Approche graphique du nombre dérivé

Niveau

Première

Objectifs

Découvrir visuellement la notion de tangente à une courbe (Étapes 1 à 3).

Introduire le nombre dérivé (Étape 4).

Introduire la notion de fonction dérivée (Étape 5).

On peut aussi reprendre cet imagiciel pour faire deviner aux élèves les dérivées des fonctions de base.

Prérequis

Notions de base sur les fonctions. Coefficients directeurs.

Organisation pratique

Présentation par le professeur à l'aide d'un vidéo-projecteur.

On peut s'arrêter dans un premier temps à l'étape 4.

fichier : approche_gra_nb_der.g2w

Description

Première étape : On fait pivoter la droite autour du point A en cherchant la position « tangente ».

(touche E) sélection de la droite pivotante pour pilotage au clavier
(touche A) sélection de l'abscisse de A pour pilotage au clavier
(touches directionnelles) (+ et - pour changer le pas)
(touche Z) zoom sur le point A, rapport 1,25
(touche S) zoom sur le point A, rapport 0,8

Deuxième étape :

On fait disparaître cette droite, et on considère maintenant la droite (AM), où M est un point de la courbe proche de A.
On regarde ce qu'il se passe quand M se rapproche de A.

(touche 1) dessin de la droite pivotante.
(touche 2) dessin de la droite (AM).
(touche H) sélection de *h* pour pilotage au clavier : $h = x_M - x_A$

Troisième étape :

On remarque que quand M se rapproche de A, on retrouve la première droite, la tangente à la courbe. (On peut faire revenir cette première droite en appuyant sur 1).
La touche 0 permet d'assigner à *h* la valeur 0,00001. Cela place le point M très proche du point A.
La touche T permet d'afficher la véritable tangente, déterminée à l'aide de formules de calcul que les élèves ne connaissent pas encore.

Quatrième étape :

On peut également chercher un lien entre l'abscisse de A et le coefficient directeur de la tangente. Pour cela, on considère que la droite (AM) est la tangente à la courbe si M est suffisamment proche de A.

Le coefficient directeur de la tangente, appelé nombre dérivé de la fonction *f* en a et noté $f'(a)$, évolue avec *a*. On peut alors placer le point N, d'abscisse *a* et d'ordonnée $f'(a)$ (en appuyant sur la touche 3). Lorsqu'on fait varier *a*, le point N se déplace. Si on laisse sa trace, on représente le nombre dérivé $f'(a)$ en fonction de *a*.
La touche 4 permet d'afficher proprement cette représentation.

Cinquième étape :

La nouvelle courbe représente une nouvelle fonction appelée fonction dérivée et notée f'.
On constate alors que la dérivée de la fonction carrée définie par $f(x) = x^2$ est la fonction définie par $f'(x) = 2x$.
On peut changer la fonction de départ et obtenir d'autres dérivées (sin...).