure ainsi extraite (théorème des milieux, théorème de Pythagore et trigonométrie dans le triangle rectangle).

***- Pré-requis***

- notion d'orthogonalité dans l'espace.

***- Type de support***

- géométrique.

## CONSIGNES DE PASSATION

- temps minimum : 25 min.

## COMMENTAIRES RESULTANT DE L'EXPLOITATION

on peut proposer cet exercice en ajoutant un catalogue de propriétés. Ainsi, la compétence “ élaborer et organiser une démarche ” se ciblerait davantage sur la compétence “ reconnaître une situation de référence ”.

## NATURE ET EXPLOITATION DES REPONSES

**Pour l'ensemble des items, le code 9 correspond à “ autres réponses erronées ” et le code 0 à “ absence de réponse ”.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Item 1** | ***Justification de l'orthogonalité de deux droites de l'espace.*** | Code 1 | (AE) $\perp$ (HEF) ; (EP) $\subset$ (HEF) d'où (EP) $\perp$ (AE). |
| **Item 2** | ***Calcul de longueurs dans l'espace.*** | Code 1 | Demi-diagonale d'un carré dont la mesure du coté est 1, par exemple. |
| **Item 3** | ***Calcul de longueurs dans l'espace.*** | Code 1 | Théorème des milieux dans le triangle BEG : $PQ = \frac{\sqrt{2}}{2}$. |
| **Item 4** | ***Calcul de longueurs dans l'espace.*** | Code 1 | Bonne utilisation du théorème de Pythagore dans le triangle rectangle AEP, alors $AP = \frac{\sqrt{6}}{2}$. |
| **Item 5** | ***Calcul d'angle par la trigonométrie.*** | Code 1 | $\sin \widehat{PAM} = \frac{1}{2}\frac{PQ}{AP} = \frac{\sqrt{3}}{6}$ alors $\widehat{PAM} \approx 16{,}78°$ |
| | | Code 3 | Réponse exacte partielle sans élément erroné (valeur du sinus sans valeur de l'angle). |
| | | Code 4 | Réponse partiellement exacte et partiellement erronée : calculs corrects pour le sinus, calcul erroné de l'angle. |
| **Item 6** | ***Calcul d'angle.*** | Code 1 | $\widehat{PAQ} \approx 33{,}6°$ ou réponse cohérente avec la précédente. |

## *Suggestions pédagogiques*

***Remédiations :***

- entraîner les élèves lors de l'étude d'une configuration simple de l'espace à se placer dans le " bon plan ", afin de dégager les propriétés des figures planes issues du solide ;
- proposer des activités de reconnaissance de situation de référence ( ici Pythagore, droite des milieux) dans des figures complexes planes ;
- les élèves doivent retenir la règle : " si une figure de l'espace est contenue dans un plan, on peut alors utiliser dans ce plan toutes les propriétés et tous les théorèmes de la géométrie plane " ;

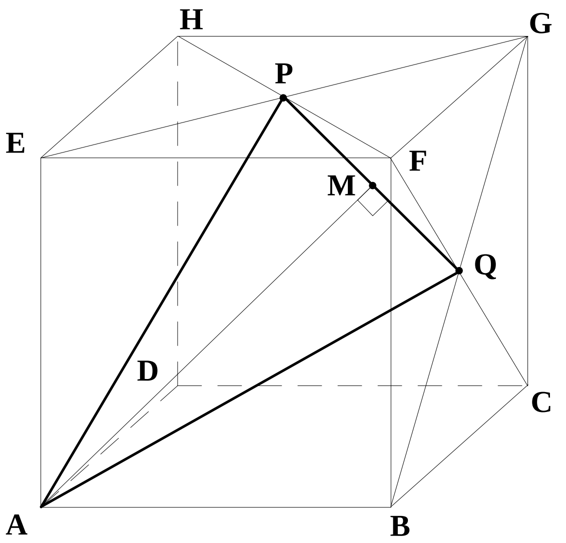
***Prolongements possibles de l'exercice :***

- calculer l'aire du triangle APQ ;
- en considérant les centres R, S, T, U des faces respectives (ABCD), (ABFE), (ADHE) et (DCGH), démontrer que le polyèdre (PQRSTU) est un hexagone régulier puis calculer son volume.

***Exploitation possible pour l'étude du programme :***

*cet exercice peut donner l'occasion d'étudier des thèmes culturels du type " l'octaèdre régulier " ou les cinq polyèdres réguliers de Platon (tétraèdre, cube, octaèdre, isocaèdre, dodécaèdre).*

Nom : .........................  Classe : .................
Prénom : .....................  Date : ...................




## Exercice G7

ABCDEFGH est un cube dont la mesure de l'arête est l'unité.

Les points P et Q sont les centres respectifs des faces EFGH et BCGF.

**1° a)** Justifier que le triangle AEP est rectangle en E.

1 9 0
1

**b)** Justifier que EP = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1 9 0
2

**c)** En utilisant le triangle BEG, justifier que PQ = $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

1 9 0
3

**d)** Justifier que AP = $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

1 9 0
4

**2°** Soit M le milieu du segment [PQ]. On admettra que AQ = $\frac{\sqrt{6}}{2}$ et que le triangle PAM est rectangle en M.

**a)** Calculer une valeur approchée, en degrés, au centième près, de la mesure de l'angle $\widehat{\text{PAM}}$ .

1 3 4 9 0
5

**b)** En déduire une valeur approchée, en degrés, au dixième près, de la mesure de l'angle $\widehat{\text{PAQ}}$ .

1 9 0
6

## Rechercher : vers l'implication

1. a ) L'énoncé « $x^2 \geq 4$ » est-il vrai ou faux pour les valeurs de x suivantes :
   $-7$ ; $-2$ ; $-1$ ; $0$ ; $1$ ; $3$ ; $5$ ?
   b ) Indiquer l'ensemble des réels pour lesquels l'énoncé « $x^2 \geq 4$ » est faux.

