Pavages de Penrose

Destination

Professeurs

Niveau

Terminale L, option facultative

Type

Papier

Extraits du programme

Terminale L enseignement optionnel

Contenus	Modalités	Commentaires
GEOMETRIE Nombre d'or et pentagone régulier.	Point de fuite pour une direction horizontale ; point de fuite principal ; dessin d'objets simples.	On entretiendra dans tout ce paragraphe les acquis de la classe de première tant en géométrie plane qu'en géométrie dans l'espace.
Perspective à point de fuite.	On représentera un carrelage horizontal. On comparera les propriétés conservées ici avec celles conservées en perspective cavalière.	On utilisera les logiciels de géométrie dynamique. Le problème du dessin d'un carrelage régulier est l'un des plus célèbres que se sont posés les peintres du début de la Renaissance (cf *vitre de Dürer*).

Commentaires

Le document montre des pavages non périodiques du plan à l'aide de deux motifs dont les dimensions sont fonctions du nombre d'or.

Auteur

Équipe Académique Mathématiques, Bordeaux, janvier 2002

Pavages de Penrose

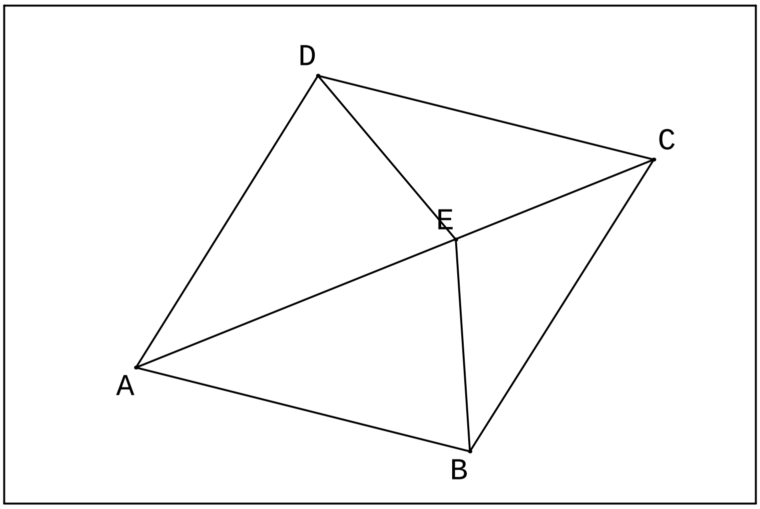
Les pavages de Penrose sont des pavages non périodiques qui sont intéressants à étudier pour deux raisons :

On retrouve ces pavages dans la structure des « quasi-cristaux », très importants en physique.

Il suffit de deux « motifs » pour paver le plan.

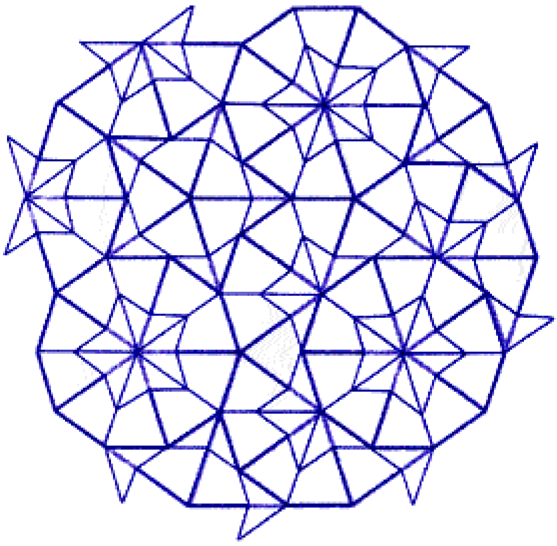
Il y a deux façons de fabriquer des pavages de Penrose.

La première s'appelle en Anglais :darts and kits, traduit par cerf volant et flèche. Les deux motifs sont les quadrilatères ABED et CDEB, obtenus à partir d'un losange de côté le nombre d'or et d'angles 108° en ADC et 72° en ADE. On a alors DE = BE = 1.

