Précisions sur l'utilisation du tableau de variations dans les nouveaux programmes de première [1] et de terminale [2].

(1) : programmes de S et ES applicables à la rentrée 2001 – BO HS n°8 du 31 août 2000.
(2) : programmes de S et ES applicables à la rentrée 2002 – BO HS n°4 du 30 août 2001.
Voir aussi les documents d'accompagnement des programmes de :

- 1° S, page 52 ;
- 1°ES, page 18.

En première

Les conventions de construction du tableau de variations sont explicitées aux élèves: la flèche oblique traduit la stricte monotonie de la fonction sur l'intervalle considéré et l'absence de "saut" dans la courbe représentative sur cet intervalle. (On admettra oralement en classe que la courbe représentative d'une fonction dérivable sur un intervalle ne présente pas de "saut").

Avant de dresser le tableau de variations, l'élève doit établir la stricte monotonie de la fonction, mais aucune justification de continuité ne lui sera demandée.

Le tableau de variations permet alors de déduire, sans discours supplémentaire:

- des encadrements d'images ;
- l'existence et le nombre de solutions de l'équation $f(x) = \mathrm{k}$, quelle que soit la nature de l'intervalle considéré.

Le raisonnement reste basé sur l'intuition et ne repose sur aucun théorème établi dans le cours : il s'agit d'une résolution graphique à l'aide de la courbe représentative de la fonction ou du tableau de variation qui en est une forme stylisée.

<u>Exemple</u> : Soit F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$.

Après étude et justification rigoureuse de la stricte monotonie de F sur les intervalles $]-\infty\,;-2]$, $[-2\,;1]$ et $[1\,;+\infty[$, l'élève dresse le tableau de variation suivant :

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$F'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$F(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$25/3$	$\searrow$	$23/6$	$\nearrow$	$+\infty$

L'élève peut alors écrire :
D'après le tableau de variations, l'équation F(x) = 0 admet une unique solution a dans $\mathbb{R}$ *et cette solution appartient à l'intervalle* $]-\infty\,;-2]$.
De plus, puisque $F(-3) = -11/2$, *on a :* $-3 < a < -2$.
On peut aussi dire que pour tout x de $[-2,5\,;2]$, $\frac{23}{6} \leq F(x) \leq \frac{25}{3}$.

Pour cette dernière relation l'élève doit avoir précisé que $\frac{17}{3} < \frac{25}{3}$ et que $\frac{23}{6} < \frac{95}{12}$.

En terminale S

La continuité, le théorème des valeurs intermédiaires (démontré ou non) et son corollaire (théorème de la bijection, démontré) permettent de justifier les conventions faites en première et il conviendra d'évoquer ces théorèmes à chaque utilisation en classe.
Dès lors, dans la rédaction par l'élève de la solution d'un problème, une simple référence au tableau de variations suffira pour justifier l'existence et l'unicité d'une solution d'une équation du type $f(x) = k$, quelle que soit la nature de l'intervalle considéré.

L'élève n'aura pas à chaque fois à réciter les théorèmes. Par contre , en tant que question de cours, l'élève doit être capable d'énoncer les théorèmes et la convention adoptée dans les tableaux de variations.

En terminale ES

C'est une approche intuitive de la continuité et du théorème des valeurs intermédiaires qui est faite, et la rédaction reste la même qu'en première. On allège ainsi la rédaction des problèmes de recherche de solution approchée des équations du type $f(x) = k$.