2. Soit les énoncés (A) : « $x \geq 3$ » et (B) : « $x^2 \geq 4$ ».
   a ) Peut-on avoir pour un même réel $x$ donné,
   l'énoncé (A) et l'énoncé (B) vrais ?
   Peut-on avoir pour un même réel $x$ donné,
   l'énoncé (A) vrai et l'énoncé (B) faux ?
   Si oui citer un exemple.
   Peut-on avoir pour un même réel $x$ donné,
   l'énoncé (A) faux et l'énoncé (B) vrai ?
   Si oui indiquer pour quels nombres réels ceci a lieu.
   Indiquer l'ensemble des nombres réels pour lesquels,
   les énoncés (A) et (B) sont simultanément faux.

   Conclusion :
   Si l'énoncé (A) est vrai, alors l'énoncé (B) ne peut pas être faux.
   On peut alors construire un nouvel énoncé :
   « si $x \geq 3$ alors $x^2 \geq 4$ » qui peut aussi s'énoncer ainsi :
   « $x \geq 3$ implique $x^2 \geq 4$ ».

3. Dans la suite $x$ et $y$ sont deux réels et $n$ est un entier naturel.
   Dire si les énoncés ci-dessous sont vrais ou faux. Lorsque l'énoncé est faux, citer un contre-exemple, c'est à dire un exemple pour lequel l'énoncé (A) est vrai, mais l'énoncé (B) est faux.

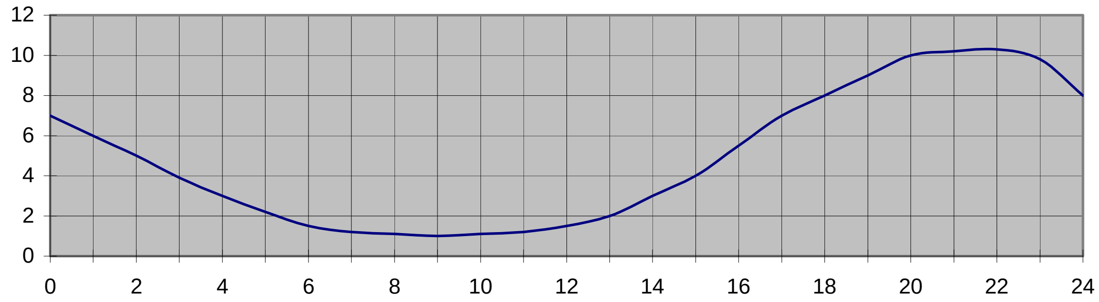
   a ) « si $x^2 \geq 4$ alors $x \geq 3$ » .
   b ) « si $x^2 \geq 4$ alors $x \geq 2$ ou $x \leq -2$ ».
   c ) « si $y = x^2$ alors $x = \sqrt{y}$ ».
   d ) « si $n$ est pair alors $n$ est multiple de 6 ».
   e ) « si $n$ est multiple de 6 alors $n$ est pair ».

*D'après Belin seconde 2000*

Les phrases sont-elles vraies ? Justifier la réponse.

1. Si un nombre est multiple de 4, alors il est multiple de 2.
2. Si un nombre est multiple de 2, alors il est multiple de 4.
3. Si I est le milieu de [AB], alors AI = IB.
4. Si AI = IB, alors I est le milieu de [AB].
5. Si la pluie tombe, alors la campagne est mouillée.
6. La campagne est mouillée, donc il a plu.
7. 4 est solution de l'équation $(x-4)(x-3) = 0$.
8. 4 est l'unique solution de l'équation $(x-4)(x-3) = 0$.
9. 3 est la solution de $x^2 - 9 = 0$.
10. Si $x < 2$ alors $x < 3$.
11. Si $x < 3$ alors $x \leq 3$.
12. Si $x < 2$ alors $x \leq 3$.
13. Si $x \in [0 ; 2]$, alors $-1 < x < 3$.
14. Si $x \in ]0 ; 2[$, alors $-1 \leq x \leq 3$.
15. Si $x < 3$, alors $2x - 5 < 2$.
16. Si le côté d'un carré augmente de 3 m, son périmètre augmente de 12 m.
17. Si le côté d'un carré augmente de 3 m, son aire augmente de 9 $m^2$.
18. Si l'arête d'un cube diminue de 3 m, son volume diminue de 27 $m^3$.
19. Si l'arête d'un cube est multipliée par 2, alors son volume est multiplié par 8.
20. Pour que $(x-3)(x-2)$ soit positif, il faut que $(x-3)$ et $(x-2)$ soient négatifs.
21. Pour que $(x-3)(x-2)$ soit positif, il suffit que $(x-3)$ et $(x-2)$ soient négatifs.
22. Les deux nombres $2(x+1)(x-3)$ et $(2x+2)(2x-6)$ sont égaux.

# Vocabulaire et fonctions




Ci-contre est donnée la représentation graphique d'une fonction $f$ définie sur un intervalle I, donnant la hauteur d'eau dans un bassin naturel d'eau de mer en fonction des heures de la journée.

Utiliser ce graphique pour compléter le tableau ci-dessous :

| Énoncé en français courant | Préciser si l'énoncé est une affirmation (noter A) ou une question (noter Q). | Enoncé correspondant en français utilisant les mots du langage mathématique : image, antécédent, intervalle, égal, (strictement) inférieur ou supérieur | Traduction mathématique de l'énoncé : utiliser les mots calculer, résoudre, solution, équation, inéquation et/ou les symboles $=, <, >, \geq, \leq$, ou la notation $f(...) = ...$ |
|---|---|---|---|
| A dix-huit heures, la hauteur d'eau est de huit mètres | A | L'image de 18 par la fonction $f$ est 8 | $f(18) = 8$ |
| A quelle(s) heures la hauteur d'eau est-elle de trois mètres ? | | | |
| | | Quelle est l'image de 9 par la fonction $f$ ? | |
| | | | Résoudre dans l'intervalle I, l'équation $f(x) = 6$ |
| | | | Les solutions dans l'intervalle I, de l'équation $f(x) = 8$ sont 18 et 24. |
| | | | $f(4) = 3$ |
| La hauteur d'eau est de sept mètres à zéro heure et dix-sept heures. | | | |
| | | Les nombres de l'intervalle ] 14 ; 24 ] ont une image strictement supérieure à 3. | |
| Entre quatorze heures et dix-sept heures, la hauteur d'eau est comprise entre trois mètres et sept mètres. | | | |
| | | | Résoudre, dans l'intervalle I, l'inéquation $f(x) \leq 7$ |
| Pendant quel intervalle de temps la hauteur d'eau est-elle au moins égale à huit mètres ? | | | |
| La hauteur d'eau est au plus égale à huit mètres entre zéro heures et dix-huit heures. | | | |
| | | | L'inéquation $f(x) < 1$ n'a pas de solution dans l'intervalle I. |

1°) Déterminer graphiquement l'intervalle I.