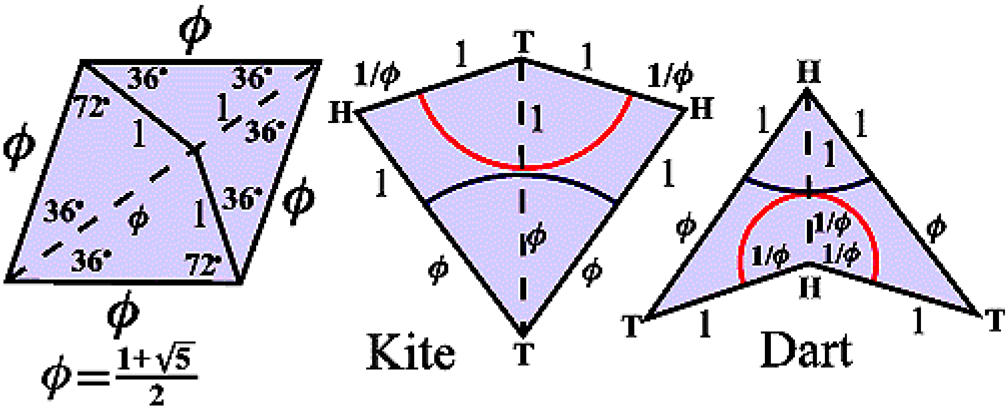


On peut aussi considérer que si le losange a pour côté 1 + Φ, alors les côtés DE et BE ont pour longueur Φ.

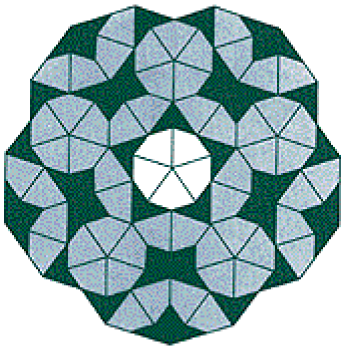
Voici un exemple de pavage de Penrose réalisé avec ces deux motifs :



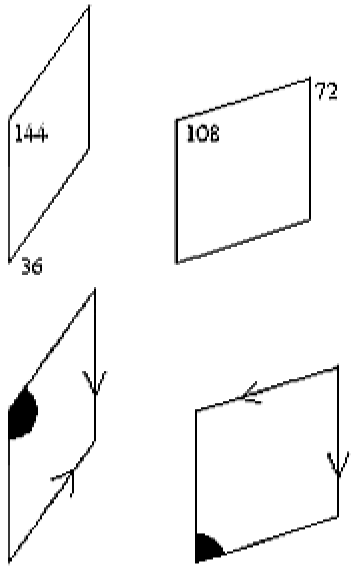
Plus précisément, il faut faire en sorte de coller les motifs de façon à ce que les mêmes lettres se touchent dans la figure ci dessous, le losange a pour côté Φ puis les deux formes ont été fabriquées à partir d'un losange de côté 1 + Φ. Les propriétés obtenues peuvent être démontrées par les élèves.



voici un autre pavage de ce type :

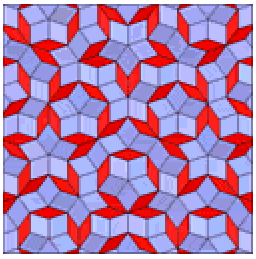


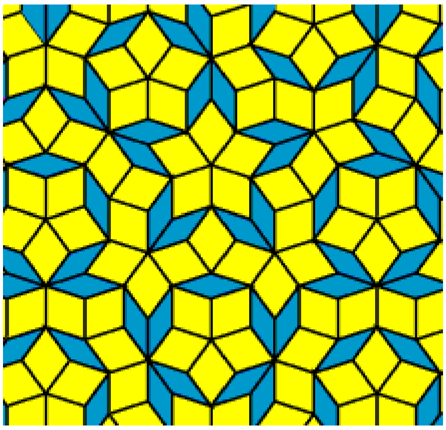
La deuxième est constituée de deux formes qui sont des losanges.



Les règles pour obtenir un pavage sont, d'une part, que les angles de même couleur se superposent, et, d'autre part, que les côtés ayant des flèches doivent se superposer de façon à ce que les flèches aillent dans le même sens.

Voici deux pavages de ce type :





Il existe un site Internet sur lequel on peut fabriquer ses propres pavages : www.ScienceU.com/geometry/articles/tiling/