2°) Établir le tableau de variation de la fonction $f$ sur l'intervalle I. La fonction $f$ admet-elle un maximum et un minimum sur l'intervalle I ?

3°) Peut-on traiter les exercices des lignes 2 ; 3 ; 4 ; 10 et 11 du tableau par le calcul ? par une méthode graphique ? Donner les réponses à ces exercices.

*Source : Académie de Clermont-Ferrand*

| | |
|---|---|
| **NIVEAU :** | **LYCEE - Seconde LEGT** |
| **DISCIPLINE :** | Mathématiques |
| **CHAMP :** | Fonctions |
| **COMPETENCES :** | **Rechercher l'information - Choisir - Exécuter** |
| **MOTS CLES :** | Fonctions - Lecture graphique - Extremum |

## TITRE

Fonctions : différents registres.

Extrait du tome 1 de l’"Aide à l'évaluation" paru en 1995.

## PRESENTATION

***- Nature de l’activité.*** Exercice de modélisation conduisant à :

comprendre les liens entre l'étude d'une situation géométrique, la fonction correspondante et sa représentation graphique ;

choisir de façon pertinente la figure ou le graphique ;

exploiter la représentation graphique d'une fonction (par exemple, lire un maximum).

***- Pré-requis***

Notion de fonction.

***- Type de support***

Géométrique.

## CONSIGNES DE PASSATION

Temps minimum : 15 min ;

Demander de laisser apparents les tracés utilisés.

## IMPRESSIONS RESULTANT DE L’EXPERIMENTATION

On observe une bonne réussite pour les premiers items et un taux élevé d’absence de réponse pour les trois derniers. La traduction d’une situation à l’aide d’une fonction et son exploitation algébrique semblent mettre les élèves en difficulté. Lorsque c’est le cas, il paraît alors souhaitable d’y travailler le plus souvent possible tout au long de l’année.

## NATURE ET EXPLOITATION DES REPONSES

**Pour l'ensemble des items, le code 9 correspond à “ autres réponses erronées ” et le code 0 à “ absence de réponse ”.**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Item 1** | ***Position du point M et tracé du rectangle.*** | Code 1 | M bien placé, le rectangle tracé correctement. |
| **Item 2** | ***Aire de AMNP.*** | Code 1 | 5 cm² ou 5. |
| | | Code 4 | autre réponse que 5 mais conforme au rectangle tracé. |
| **Item 3** | ***Lecture du graphique.*** | Code 1 | traits de construction correctement tracés. |
| | | Code 5 | point de coordonnées (1;5) placé sur (C), sans les traits de construction. |
| **Item 4** | ***Tableau de valeurs.*** | Code 1 | 5 - 8,75 - 9. |
| | | Code 2 | f(1) et f(3) corrects ; f(2,5) approximatif. |
| **Item 5** | ***Position de M correspondant au maximum.*** | Code 1 | x = 3 ou AM = ¾ AD ou AM = 3cm ou AM = 3. |
| | | Code 4 | 3 ou M = 3 ou M = ¾ AD ou M = 3cm. |
| **Item 6** | ***Choix d'une méthode.*** | Code 1 | le graphique. |
| | | Code 4 | le tableau ou la figure. |
| . | | Code 5 | le graphique et le tableau. |
| **Item 7** | ***Expression d'une aire.*** | Code 1 | x(6 - x). |
| | | Code 2 | x(AB - x). |
| **Item 8** | ***Vérification d'une égalité.*** | Code 1 | transformation de 9 - (x - 3)² puis reconnaissance de f(x). |
| | | Code 6 | calculs corrects, mais raisonnement déductif à partir de la conclusion. |
| | | Code 7 | justification à l'aide d'exemples. |
| **Item 9** | ***Déduction de f(x) ≤9.*** | Code 1 | déduction correcte. |

## *Suggestions pédagogiques*

***Remédiations :***

- lectures graphiques (images, antécédents) ;
- mise en évidence de l'imprécision éventuelle d'une lecture graphique ;
- calcul littéral, justification d'une égalité ;
- utilisation de l'outil informatique pour visualiser la situation.

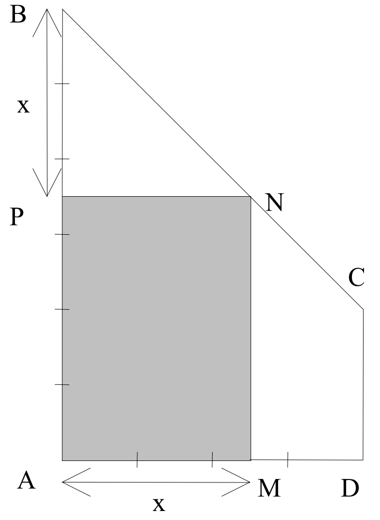
***Prolongements :***

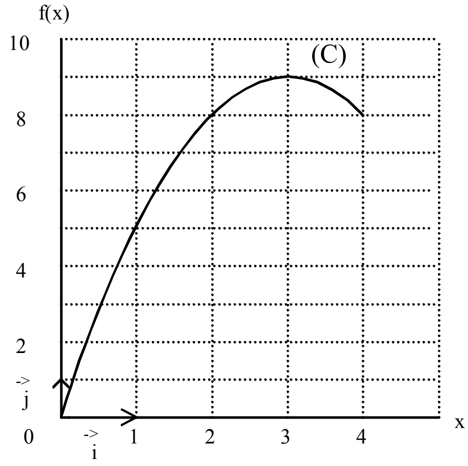
- utilisation de la calculatrice pour programmer le calcul de valeurs de f(x) et pour affiner localement le tableau de valeurs ;
- démonstration du fait que BP = x (nature du triangle BPN) ;
- justification du sens de variation de la fonction f ;
- étude de l'aire du triangle CBM (fonction affine), comparaison des aires.

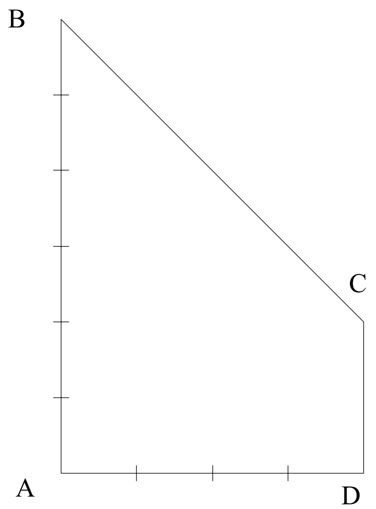
Nom: .......................... Classe:...............

Prénom: ...................... Date: .................

On donne la **figure** et le **graphique** suivants :




ABCD est un trapèze rectangle tel que AB = 6cm, AD = 4cm et CD = 2cm.

Le point M décrit le segment [AD]. Le réel x désigne, en cm, la longueur AM.

On construit le rectangle AMNP où N et P appartiennent respectivement aux segments [BC] et [AB]. On admet alors que BP = AM = x. On appelle f(x) l'aire, en $cm^2$, du rectangle AMNP.

On admet que (C) est la courbe représentative de la fonction f dans le repère $(O\,;\vec{i}\,,\vec{j}\,)$.

1 9 0 | 1

**1°** **a)** Sur la figure ci-contre, placer le point M tel que $AM = \frac{1}{4}AD$, tracer le rectangle AMNP et puis calculer son aire :

1 4 9 0 | 2

1 5 9 0 | 3

**b)** Retrouver ce résultat sur le graphique en laissant apparents les tracés utilisés.

**2°** Compléter le tableau suivant :

| longueur AM<br>x | 0 | 1 | 2 | 2,5 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| aire du rectangle<br>f(x) | 0 | | 8 | | | 8 |

1 2 9 0 | 4

**3°** Pour quelle position de M l'aire du rectangle AMNP semble-t-elle maximale ?

1 4 9 0 | 5

Entourer la case correspondant à ce qui a été utilisé pour répondre :

1 4 5 9 0 | 6

| La figure | Le graphique | Le tableau |
|---|---|---|

**4°** Exprimer en fonction de x, l'aire f(x) du rectangle AMNP.

1 2 9 0 | 7

1 6 7 9 0 | 8

Vérifier que $f(x) = 9 - (x - 3)^2$. En déduire alors que $f(x) \leq 9$.

1 9 0 | 9

# Vers la factorisation

**1**

Objectif : souligner les différentes significations du signe moins

Le signe moins est utilisé de trois manières différentes en algèbre. Il peut désigner :

- le signe d'un nombre négatif (exemple : $-7{,}2$) ;
- l'opposé d'un nombre (exemple : $-a$ ; $-7{,}2$) ;
- le symbole opératoire de la soustraction (exemple : $13-7$).

1. En utilisant trois couleurs pour différencier les trois significations du signe moins, réécrire les expressions suivantes :

$-(-4)$ ; $5-(-2)$ ; $(-3)(-5)$ ; $-(-6)^2$ ; $1^3-(-1)^3$

$a-b=a+(-b)$ ; $-(a-b)=b-a$ ; $-(x-(-3))=-x-3$ ; $(x-(-y))-(y-x)=2x$

2. Calculer : $-7^2$ ; $(-5)^2$ ; $-(-2)^2$.

3. Calculer la valeur de $3x^2$ pour $x=-5$, pour $x=5$, puis pour $x=\sqrt{5}$.

En général, dans une calculatrice, on différencie le signe moins selon sa nature :

- le signe (–) du pavé numérique désigne le signe du nombre négatif ou l'opérateur associé à l'opposé du nombre ;
- le signe – du pavé des opérations désigne le symbole opératoire de la soustraction.

**2**

Objectif : reconnaître la nature algébrique d'une expression

1. Somme ou produit ?

Les expressions suivantes se présentent–elles sous forme de produit ou de somme ?

Préciser, selon le cas, les termes ou les facteurs.

$3x$; $5x^2-3x+1$ ; $4(2x+3)$ ; $(x+3)(x-3)$ ; $x^2-9$

$2(x+3)+3x+2$ ; $x(x+2)-3x$ ; $4(x+3)(x-2)+5x(x+1)+3(x-4)$

2. Expressions égales ou opposées ?

Soit $A=(3x-2)(x+5)(1-x)$.

Sans développer, préciser si les expressions suivantes sont égales ou opposées à $A$.

$B=-(3x-2)(x+5)(1-x)$ ; $C=-(3x-2)(x+5)(x-1)$ ; $D=(2-3x)(x+5)(1-x)$

$E=-(2-3x)(x+5)(x-1)$ ; $F=-(2-3x)(-x-5)(x-1)$ ; $G=-(3x-2)(-x-5)(1-x)$.

3. Quel facteur commun ?

Dans chacune des expressions suivantes, reconnaître un facteur commun aux termes de la somme. Indiquer le « **meilleur** » facteur commun possible. **On ne demande pas de factoriser.**

$\mathrm{A}=4\mathrm{x}^2+10$ ; $\mathrm{B}=3\mathrm{x}^2(\mathrm{x}-1)+2(\mathrm{x}-1)^3$ ; $\mathrm{C}=8\mathrm{x}^4+5\mathrm{x}^2-3\mathrm{x}$

$D=5x^2(x-2)-x(x+2)$ ; $E=6x^3-3x^2$ ; $F=4x(2x-3)^3-6x^4(2x-3)$.

3

Objectif : reconnaître la forme d'un expression et prévoir les actions possibles.

Voici des expressions :

$A = 5x^2 - 3x + 1$ $B = (3x - 2)^2$ $C = 1 - x^2$ $D = x(x+1)$ $E = 7x - 4$

$F = x^2 - x - 1$ $G = 3x^2 + 5x$ $H = (x+1)^2(x+2)$ $I = (4-x)(4+x)$

Compléter ce tableau, en écrivant dans chaque colonne le nom des expressions ci-dessus qui conviennent.

| Expressions développées | Expressions factorisées | Expressions qui peuvent être développées | Expressions qui peuvent être factorisées facilement |
|---|---|---|---|
| | | | |

*Belin seconde 2000*

4

| Répondre par A, B ou C | A | B | C |
|---|---|---|---|
| $2x + 3(x - 4)$ | une somme | un produit | une équation |
| $(3x + 5)(1 - 2x)$ | une somme | un produit | une équation |
| $(x - 3)(x + 4) = 0$ | une somme | un produit | une équation |
| $3x - 9x^2$ est égal à | $-6x$ | $3x(1 - 3x)$ | $-6$ |
| $(2x + 1)(3 - x)$ est égal à | $6x - x$ | $-2x^2 + 3$ | $-2x^2 + 5x + 3$ |

*Bordas 3°*

5

Pour chaque expression, indiquer, en les entourant, les actions possibles et compléter les colonnes comme sur l'exemple :

| Expressions | Actions possibles | Calculs | Résultat de chaque action |
|---|---|---|---|
| $5x(3x + 2)$ | $\boxed{\text{développer}}$<br>factoriser<br>résoudre | $5x(3x + 2) = 15x^2 + 10x$ | la forme développée est $15x^2 + 10x$. |
| $5x + 1 = 3x - 4$ | développer<br>factoriser<br>$\boxed{\text{résoudre}}$ | | ...... est solution. |
| $3x(x - 4) - 2(3 - 4x)$ | développer<br>factoriser<br>résoudre | | |
| $7x^2 - 7 \times 13$ | développer<br>factoriser<br>résoudre | | |
| $8x + 4 = 9x - 7$ | développer<br>factoriser<br>résoudre | | |

*Magnard 3°*

# Etablir une égalité

<u>Objectif</u> : mettre en évidence et apprendre à utiliser différentes méthodes pour démontrer une égalité.

<u>Méthode 1</u> : on transforme par étapes successives un membre de l'égalité à établir pour obtenir le second.

Prouver par cette méthode que $(1+2\sqrt{3}) = 13+4\sqrt{3}$.

<u>Méthode 2</u> : on transforme chaque membre de l'égalité pour montrer qu'ils sont égaux à un même réel.

Démontrer par cette méthode, que pour tout $x$ réel, $x(x+1)(x+2)(x+3) = (x^2+3x+1)^2$.

<u>Méthode 3</u> : on calcule la différence des deux membres et on montre qu'elle est nulle.

Démontrer par cette méthode que $\dfrac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

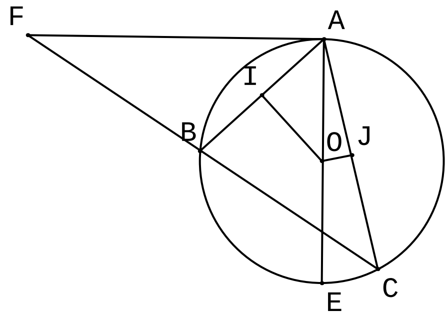
<u>Application :</u>

En précisant le numéro de la méthode utilisée, démontrer que :

1. Pour tout nombre réel $a$, $a^3-1 = (a-1)(a^2+a+1)$.
2. Pour tout nombre réel $x$, $(x-3)(x^2+3x-10) = (x+5)(x^2-5x+6)$.
3. Pour tout nombre réel $x$ différent de 1, $\dfrac{2x^2-5x-1}{x-1} = 2x-3-\dfrac{4}{x-1}$.
4. Pour tout nombre réel $x$, $9x^2-6x-3 = (3x-1)^2-4$.
5. Pour tous points du plan $A$, $B$, $C$ et $D$ : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}$

*D'après Belin seconde 2000*

# S'informer, analyser / rechercher




Sur la figure ci-contre,
ABC est un triangle quelconque inscrit dans le cercle Γ de centre O tel que :

- la tangente en A au cercle Γ coupe la droite (BC) au point F ;
- le point E diamétralement opposé au point A sur le cercle Γ est distinct de B et C.
- Les points I et J sont les milieux respectifs des segments [AB] et [AC].

1. Citer les triangles isocèles que l'on peut former à l'aide des points de la figure.

2. Justifier que les triangles ABE, FAO et AIO sont rectangles.

3. La droite (OI) coupe la droite (AF) au point G.
   On considère la symétrie s d'axe (OI).
   Compléter le tableau :

| | image par s |
|---|---|
| A | |
| O | |
| G | |
| (AO) | |
| (AG) | |

   Montrer que la droite (BG) est tangente au cercle Γ.

4. La droite (OJ) coupe la droite (AF) en un point K (non situé sur la figure).
   Que peut-on dire de la droite (KC) ?

5. Des points qui appartiennent à un même cercle sont dits cocycliques.
   Justifier que les points A, I, O et J sont cocycliques.

*Banque d'outils d'aide à l'évaluation. MEN-DPD*

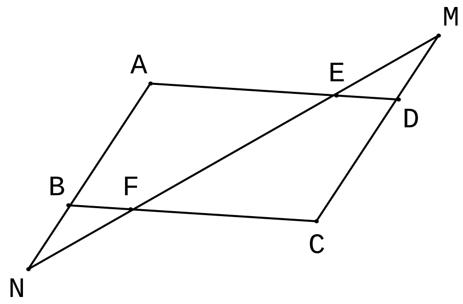
# S’informer, analyser

Soit ABCD un parallélogramme de centre O.

E est le point de [AD] tel que $ED = \frac{1}{4}AD$ ;

F est le point de [BC] tel que $BF = \frac{1}{4}BC$

La droite (EF) coupe la droite (CD) au point M et la droite (AB) au point N.




1. On se propose de démontrer que le point O est le milieu du segment [EF]

Voici deux idées de démonstration :

a ) Eric voudrait utiliser la configuration de Thalès et passe en revue les hypothèses nécessaires :

- les droites (ED) et (BF) sont parallèles ;
- les points B, O et D sont alignés ;
- les points E, O et F sont alignés.

Il ne peut continuer ….. Pourquoi ?

b ) Paul démontre d’abord que le quadrilatère BEDF est un parallélogramme et conclut.

Rédiger la démonstration de Paul.

2. On se propose de démontrer que le point O est aussi le milieu de [MN].

Lucile se sert de la symétrie de centre O. Sa démonstration débute ainsi :
« Je cherche à démonter que le point M est le symétrique du point N par rapport à O.
Le point O est le centre du parallélogramme ABCD alors, par la symétrie s de centre O, le point A a pour image C et le point B a pour image D ; la droite (AB) a donc pour image la droite (CD).
Comme le point N est sur la droite (AB), son image par s est sur la droite (CD). »

Terminer la démonstration de Lucile.

# Argumenter

Sur la figure ci-contre :

(AB) ⊥ (AC)

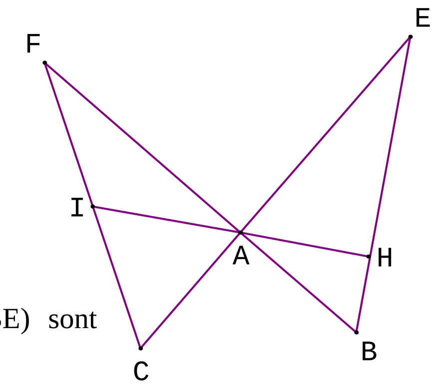
AB = AC

AE = AF

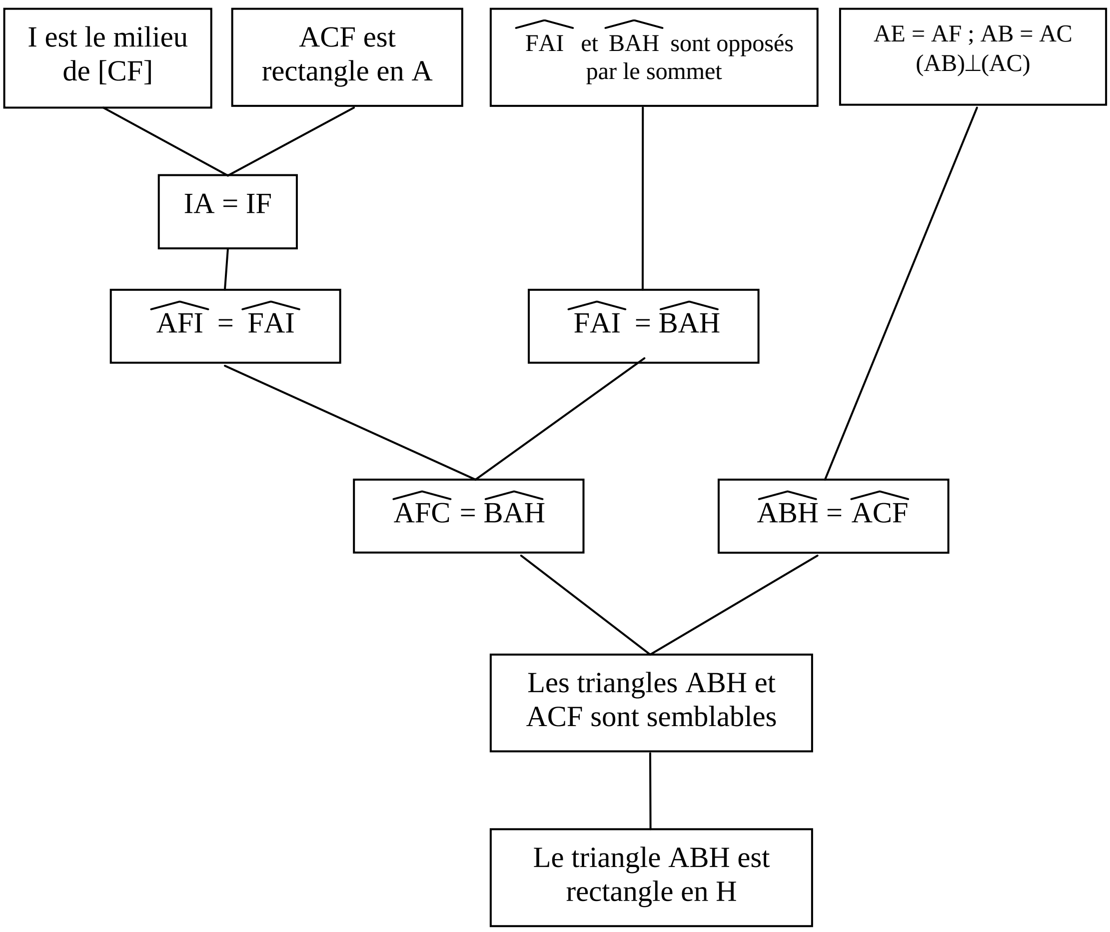
I est le milieu de [CF]

H est le point d'intersection des droites (AI) et (BE).

On se propose de démontrer que les droites (AH) et (BE) sont perpendiculaires.




1. Coder la figure.
2. Rédiger la démonstration dont les étapes sont écrites dans le déductogramme suivant :




3. Soit K le pied de la hauteur issue de A dans le triangle ACF et J le point d'intersection des droites (AK) et (BE). En utilisant une symétrie orthogonale, démontrer que J est le milieu de [BE].

*Espace Modules seconde CRDP d'Aquitaine*

| | |
|---|---|
| **NIVEAU :** | **LYCEE - Seconde LEGT** |
| **DISCIPLINE :** | Mathématiques |
| **CHAMP :** | Calculs |
| **COMPETENCES :** | **Choisir - Élaborer une démarche - Exécuter** |
| **MOTS CLES :** | Modifications d'écriture - Équation - Extremum |

## TITRE

Forme d'une expression : choix de la forme appropriée
Extrait du tome 1 de "Aide à l'évaluation" paru en 1995.

## PRESENTATION

***- Nature de l'activité et objectifs:*** exercice conduisant à

- choisir entre la forme canonique, développée ou factorisée d'un trinôme du second degré, celle qui est la plus appropriée pour effectuer des calculs d'images ou résoudre des équations ;
- associer une propriété de la courbe à un calcul d'image ou à une résolution d'équation.

***- Pré-requis***

- généralités sur les fonctions

## CONSIGNES DE PASSATION

- temps minimum :15 min.

## COMMENTAIRES RESULTANT DE L'EXPLOITATION

- Cet exercice est une bonne préparation de ce qui sera vu en première sur l'exploitation de la forme canonique d'un trinôme ;
- au vu des observations effectuées, la réussite aux items 9, 10 et 11 est faible. La mise en oeuvre de démarches algébriques dans un cadre fonctionnel met les élèves en difficulté. Il apparaît alors souhaitable de travailler conjointement sur ces deux aspects le plus souvent possible, dès le début de l'année scolaire.

## NATURE ET EXPLOITATION DES REPONSES

**Pour l'ensemble des items, le code 9 correspond à " autres réponses erronées " et le code 0 à " absence de réponse ".**

| | | | |
|---|---|---|---|
| **Item 1** | ***Obtention de la forme développée.*** | Code 1 | transformation correcte de $(x + 3)^2 - 25$ pour obtenir $x^2 + 6x - 16$. |
| **Item 2** | ***Obtention de la forme factorisée.*** | Code 1 | factorisation correcte de $(x + 3)^2 - 25$. |
| | | Code 2 | développement de $(x - 2)(x + 8)$ et reconnaissance de $f(x)$. |
| **Item 3** | ***Calcul de $f(0)$.*** | Code 1 | forme B. |
| **Item 4** | ***Calcul de $f(-3)$.*** | Code 1 | forme A. |
| **Item 5** | ***Calcul de $f(2)$.*** | Code 1 | forme C. |
| **Item 6** | ***Résolution de $f(x) = 0$.*** | Code 1 | forme C. |
| **Item 7** | ***Résolution de $f(x) = 11$.*** | Code 1 | forme A. |
| **Item 8** | ***Résolution de $f(x) = - 16$.*** | Code 1 | forme B. |
| **Item 9** | ***Minimum de la fonction.*** | Code 1 | forme A. |
| **Item 10** | ***Points d'intersection de la courbe ($C_f$) avec l'axe des abscisses.*** | Code 1 | forme C. |
| **Item 11** | ***Point d'intersection de la courbe ($C_f$) avec l'axe des ordonnées.*** | Code 1 | forme B. |

### *Suggestions pédagogiques*

***Remédiations :***

- travail sur des démonstrations d'égalités à l'aide de différentes méthodes ;
- recherche algébrique des coordonnées des points d'intersection d'une courbe et d'une droite parallèle à l'un des axes de coordonnées ;

- explication des méthodes choisies pour traiter les calculs proposés

***Prolongements possibles de l'exercice :***

- étude des variations de $f$ ;
- tracé de la courbe ($C_f$) ;
- étude du signe de $f(x)$ et interprétation graphique.

Nom: ...................... Classe: ...................

Prénom: ................... Date: .....................

**Exercice T2**

On considère la fonction f définie pour tout x réel par :

$f(x) = (x + 3)^2 - 25$ (*forme A*).

**1°** Vérifier que f(x) peut aussi s'écrire sous deux autres formes :

$f(x) = x^2 + 6x - 16$ (*forme B*). 1 9 0 (1)

$f(x) = (x - 2)(x + 8)$ (*forme C*). 1 2 9 0 (2)

**2°** Pour répondre aux questions suivantes, mettre une croix dans la case qui convient.

**a)** Choisir la forme la plus adaptée pour calculer :

| | forme A | forme B | forme C |
|---|---|---|---|
| f( 0 ) | | | |
| f( - 3) | | | |
| f( 2 ) | | | |

1 9 0 (3)
1 9 0 (4)
1 9 0 (5)

**b)** Choisir la forme la plus adaptée pour résoudre :

| | forme A | forme B | forme C |
|---|---|---|---|
| f(x) = 0 | | | |
| f(x) = 11 | | | |
| f(x) = - 16 | | | |

1 9 0 (6)
1 9 0 (7)
1 9 0 (8)

**c)** Choisir la forme la plus adaptée pour déterminer le minimum de la fonction f :

| | forme A | forme B | forme C |
|---|---|---|---|
| minimum de f | | | |

1 9 0 (9)

**d)** Si on considère la courbe représentative ($C_f$) de la fonction f dans le plan muni d'un repère, déterminer la forme qui permet de trouver le plus simplement :

| | forme A | forme B | forme C |
|---|---|---|---|
| le (ou les) point(s) éventuel(s) d'intersection de la courbe ($C_f$) avec l'axe des abscisses | | | |
| le point d'intersection de la courbe ($C_f$) avec l'axe des ordonnées | | | |

1 9 0 (10)
1 9 0 (11)

# S'informer, analyser

Pour chacun des exercices ci–dessous, un **énoncé** est donné. À la suite de celui–ci une série de **questions** est proposée.

L'objectif est de répondre aux questions **sans résoudre** l'exercice.

**Énoncé :**
*ABC* est un triangle tel que *AB* = 5, *BC* = 8 et *AC* = 6.
On place un point *M* sur [*AB*] et on note *x* la distance *AM*. *N* est le point d'intersection de la droite (*AC*) et de la parallèle à la droite (*BC*) passant par *M*.
Le but de l'exercice est de déterminer la position du point *M* pour que le triangle *AMN* et le trapèze *BMNC* aient le même périmètre.

1. Calculer les distances *MN* et *AN*.
2. Calculer le périmètre $p(x)$ du triangle *AMN* puis le périmètre $q(x)$ du trapèze *BMNC*.
3. Tracer les droites d'équation : $y = 19 - \frac{3}{5}x$ et $y = \frac{19}{5}x$.
4. Déterminer graphiquement puis par le calcul, la positon du point *M* tel que le triangle *AMBN* et le trapèze *BMNC* aient le même périmètre.

**Questions :**

1. Quelle figure–clé est présente dans cet exercice ? En déduire la méthode à utiliser pour calculer *MN*.
2. Pour quelles valeurs de *x* peut–on vérifier facilement le résultat du périmètre $p(x)$ ?
3. Même question pour le périmètre $q(x)$.
4. Quel est le lien entre les questions 2. et 3. ? Quelles sont les expressions $p(x)$ et $q(x)$ ?
5. Quel est le lien entre les questions 3. et 4.
   Comment peut–on déterminer graphiquement la position du point *M* ?

**Enoncé** : *ABCD* est un carré de centre *O*. *M*, *N*, *P* et *Q* sont définis par :

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} \;;\; \overrightarrow{BN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \;;\; \overrightarrow{CP} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} \;;\; \overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{DA}$$

1. Montrer que $\overrightarrow{MN} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$.
2. Démontrer que le quadrilatère *MNPQ* est un parallélogramme.
3. Démontrer que le quadrilatère *AQCN* est un parallélogramme.
4. Montrer que *O* est le milieu du segment [*QN*].

**Questions :**

1. À l'aide de quels points, doit–on décomposer le vecteur $\overrightarrow{MN}$ pour répondre à la première question ?
2. Quelle méthode faut–il choisir pour démontrer que *MNPQ* est un parallélogramme ? Même question avec le quadrilatère *AQCN*.
3. Quelle méthode semble la plus appropriée pour répondre au 4. ?

*Source : Les Méthodiques Hatier*

# S'informer, analyser

Voici la rédaction correcte d'une élève de Seconde à une question posée :

« *La relation de Chasles permet d'écrire :*

$\overrightarrow{D'C} = \overrightarrow{D'D} + \overrightarrow{DC}$ *, or* $\overrightarrow{DD'} = 2\,\overrightarrow{AD}$ *, donc*

$$\boxed{\overrightarrow{D'C} = -2\,\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}}$$

*De même la relation de Chasles nous donne :*

$\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AB'}$

*par énoncé,* $\overrightarrow{AB'} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

*d'où* $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

*ou encore* $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{AB} + \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

*c'est-à-dire* $\overrightarrow{CB'} = \overrightarrow{CB} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}$

*ABCD étant un carré,* $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$ *, donc :*

$$\boxed{\overrightarrow{CB'} = -\,\overrightarrow{AD} + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}}$$

*Ainsi* $\overrightarrow{D'C} = k\,\overrightarrow{CB'}$ *avec k = ……………………….ce qui prouve que les*

*vecteurs* $\overrightarrow{D'C}$ *et* $\overrightarrow{CB'}$ *sont ……………………………………..*

*Par suite, les points D', C et B' sont alignés* »

**1°** **a)** Dégager les hypothèses, en les soulignant en vert.

**b)** Dégager la conclusion, en la soulignant en rouge.

**c)** Compléter les pointillés dans la rédaction de la solution.

**2°** Tracer ci-dessous la figure qui pourrait correspondre à cette rédaction de solution.

**3°** Quel énoncé d'exercice pourrait correspondre à cette rédaction de solution ?

*Cahiers d'aide à l'évaluation –MEN – DPD*

# S’informer, analyser

Voici l’énoncé d’un exercice :
« On considère un quadrilatère BCDE et A un point.

Démontrer que si BCDE est parallélogramme, alors $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ »

Trois élèves proposent une solution sous la forme d’une démonstration juste où certains éléments de phrase ont été omis
Chacune de ces démonstrations est illustrée par l’une des figures ci-dessous :

**figures** :

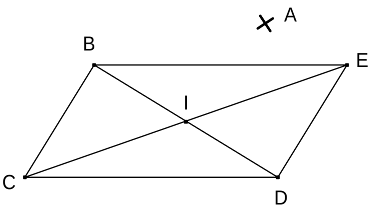



figure I
prénom : ……………………..

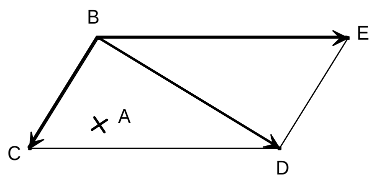



figure II
prénom : ……………………..

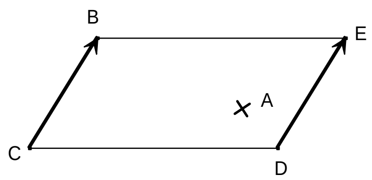



figure III
prénom : ……………………..

**démonstrations** :

| **Démonstration de Luc** | **Démonstration de Justin** | **Démonstration de Maud** |
|---|---|---|
| BCDE est un parallélogramme donc :<br>$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DE}$ .<br>élémént n° :…………………<br>on a : $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AD}$ .<br>élémént n° :…………………<br>on obtient : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ . | BCDE est un parallélogramme Soit I son centre, donc :<br>élémént n° :…………………<br>on a : $\left.\begin{array}{l} \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) \\ \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}\right) \end{array}\right\}$<br>donc :<br>$\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}\right) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}\right)$.<br>élémént n° :…………………<br>on obtient : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ . | BCDE est un parallélogramme donc :<br>$\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BE}$ .<br>élémént n° :…………………<br>on a :<br>$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE}$ .<br>or $-\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB}$ , donc<br>élémént n° :…………………<br>on obtient : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE}$ . |

1° Chacun des trois élèves a illustré sa démonstration par l’une des figures ci-dessus : inscrire sous chaque figure le prénom correspondant.

2° Compléter les pointillés dans chacune des démonstrations par le numéro d’élément de phrase omis (la liste des éléments numérotés se trouve ci-dessous). Ces éléments de phrases sont à placer avant la proposition qu’ils introduisent.

**éléments de phrases omis** :

| | |
|---|---|
| *élément n° 1* : | En multipliant les deux membres de l’égalité par un même nombre, |
| *élément n° 2* | En utilisant la relation de Chasles, |
| *élément n° 3* | En utilisant une propriété du milieu d’un segment, |
| *élément n° 4* | En écrivant un vecteur comme une différence de deux autres vecteurs, |
| *élément n° 5* | En ajoutant ou en retranchant le (ou les) même(s) vecteur(s) aux deux membres de l’égalité. |

*Cahiers d’aide à l’évaluation –MEN - DPD*